

DESAIN KONTROL *INVERTED PENDULUM* DENGAN METODE KONTROL *ROBUST FUZZY*

Reza Dwi Imami^{*)}, Aris Triwiyatno, and Sumardi

Jurusan Teknik Elektro, Universitas Diponegoro Semarang
Jl. Prof. Sudharto, SH, Kampus UNDIP Tembalang, Semarang 50275, Indonesia

^{*)}Email: azerdwi90@gmail.com

Abstrak

Robust-Fuzzy merupakan salah satu teknik kontrol yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan non-linear. Metode kontrol ini digunakan untuk mengontrol sistem dengan berbagai nilai masukan. Pada penelitian ini, kontrol robust fuzzy digunakan untuk mengontrol *inverted pendulum* yang merupakan sistem multivariable dengan 1 input dan 2 output. Proses perancangan robust fuzzy yaitu melinierkan sistem dengan metode piecewise linearization. Model-model sistem linier tersebut dioptimalkan dengan metode LQR. Model sistem linier tersebut digunakan untuk membuat fuzzy state model. Nilai optimal dari LQR digunakan untuk membuat robust fuzzy. Implementasi kontroler ini dilakukan dengan menggunakan matlab/simulink.

Kata kunci : *inverted pendulum*, *LQR*, *matlab/simulink*, *robust fuzzy*

Abstract

Robust Fuzzy control is a technique used to solve non-linear problems. This control method is used to control the system with different input values. In this study, fuzzy robust control is used to control the *inverted pendulum* which is a multivariable system with 1 input and 2 outputs. The process of designing the robust fuzzy linearize systems with piecewise linearization method. Linear system models are optimized with LQR method. Linear system model is used to create a fuzzy state model. The optimal value of LQR is used to create a robust fuzzy. The implementation of the controller is done using matlab / simulink.

Keyword : *inverted pendulum*, *LQR*, *matlab/simulink*, *robust fuzzy*

1. Pendahuluan

Pada dasarnya sistem pengaturan adalah mengatur sistem agar keluaran (*output*) dari sistem sesuai dengan referensi yang diinginkan (*desired output*). Proses pengaturan sistem ini semakin kompleks seiring dengan semakin kompleksnya plant atau proses yang akan diatur. Kesulitan dari pengaturan juga terjadi saat sistem mengalami gangguan baik dari luar maupun dari dalam. Gangguan dari luar biasanya *noise* atau derau, sedangkan gangguan dari dalam bisa berupa ketidaklinieran sistem atau perubahan parameter sistem.^[1]

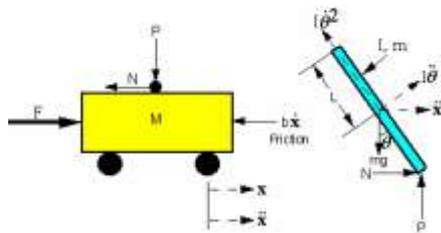
Sistem pendulum terbalik (*inverted pendulum*) adalah sistem yang mensimulasikan sebuah mekanisme kontrol untuk mengatur permasalahan kestabilan. Pendulum terbalik adalah salah satu plant yang dinamis and nonlinier, sehingga pengaturannya menjadi rumit apabila digunakan sistem kontrol yang konvensional^[1].

Pada penelitian ini, *inverted pendulum* akan dikontrol hingga stabil dengan metode kontrol *Robust-fuzzy*. Persamaan nonlinier model matematika dari *inverted pendulum* akan dilinearisasi sehingga akan menjadi beberapa persamaan linier. Persamaan-persamaan linier tersebut dioptimalkan menggunakan metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR). Hasil dari optimal tersebut dimasukkan ke dalam kontrol *Robust-fuzzy*. Kontrol *Robust-fuzzy* ini sebagai *soft-switching*.

2. Metode

2.1 Pemodelan *Inverted Pendulum*

Sistem ini terdiri dari batang *pendulum* yang diletakkan terbalik yang memiliki massa (m) dan berengsel dengan sudut (θ) antara sumbu vertikal dengan *cart* yang memiliki massa (M), dengan pergerakan (x) seperti yang ditunjukkan dalam gambar 1. Sebuah gaya (F) digunakan untuk mendorong *cart* secara horisontal. Untuk menurunkan persamaan model matematika dari sebuah sistem *inverted pendulum* berdasarkan pada gambar 1.



Gambar 1 Diagram dari sistem *inverted pendulum*^[3]

Keterangan

1. Massa *cart* (M)
2. Massa *pendulum* (m)
3. Koefisien gaya gesek *cart* (b)
4. Panjang *pendulum* (L)
5. Momen inersia dari *pendulum*
6. Gaya yang diberikan pada *cart* (F)
7. Posisi *cart* (x)
8. Sudut *Pendulum* (θ)

Penjumlahan gaya dari *cart* secara horisontal dirumuskan dalam persamaan (1) yaitu

$$\begin{aligned} \sum F &= M\ddot{x} \\ F - b\dot{x} - N &= M\ddot{x} \\ M\ddot{x} + b\dot{x} + N &= F \end{aligned} \quad (1)$$

Karena *cart* bergerak arah horisontal, maka penjumlahan gaya pada arah vertikal diabaikan. Pada gambar 1 *free body diagram* dibagi menjadi 2 yaitu *free body diagram* untuk *cart* dan *free body diagram* untuk *pendulum*. Dengan menjumlahkan gaya-gaya pada arah horisontal maka didapatkan persamaan gaya N.

$$\begin{aligned} \tau &= rxF = I\ddot{\theta} \\ F &= \frac{I\ddot{\theta}}{r} = \frac{mL^2\ddot{\theta}}{L} = mL\ddot{\theta} \end{aligned}$$

Komponen gaya inersia yang bekerja pada arah N adalah

$$F = \frac{mL\ddot{\theta} \cos \theta}{r} = \frac{I\ddot{\theta}^2}{r} = \frac{mL^2\ddot{\theta}^2}{L} = mL\ddot{\theta}^2$$

Komponen gaya tangensial yang bekerja pada arah N adalah $mL\ddot{\theta}^2 \sin \theta$. Penjumlahan gaya-gaya pada arah N yaitu

$$\begin{aligned} \sum F_N &= m\ddot{x} \\ N &= m\ddot{x} + mL\ddot{\theta} \cos \theta - mL\ddot{\theta}^2 \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan (2) ke persamaan (1) maka didapatkan persamaan gerak yaitu

$$(M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + mL\ddot{\theta} \cos \theta - mL\ddot{\theta}^2 \sin \theta = F \quad (3)$$

Untuk mendapatkan persamaan gerak selanjutnya, maka gaya-gaya yang tegak lurus dengan batang pendulum dijumlahkan

$$\begin{aligned} \sum F_{pp} &= ma_{tg} + ma_{tr} \\ P \sin \theta + N \cos \theta - mg \sin \theta &= -mL\ddot{\theta} + m\ddot{x} \cos \theta \end{aligned} \quad (4)$$

Untuk mengeliminasi P dan N dari persamaan (4), jumlahkan momen - momen di sekitar dan dirumuskan dalam persamaan (5) yaitu

$$\begin{aligned} \sum \tau_{pend} &= I\ddot{\theta} \\ -PL \sin \theta - NL \cos \theta &= I\ddot{\theta} \end{aligned} \quad (5)$$

Substitusikan persamaan (5) ke persamaan (4) yaitu

$$(I + mL^2)\ddot{\theta} + mgL \sin \theta = -mL\ddot{x} \cos \theta \quad (6)$$

Jadi persamaan matematis dari sistem *inverted pendulum* yaitu^[6]

$$\left. \begin{aligned} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} + mL\ddot{\theta} \cos \theta - mL\ddot{\theta}^2 \sin \theta &= F \\ (I + mL^2)\ddot{\theta} + mgL \sin \theta &= -mL\ddot{x} \cos \theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

2.2 Linear Quadratic Regulator (LQR)

LQR digunakan untuk menentukan penguatan umpan balik yang optimal yang meminimumkan indeks performansi dari sistem^[4]. Sinyal kontrol LQR adalah $u(t) = -Kx(t)$ (8)

2.3 Fuzzy Model Takagi Sugeno

Sebuah model dinamik *fuzzy* Takagi-Sugeno dijelaskan dengan sebuah kumpulan *rule fuzzy* "IF ... THEN" dan sistem dinamik linier kawasan waktu^[6]. Sebuah rule sistem Takagi-Sugeno dapat ditulis sebagai berikut^[5]:

$$\begin{aligned} & i^{th} \text{ Plant Rule:} \\ & \text{IF } x_1(t) \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots x_n(t) \text{ is } M_{in} \\ & \text{THEN } \dot{x} = A_i x + B_i u \end{aligned} \quad (13)$$

Dimana $x \in R^{nx1}$ adalah vektor *state*, r adalah jumlah *rule*, M_y adalah kumpulan *fuzzy*, $u \in R^{mx1}$ u adalah masukan dan $A \in R^{nxn}$ adalah matriks *state*, $B \in R^{nxm}$ adalah matriks masukan. Penggunaan *singleton fuzzifier*, *max product inference* dan *center average defuzzifier*, penjumlahan model *fuzzy* dapat ditulis^[10]

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^r \omega_i(x)(A_i x + B_i u)}{\sum_{i=1}^r \omega_i(x)} \quad (14)$$

dengan ω_i adalah

$$\omega_i(x) = \prod_{j=1}^n \mu_{ij}(x_j) \quad (15)$$

Dimana μ_{ij} adalah *membership function* dari j^{th} kumpulan *fuzzy* dalam i^{th} rule. Koefisien a_i adalah

$$a_i = \frac{\omega_i}{\sum_{i=1}^r \omega_i} \quad (16)$$

Kemudian persamaan (14) diubah menjadi^[8]

$$\dot{x} = \sum_{i=1}^r a_i(x) (A_i x + B_i u) \quad i = 1, 2, 3, \dots, r \quad (17)$$

Dimana $a_i > 0$ dan $\sum_{i=1}^r a_i = 1$.

Dengan menggunakan metode yang sama untuk membuat rule fuzzy Takagi-Sugeno sebagai kontroler, rule kontroler dapat ditulis sebagai berikut^[2]

ith Controller Rule
 IF $x_1(t)$ is M_{i1} and ... $x_n(t)$ is M_{in}
 THEN $u = -K_i x$ (18)

Persamaan kontroler sebagai berikut^[8]

$$u = -\sum_{i=1}^r a_i(x) K_i x \quad (19)$$

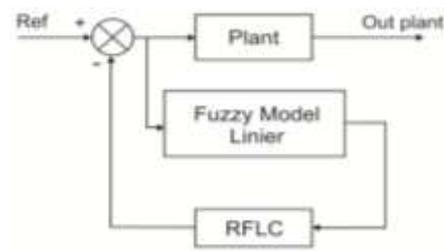
2.4 Metode Kontrol Robust Fuzzy

Ide dasar dari desain kontroler *robust fuzzy* adalah dengan membuat *soft-switching* dengan *fuzzy* sebagai Takagi-Sugeno *inference system* dalam persamaan (19) untuk solusi kontrol optimal di setiap *operating point*^[7]. Solusi kontrol optimal di setiap *operating point* didesain menggunakan LQR. Langkah-langkah dalam mendesain kontroler *robust fuzzy* sebagai berikut:

1. Membuat model linier dengan metode *piece-wise linearization* dari sistem nonlinier^[7]
2. Optimasi setiap persamaan model linier dari langkah 1 menggunakan *Linear Quadratic Regulator* (LQR)^[7]
3. Menambahkan *operating point* sebagai pengkondisi sinyal untuk mengubah *fuzzy* Takagi-Sugeno^[7].
4. Konsep kumpulan *fuzzy* dari pengkondisi sinyal berdasarkan data *operating point* yang tersebar dari seluruh kumpulan *operating point*, dan kumpulan *fuzzy* untuk masukan yang lain^[7].
5. Desain *rule*^[7]

3. Perancangan Simulasi

Struktur sistem pengendalian *inverted pendulum* ditunjukkan oleh Gambar 2.



Gambar 2 Diagram blok kontrol *inverted pendulum* dengan *robust fuzzy*

3.1 Perancangan Plant Inverted Pendulum

Berdasarkan persamaan (7) dapat dibuat model dari sistemnya menggunakan *simulink Matlab*. Namun untuk memudahkan dalam pembuatan model sistem, persamaan sistem diubah berdasarkan keluaran sistem. Keluaran dari sistem adalah posisi (x) dan sudut (θ). Oleh karena itu persamaannya menjadi

$$\ddot{x} = \frac{1}{M} (F - N - b\dot{x}) \quad (22)$$

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{I} (Nl \cos \theta + Pl \sin \theta) \quad (23)$$

Dimana

$$N = m(\ddot{x} + l\dot{\theta}^2 \sin \theta - l\ddot{\theta} \cos \theta) \quad (24)$$

$$P = m(-l\dot{\theta}^2 \cos \theta - l\ddot{\theta} \sin \theta + g) \quad (25)$$

Pada persamaan model sistem terdapat beberapa parameter yang dibutuhkan. Parameter sistem tersebut ditampilkan pada tabel 1.

Tabel 1 Parameter fisik model^[4]

Parameter	Nilai	Satuan
M	0,5	kg
M	0,2	kg
B	0,1	N/m/s
L	0,3	m
I	0,006	kg m ²
G	9,8	kg m s ⁻²

3.2 Perancangan Metode Kontrol Robust Fuzzy

3.2.1 Piece-wise linearization

Pada proses ini, nilai masukan sistem dikelompokkan menjadi beberapa range. Range masukan dikelompokkan berdasarkan keluaran sistem yaitu sudut. Tabel 2 adalah hasil pengelompokan nilai masukan.

Tabel 2 Range gaya

No.	Range Gaya (N)
1.	0 – 1,5 N
2.	1,6 – 3,1 N
3.	3,2 – 5,3 N
4.	5,4 – 8 N
5.	8,1 – 10,2 N

6.	10,3 – 11,8 N
7.	11,9 – 14 N

Persamaan nonlinier inverted pendulum dalam persamaan (22), (23), (24), dan (25) dilinierisasi menggunakan piece wise linearization pada setiap *operating point*. Nilai masukan dan keluaran sistem dari tiap range masukan digunakan untuk mengidentifikasi sistem. Proses identifikasi ini menggunakan toolbox identification.

3.2.2 Optimasi Seluruh Operating Point dengan Linear Quadratic Regulator (LQR)

Pada kendali optimal LQR, variabel yang perlu dicari adalah nilai konstanta penguatan umpan balik K. Perhitungan nilai konstanta penguatan umpan balik K dilakukan dengan program Matlab sebagai berikut:

$$[K] = \text{lqr}(A, B, Q, R); \quad (26)$$

Dalam perhitungan LQR, dibutuhkan Matriks pembobotan Q dan R. Nilai matriks pembobotan Q dapat dicari dengan perhitungan:

$$Q = C'x C \quad (27)$$

Sedangkan untuk pembobotan nilai pembobotan R yang digunakan adalah $R = 1$.

3.2.3 Desain Fuzzy Model Takagi-Sugeno

Fuzzy model Takagi-Sugeno digunakan untuk estimasi nilai *state* yang akan dihasilkan jika diberi sebuah nilai masukan. Hasil *state* estimasi ini akan digunakan untuk masukan kontrollernya. Dalam sistem *inverted pendulum* ini terdapat 2 nilai *state* estimasi yaitu x_1 dan x_2 . Jumlah *state* ini didapatkan dari hasil identifikasi yang menggunakan pendekatan orde 2. Rumus perhitungan *state* estimasi yaitu:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (28)$$

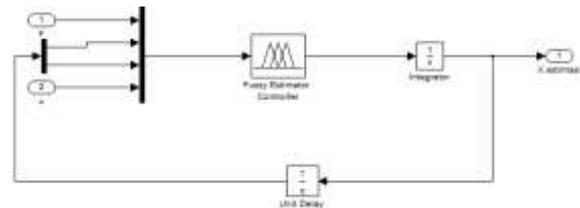
Persamaan (28) diubah berdasarkan perhitungan keluaran dari fuzzy Takagi-Sugeno yaitu

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & A & B & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{Cond} \\ x \\ u \\ c \end{bmatrix} \quad (29)$$

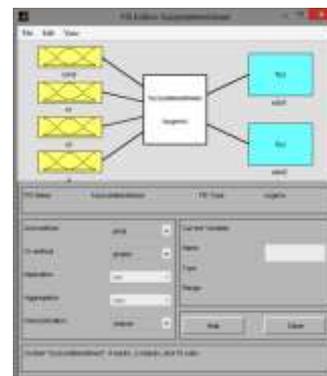
Ket:

- \dot{x} = State estimasi
- A = Matriks A
- B = Matriks B
- Cond = Referensi
- x = state
- u = Masukan sistem
- c = Konstanta

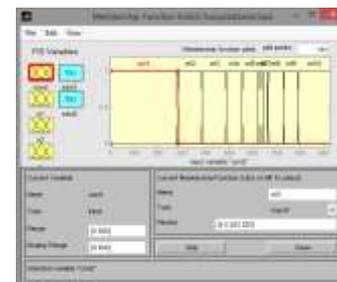
Dalam desain fuzzy model, digunakan kontrol fuzzy Takagi-Sugeno. Kontrol fuzzy ini berfungsi memilih nilai *state* yang akan digunakan. Pemilihan nilai *state* ini sesuai dengan nilai masukan sistem. Masukan kontrol fuzzy yaitu referensi (*cond*), nilai *state* (x), dan nilai masukan sistem (u) sedangkan keluaran dari fuzzy yaitu *state* estimasi 1 (\dot{x}_1) dan *state* estimasi 2 (\dot{x}_2). Untuk mendesain fuzzy ini, digunakan fungsi *fuzzy toolbox* pada *Matlab*.



Gambar 3 Subsistem fuzzy model



(a)



(b)



(c)

Gambar 4 GUI Fuzzy model
 (a) Desain masukan dan keluaran
 (b) Membership function *cond*
 (c) Membership function \dot{x}_1

Rule-Base untuk *fuzzy model* harus disesuaikan dengan *operating point* dari sistem. Jumlah *operating point* dalam sistem ini ada 10 buah. Oleh karena itu, jumlah *Rule-Base* dalam *fuzzy* ini ada 10 buah. *Rules* tersebut sebagai berikut :

Rule - i
 IF (Cond is MF1) and (State1 is x_1) and (State2 is x_2) and (u is u)
 THEN $\dot{x} = A_i x + B_i u$

3.2.4 Desain Kontroler Robust Fuzzy

Kontrol *robust fuzzy* ini berfungsi sebagai *soft switching* dalam pemilihan nilai *gain K* dari optimasi LQR. Dalam pemilihan nilai *gain K* ini akan disesuaikan dengan *operating point* yang aktif. Hasil dari kontroler ini merupakan sinyal kontrol untuk mengendalikan sistem menuju titik keseimbangan. Rumus perhitungan keluaran kontroler *robust fuzzy* yaitu:

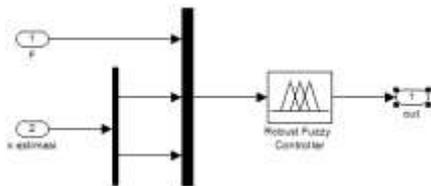
$$output = K_x x \tag{30}$$

Persamaan (30) diubah berdasarkan perhitungan keluaran dari *fuzzy Takagi-Sugeno* yaitu

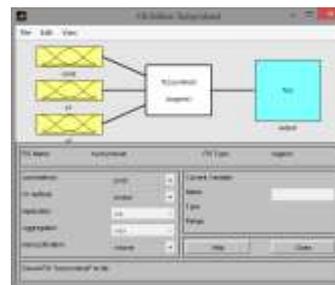
$$output = [0 \quad K \quad 0] \begin{bmatrix} cond \\ x \\ c \end{bmatrix} \tag{31}$$

- Ket:
- output = Nilai keluaran dari kontroler
 - K = Nilai LQR
 - Cond = Referensi
 - x = Nilai state
 - c = Konstanta

Dalam desain kontroler *robust fuzzy*, digunakan kontrol *fuzzy Takagi-Sugeno*. Kontrol *fuzzy* ini berfungsi memilih nilai *gain* yang akan digunakan. Pemilihan nilai *gain* ini sesuai dengan nilai referensi. Masukan kontrol *fuzzy* yaitu referensi (*cond*), dan nilai state (x) sedangkan keluaran dari *fuzzy* yaitu nilai LQR (*output*). Untuk mendesain *fuzzy* ini, digunakan fungsi *fuzzy toolbox* pada *Matlab*.



Gambar 5 Subsistem kontroler *robust fuzzy*



(a)



(b)



(c)

Gambar 6 GUI *robust fuzzy*
 (a) Desain masukan dan keluaran
 (b) Membership function *cond*
 (c) Membership function *output*

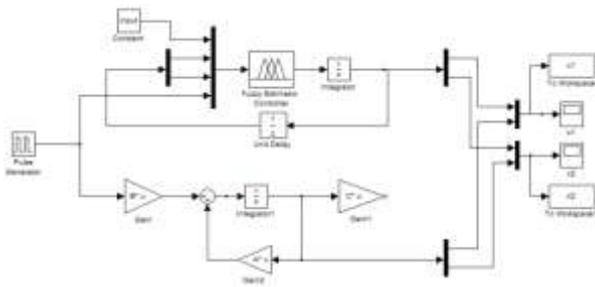
Rule-Base untuk kontrol *robust fuzzy* harus disesuaikan dengan *operating point* dari sistem. Jumlah *operating point* dalam sistem ini ada 10 buah. Oleh karena itu, jumlah *Rule-Base* dalam *fuzzy* ini ada 10 buah. *Rules* tersebut sebagai berikut :

Rule - i
 IF (Cond is MF1) and (State1 is x_1) and (State2 is x_2)
 THEN $u_i = -K_x$

4. Pengujian dan Analisis

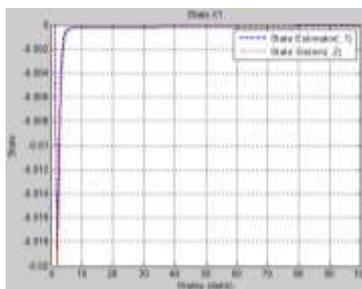
4.1 Pengujian State Estimasi

Pada bagian ini dilakukan pengujian terhadap *fuzzy model*. Dalam pengujian ini, sistem dibuat *open loop*. Pengujian ini bertujuan untuk membandingkan nilai keluaran *state* sistem dengan nilai keluaran dari *fuzzy model*. Gambar 7 adalah rangkaian *simulink* dari pengujian *fuzzy model*.

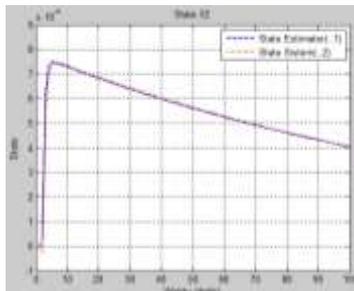


Gambar 7 Simulink pengujian fuzzy model

Berikut ini adalah hasil pengujian dari fuzzy state estimator yaitu:



(a)



(b)

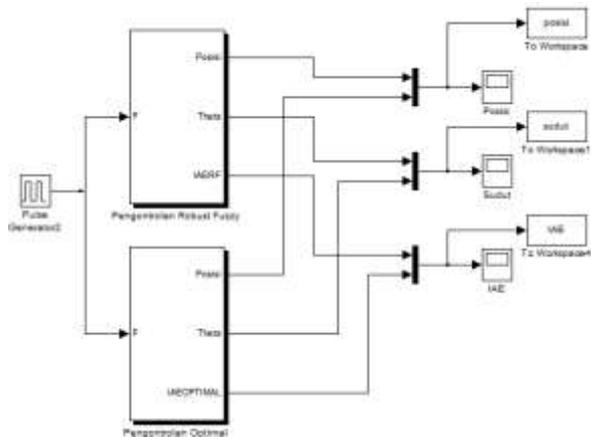
Gambar 8 Grafik state dengan masukan sebesar 1 N
(a) State 1 (x_1) (b) State 2 (x_2)

Berdasarkan hasil data pengujian, fuzzy state estimator memiliki nilai yang sama dengan state dari model sistem. Hal ini berarti nilai state dari fuzzy state estimator dan nilai state dari model sistem sama sehingga dapat dikatakan fuzzy state estimator bekerja dengan baik.

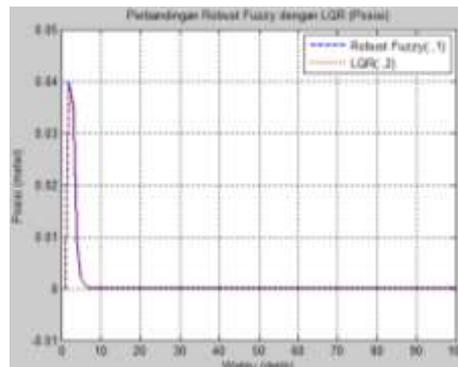
4.2 Pengujian Perbandingan Respon Sistem Linier Dengan Robust Fuzzy dan Kontrol Optimal

Pada bagian ini dilakukan perbandingan respon sistem linier dengan metode kontrol robust fuzzy dan optimal. Hasil keluaran sistem berupa posisi dan sudut dibandingkan sedangkan untuk nilai integral area error dari tiap metode kontrol juga dibandingkan untuk mengetahui nilai error dari masing-masing metode. Gambar 9 adalah rangkaian simulink dari pengujian

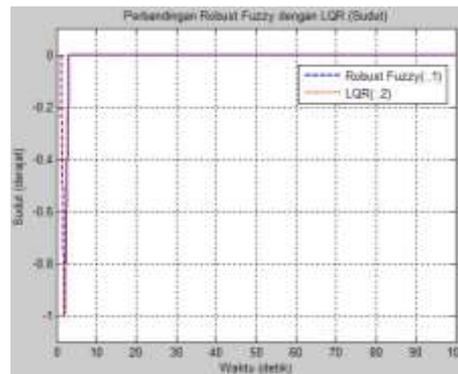
perbandingan respon sistem linier dengan robust fuzzy dan kontrol optimal terhadap sistem linier.



Gambar 9 Simulink pengujian perbandingan respon robust fuzzy dan LQR terhadap model linier



(a)



(b)

Gambar 10 Grafik respon sistem dengan masukan 1 N
(a) Posisi (b) Sudut

Gambar 10 merupakan hasil keluaran dari sistem berupa posisi dan sudut. Selain data posisi dan sudut, didapatkan juga data integral area error. Integral area error digunakan untuk menganalisis metode kontrol mana yang memiliki pengendalian yang lebih baik. Pada tabel 3 merupakan data integral area error.

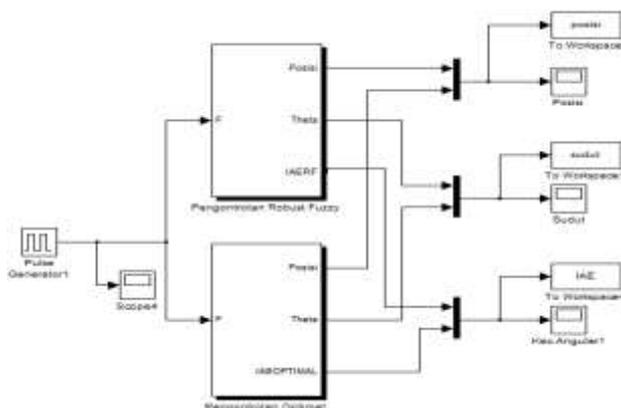
Tabel 3 Perbandingan nilai rata-rata integral area error antara *robust fuzzy* dan optimal untuk sistem linier

No.	Range Gaya	Integral Area Error	
		<i>Robust fuzzy</i>	Optimal
1.	0 – 1,5	0,016	0,015
2.	1,6 – 3,1	0,3	0,01
3.	3,2 – 5,3	0,14	$1,75 \times 10^{271}$
4.	5,4 – 8	0,36	0,47
5.	8,1 – 10,2	0,62	0,69
6.	10,3 – 11,8	0,89	0,23
7.	11,9 – 14	1,076	$4,3 \times 10^{195}$

Pada *range* gaya ke-1, sistem yang dikontrol dengan *robust fuzzy* memiliki keluaran sistem yang hampir sama dengan sistem yang dikontrol optimal. Nilai IAE pada kontrol optimal lebih bagus dari kontrol *robust fuzzy*. Pada *range* gaya ke-2 dan ke-6, nilai IAE optimal lebih bagus dari *robust fuzzy*. Namun, hasil keluaran pada *robust fuzzy* lebih baik daripada kontrol optimal. Hal ini dapat dilihat dari posisi dan sudut dari *inverted pendulum*. Pada *range* gaya ke-3,4,5,7, nilai IAE *robust fuzzy* lebih baik daripada nilai IAE kontrol optimal. Hasil keluaran dari *robust fuzzy* lebih baik daripada hasil keluaran dari kontrol optimal.

4.3 Pengujian Perbandingan Respon Sistem Nonlinier Dengan *Robust Fuzzy* dan Kontrol Optimal

Pada bagian ini dilakukan perbandingan respon sistem nonlinier dengan metode kontrol *robust fuzzy* dan optimal. Hasil keluaran sistem berupa posisi dan sudut dibandingkan sedangkan untuk nilai *integral area error* dari tiap metode kontrol juga dibandingkan untuk mengetahui nilai *error* dari masing-masing metode. Gambar 11 adalah rangkaian *simulink* dari pengujian perbandingan respon sistem linier dengan *robust fuzzy* dan kontrol optimal terhadap sistem nonlinier.

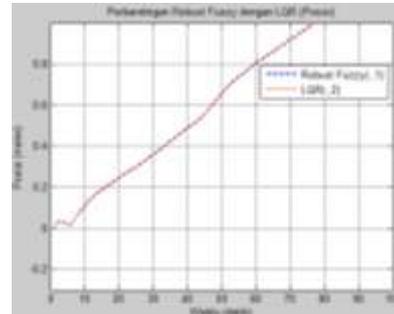


Gambar 11 Simulink pengujian perbandingan respon *robust fuzzy* dan LQR terhadap model nonlinier

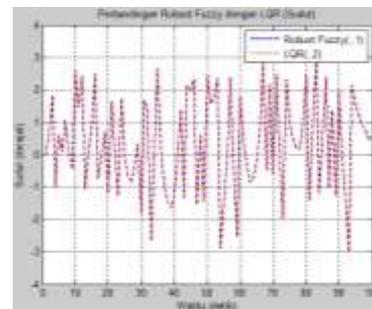
Rangkaian pengujian ini hampir sama dengan rangkaian pengujian terhadap sistem linier. Hal yang membedakan adalah terletak pada blok subsistem *inverted pendulum*.

Pada pengujian ini, blok subsistem yang digunakan adalah blok subsistem *inverted pendulum* nonlinier.

Berikut ini adalah hasil dari pengujian ini yaitu:



(a)



(b)

Gambar 14 Grafik respon sistem dengan masukan 1 N (a) Posisi (b) Sudut

Gambar 12 merupakan hasil keluaran dari sistem berupa posisi dan sudut. Selain data posisi dan sudut, didapatkan juga data *integral area error*. *Integral area error* digunakan untuk menganalisis metode kontrol mana yang memiliki pengontrolan yang lebih baik. Pada tabel 4 merupakan data *integral area error*.

Tabel 4 Perbandingan nilai rata-rata integral area error antara *robust fuzzy* dan optimal untuk sistem nonlinier

No.	Range Gaya	Integral Area Error	
		<i>Robust fuzzy</i>	Optimal
1.	0 – 1,5	0,013	0,013
2.	1,6 – 3,1	0,27	0,017
3.	3,2 – 5,3	0,15	508087,3
4.	5,4 – 8	0,31	0,4
5.	8,1 – 10,2	0,54	0,6
6.	10,3 – 11,8	0,78	0,2
7.	11,9 – 14	0,94	38886,23

Pada pengujian kali ini, sistem diberi masukan setiap *range* gaya. Hasil keluaran dari sistem tidak stabil di nilai 0. Hal ini dikarenakan dalam pengujian kali ini menggunakan persamaan nonlinier. Pada *range* gaya ke-1, sistem yang dikontrol dengan *robust fuzzy* memiliki keluaran sistem yang hampir sama dengan sistem yang dikontrol optimal. Nilai IAE pada kontrol optimal lebih

bagus dari kontrol robust fuzzy. Pada *range* gaya ke-2 dan ke-6, nilai IAE optimal lebih bagus dari robust fuzzy. Pada *range* gaya ke-3,4,5,7, nilai IAE robust fuzzy lebih baik daripada nilai IAE kontrol optimal. Hasil keluaran dari robust fuzzy lebih baik daripada hasil keluaran dari kontrol optimal.

5. Kesimpulan dan Saran

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan simulasi dan analisis yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Jika dijalankan pada suatu nilai referensi, nilai keluaran *fuzzy state* model sama dengan nilai *state* dari sistem linier.
2. Pada pengujian kontroler terhadap sistem linier, kontrol optimal lebih baik dari *robust fuzzy* pada *range* gaya 0 – 1,5 N. Kontrol *robust fuzzy* memiliki respon lebih baik daripada kontrol optimal pada *range* gaya 1,6 – 14 N.
3. Pada pengujian kontroler terhadap sistem nonlinier, kontrol optimal lebih baik dari *robust fuzzy* pada *range* gaya 0 – 3,1 N dan 10,3 – 11,8 N. Kontrol *robust fuzzy* memiliki respon lebih baik daripada kontrol optimal pada *range* gaya 3,2 – 10,2 N dan 11,9 – 14 N.
4. Metode kontrol *robust fuzzy* memiliki respon yang lebih baik dibandingkan metode kontrol optimal. Hal ini dikarenakan metode kontrol *robust fuzzy* mampu mengontrol sistem dengan berbagai masukan sedangkan metode kontrol optimal tidak mampu mengontrol sistem dengan berbagai masukan.

5.2 Saran

Untuk pengembangan sistem lebih lanjut, maka dapat diberikan saran sebagai berikut:

1. Untuk penelitian lebih lanjut, dapat digunakan *fuzzy model output* dan kalman filter untuk membandingkan nilai keluaran dari sistem dengan nilai keluaran dari *state* estimasi sehingga terdapat perbaikan *state*.
2. Penambahan *constrained input* pada LQR untuk mempersempit *range* nilai masukan.
3. Pengembangan *overlap membership condition* agar respon sistem lebih baik jika diberi nilai masukan berupa batas dari *range* gaya.

Daftar Pustaka

- [1]. Ahmady, Syamsu Alam., *Pengembangan Algoritma Sistem Kendali Cerdas Dengan Metode Adaptive Fuzzy Untuk Inverted Pendulum*, Skripsi S-1, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya, 2011.
- [2]. F. Khaber, K. Zehar, and A. Hamzaoui, "State feedback controller design via Takagi-Sugeno fuzzy model: LMI approach", *International Journal of Computation Intelligence*, Vol 2, No 2, pp. 148-153, 2005.

- [3]. Kasruddin, Ahmad Nor., *Modeling And Controller Design For An Inverted Pendulum System*, Tesis, Universiti Teknologi Malaysia, Johor Bahru, 2007.
- [4]. Lewis, Frank, dkk. *Optimal Control*, John Wiley & Sons, Inc, 1995.
- [5]. N.E. Mastorakis, "Modeling dynamical systems via the Takagi-Sugeno fuzzy model", *Proceedings of the 4th WSEAS International Conference on Fuzzy sets and Fuzzy Systems*, Udine, Italy, march 25-27, 2004.
- [6]. T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern.*, vol. SMC-15, pp. 116–132, May 1985.
- [7]. Triwiyatno, Aris, dkk., *A New Method of Robust Fuzzy Control: Case Study of Engine Torque Control of Spark Ignition Engine*, Dissertation, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya, 2011.
- [8]. Triwiyatno, Aris, dkk., "Fuzzy State Observer Design for Engine Torque Control System of Spark Ignition Engine", Dissertation, Institut Teknologi Sepuluh November, Surabaya, 2011.