# IDENTIFIKASI MODEL PADA QUADROTOR DENGAN METODE ESTIMASI PARAMETER RELS

Bayu Gigih Prasetyo\*), Aris Triwiyatno, and Budi Setiyono

Jurusan Teknik Elektro, Universitas Diponegoro Semarang Jl. Prof. Sudharto, SH, Kampus UNDIP Tembalang, Semarang 50275, Indonesia

\*) E-mail: bayugigihp@gmail.com

#### **Abstrak**

Pada penelitian ini, dilakukan perancangan identifikasi sistem pada sebuah wahana terbang tanpa awak yaitu *quadrotor*. Sistem dinamik *quadrotor* memiliki 4 masukan berupa kecepatan 4 motor dan 3 keluaran berupa sudut yang dibentuk *quadrotor*. Pengambilan data masukan dan keluaran dilakukan secara serial dengan menggunakan RF YS-1020UA. Struktur model sistem yang digunakan adalah struktur *auto regressif moving average with exogenous input*(ARMAX). Metode estimasi parameter dilakukan dengan metode *recursive extended least square* (RELS). Validasi model terestimasi diperoleh dengan perhitungan *root mean square error* (RMSE) dan validasi berdasarkan grafik.

Kata Kunci: estimasi, identifikasi, model matematis, RELS, quadrotor.

#### **Abstract**

In this thesis, carried out the design of the identification system on a unmanned aerial vehicle that is quadrotor. Quadrotor dynamic system has 4 input is the speed of 4 motors and 3 outputs in the form of the angle formed quadrotor. Retrieval of data input and output serially performed using RF YS-1020UA. The structure of the system model used is the structure of the auto regressif moving average with exogenous inputs (ARMAX). Parameter estimation method carried out by the method of extended recursive least squares (RELS). Estimated model validation is obtained by calculating the root mean square error (RMSE) and validation based on the graph.

Keywords: estimation, identification, mathematical model, RELS, quadrotor.

### 1. Pendahuluan

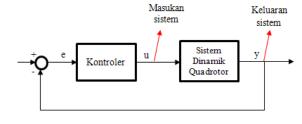
Pada banyak kasus teknik kontrol otomatik, pengetahuan tentang sistem, terutama sistem yang dikontrol adalah mutlak. Tanpa pengetahuan akurat tentang sistem, yaitu model serta karakteristik (sifat-sifat) yang dimiliki, sulit memperoleh solusi untuk melakukan kontrol hubungan input output dari sistem bersangkutan. Analisa suatu sistem akan lebih mudah jika diketahui model parametrik sistem yang bersangkutan. Suatu model dapat menunjukkan semua parameter dari sistem<sup>[3]</sup>.

Salah satu langkah penting dalam mendesain sistem kendali *quadrotor* agar mampu stabil adalah identifikasi sistem. Jelas sekali bahwa mengembangkan sistem kendali *quadrotor* tanpa memiliki model dinamik yang akurat adalah tidak mungkin. Dalam laporan ini akan dipaparkan identifikasi sistem *quadrotor* dengan metode estimasi parameter secara *recursif extended least square* (RELS). Pengambilan data dilakukan pada kondisi lup tertutup.

# 2. Metode

#### 2.1 Akuisisi Data

Data yang diambil adalah masukan sistem yaitu sinyal kontrol berupa sinyal PWM dan keluaran sistem yaitu berupa kemiringan sudut *quadrotor*. Pengambilan data dilakukan secara serial melalui *transmitter* YS-1020UA pada sisi pengirim/*quadrotor*. Penerimaan data dilakukan melalui *receiver* YS-1020UA dan komputer pada sisi penerima (*ground segment*).



Gambar 1. Diagram pengendalian quadrotor

### 2.2 Teknik Estimasi Least Square

Model dasar suatu sistem dapat dinyatakan dengan persamaan beda sebagai berikut.

$$y(t) = \theta^{T} \varphi(t - 1) + e(t) \tag{1}$$

 $\mathbf{y}$  adalah keluaran *quadrotor* dan  $\boldsymbol{\theta}$  adalah vektor parameter sistem.  $\boldsymbol{\varphi}$  adalah vektor informasi sistem yaitu keluaran, masukan dan gangguan. Setelah struktur model didefinisikan dan data terkumpul, estimasi parameter  $\boldsymbol{\theta}$  dapat dilakukan secara sederhana, yaitu meminimalkan jarak antara prediksi keluaran (berdasarkan parameter  $\boldsymbol{\theta}$ ) dan keluaran yang teramati. Dengan metode estimasi Least-Squares, parameter terestimasi dapat diperoleh sebagai berikut

$$\begin{array}{l} \theta_N^{LS} = \\ \arg\min_{\theta \in D_{\mathcal{M}}} J_N(\theta, Z^N) = \\ \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) \varphi^T(t)\right]^{-1} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varphi(t) y(t) \end{array} \tag{2}$$

Parameter  $\hat{\theta}$  harus diestimasi pada waktu t, sehingga meminimalkan jumlah kuadrat dari perbedaan antara keluaran plant dan keluaran model prediksi. Nilai  $\hat{\theta}(t)$  yang meminimalkan kriteria kriteria jumlah kuadrat kesalahan prediksi diperoleh dengan mencari:

$$\frac{\partial f(t)}{\partial \hat{\theta}(t)} = -2 \sum_{i=1}^{t} [y(i) - \hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)] \phi(i-1) = 0$$
 (3)

Dari persaman di atas, maka

$$\theta(t) = [\sum_{i=1}^{t} \phi(i-1)\phi(i-1)^{T}]^{-1} \sum_{i=1}^{t} y(i)\phi(i-1)$$
 (5)

Persamaan tersebut dapat ditulis sebagai berikut

$$\hat{\theta}(t) = F(t) \sum_{i=1}^{t} y(i) \phi(i-1)$$
(6)

Di mana
$$F(t)^{-1} = \sum_{i=1}^{t} \phi(i-1)\phi(i-1)^{T}$$
(7)

Algoritma di atas bukanlah rekursif. Untuk memperoleh algoritma rekursif, estimasi  $\hat{\theta}(t+1)$  diperhitungkan:

$$\hat{\theta}(t+1) = F(t+1) \sum_{i=1}^{t+1} y(i) \phi(i-1)$$
 (8)

$$F(t+1)^{-1} = \sum_{i=1}^{t+1} \phi(i-1)\phi(i-1)^{T} = F(t)^{-1} + \phi(t)\phi(t)^{T}$$
 (9)

Dan  $\theta(t)$  dinyatakan sebagai:

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \Delta \hat{\theta}(t+1) \tag{10}$$

Dari persamaan (10) (penambahan dan pengurangan  $(t) \phi(t)^T \hat{\theta}(t)$ ) diperoleh

$$\sum_{i=1}^{t+1} y(i) \ \phi(i-1) = \sum_{i=1}^{t} y(i) \ \phi(i-1) + y(t+1) + \phi(t) \ \phi(t)^T \hat{\theta}(t)$$
(11)

Dari persamaan (7, 9 dan 10) persamaan 11 dapat ditulis

$$\sum_{i=1}^{t+1} y(i) \phi(i-1) = F(t+1)^{-1} \hat{\theta}(t+1) = F(t)^{-1} \hat{\theta}(t) + \phi(t) \phi(t)^{T} \hat{\theta}(t) + \phi(t) [y(t-1) - \hat{\theta}(t)^{T} \phi(t)]$$
(12)

Kemudian diperoleh

$$F(t+1)^{-1}\theta(t+1) = F(t+1)^{-1}\theta(t) + \phi(t)\varepsilon^{\circ}(t+1)$$
 (13)

Dengan mengalikan F(t+1), diperoleh

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t+1)\phi(t)\varepsilon^{o}(t+1) \tag{14}$$

Algoritma adaptasi persamaan (11) memiliki bentuk rekursif. Rumus rekursif untuk F(t+1) diperoleh dengan *lemma* pembalikan matriks pada persamaan (7). *Lemma*: misalkan F merupakan matriks berdimensi  $(n \times n)$  dan  $\phi$  adalah vektor dengan dimensi n, maka

$$(F^{-1} + \phi \phi^T)^{-1} = F - \frac{F \phi \phi^T F}{1 + \phi^T F \phi}$$
 (15)

Dari persaman (9, 15) diperoleh

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^{T}F(t)}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)}$$
(16)

Rumus pertama dari *recursive least square* (RLS) *parameter adaptation algorithm* (PAA) adalah sebagai berikut

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t+1)\phi(t)\varepsilon^{o}(t+1) \tag{17}$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^{T}F(t)}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)}$$
(18)

$$\varepsilon^{o}(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}(t)^{T}\phi(t)$$
(19)

Dengan persaman (17) dan (18) dapat diperoleh

$$\begin{split} \left[\hat{\theta}(t+1) - \hat{\theta}(t)\right] &= F(t+1)\phi(t)\varepsilon^{o}(t+1) = \\ F(t)\phi(t) &\frac{\varepsilon^{o}(t+1)}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)} \end{split} \tag{20}$$

Dari persamaan di atas diperoleh 
$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^{o}(t+1)}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)}$$
 (21)

Persamaan di atas menyatakan hubungan antara *a posteriori* kesalahan prediksi dan *a priori* kesalahan prediksi. Dengan persamaan tersebut dapat diperoleh

bentuk ekuivalen algoritma adaptasi parameter dari *least* square rekursif.

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t+1)\phi(t)\varepsilon(t+1) \tag{22}$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^{T}F(t)}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)}$$
(23)

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^{o(t+1)}}{1+\phi(t)^{T}F(t)\phi(t)}$$
 (24)

Nilai awal *F* adalah:

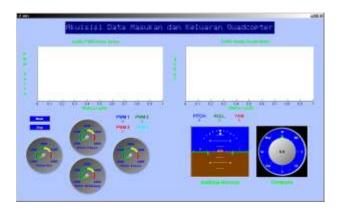
$$F(0) = \frac{1}{\delta}I = (GI)I$$
;  $0 < \delta \ll 1$  (25)

Dengan  $\delta = 0.001$  (GI = 1000). Algoritma rekursif least square adalah sebuah algoritma dengan gain adaptasi pengecilan<sup>[6]</sup>.

### 3. Hasil dan Analisis

#### 3.1. Perancangan Penerimaan Data

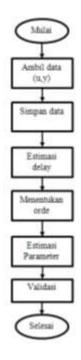
Pengambilan data dilakukan secara serial melalui transmitter YS-1020UA pada sisi pengirim/quadrotor. Penerimaan data dilakukan melalui receiver YS-1020UA dan computer pada sisi penerima (ground segment). Gambar 1 adalah antarmuka pengambilan data quadrotor yang terdiri dari grafik, gauge dan artificial horizon. Kemudian data tersimpan secara otomatis dalam bentuk file .mat. Dari perangkat lunak akuisisi data ini diperoleh data dalam lima kali percobaan.



Gambar 2 Antarmuka pengambilan data quadrotor

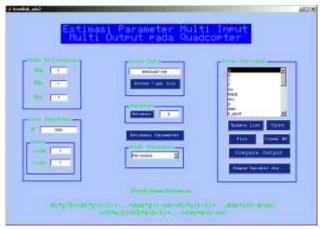
## 3.2 Perancangan Perangkat Lunak Estimasi

Tahap-tahap identifikasi terdiri dari akuisisi data, penentuan struktur model, orde model dan tundaan. Kemudian dilakukan tahap estimasi. Perangkat lunak untuk estimasi parameter yang digunakan adalah Matlab. Langkah-langkah perangkat lunak mengestimasi parameter dapat digambarkan pada Gambar 6. Data yang dihasilkan dalam 5 kali perobaan akan diestimasi dengan orde 5, 6 dan 7.



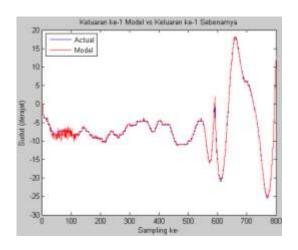
Gambar 3 Diagram alir program estimasi

Antarmuka perangkat lunak estimasi dirancang seperti berikut

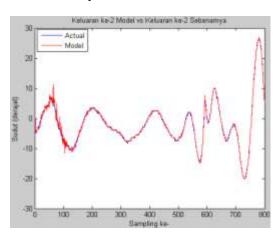


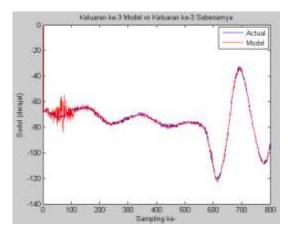
Gambar 4 Antarmuka perangkat estimasi

Dengan menggunakan perangkat lunak tersebut diperoleh grafik dan nilai akar rata-rata kesalahan kuadrat sebagai berikut.



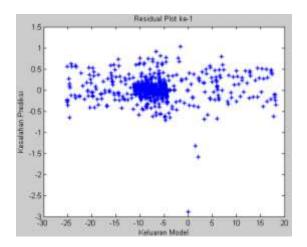
Gambar 5 Perbandingan sudut pitch model dengan sebenarnya



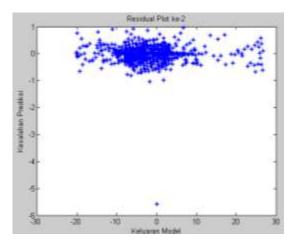


Gambar 7 Grafik perbandingan sudut yaw model dengan sebenarnya

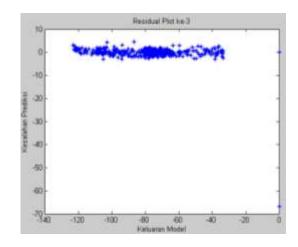
Gambar 5 sampai 7 menunjukkan grafik perbandingan keluaran model dengan keluaran sebenarnya dari percobaan kedua dengan orde 7. Dari grafik-grafik tersebut dapat dilihat grafik model berhimpit dengan grafik sebenarnya sehingga dapat disimpulkan hasil identifikasi cukup baik digunakan.



Gambar 8 Residual plot pada sudut pitch



Gambar 9 Residual plot pada sudut roll



Gambar 10 Residual plot pada sudut yaw

Gambar 8 sampai 9 merupakan plot validasi yang menunjukkan plot residual dari percobaan kedua dengan orde 7. Dari grafik-grafik tersebut dapat disimpulkan

bahwa hasil identifikasi dapat diterima sesuai dengan teori<sup>[7]</sup>.

Tabel 1 Perbandingan RMSE setiap percobaan

N	Orde	RMSE				
0	Polinomial	Percobaa	Percobaa	Percobaa	Percobaa	Percobaa
		n 1	n 2	n 3	n 4	n 5
1	n <sub>a</sub> = 5	0,46466	0,285661	0,32517	1,56120	0,28280
	n <sub>b</sub> = 5 n <sub>c</sub> = 5	11,6546	2,56260	3,72330	3,37160	12,2707
2	$n_a = 6$ $n_b = 6$	0,44608	0,27744	0,31452	0,286751	0,25778
	$n_{e} = 6$	[10.9922]	L <sub>2,55200</sub> J	[3,71770]	2,22340	l <sub>11,9549</sub> J
3	$n_a = 7$ $n_b = 7$	0,60123	0,26803	0,30464	0,46727	0,260651
	$n_e = 7$	L14,2678J	L2,53200J	L3,71080J	L 2,2245 J	l11,7864J

Tabel di atas diambil dari perhitungan program estimasi. Dari tabel dapat dilihat bahwa pada percobaan 1 nilai RMSE terkecil ada pada model dengan orde polinomial 6. Pada percobaan 2 nilai RMSE terkecil adalah model dengan orde polinomial 7. Pada percobaan 3 nilai RMSE terkecil adalah model dengan polinomial 7. Pada percobaan 4 nilai RMSE terkecil adalah model dengan polinomial 6. Pada percobaan 5 nilai RMSE terkecil adalah model dengan polinomial 7. Dari kelima percobaan, model dengan polinomial 7. Dari kelima percobaan, model dengan nilai RMSE terkecil dan memiliki grafik residual yang sesuai adalah model pada percobaan kedua dengan orde 7.

Validasi secara kualitatif dilakukan dengan plot grafik perbandingan keluaran sebenarna dengan keluaran terestimasi. Selain itu juga menggunakan plot residual yaitu plot antara keluaran model dengan kesalahan prediksi.

### 4. Kesimpulan

Metode estimasi RELS dapat mengestimasi dengan baik pada sistem *quadrotor*. Dari kelima percobaan terdapat 2 percobaan yang data sudut angguknya yang berubah secara tiba-tiba dan menyebabkan estimasi kurang maksimal. Hasil estimasi parameter maksimal diperoleh pada percobaan kedua dengan orde 7.

#### Referensi

- [1]. Stanculeanu, Ionel dan Theodor Borangiu, *Quadrotor Black-Box System Identification*, World Academy of Science, Engineering and Technology 78 2011.
- [2]. Salih, Atheer L., M. Moghavvemi, Haider A. F. Mohamed and Khalaf Sallom Gaeid, Flight PID controller design for a UAV quadrotor, University Malaya Kuala Lumpur, Malaysia, 2010.
- [3]. Tjokronegoro, Harijono A. *Identifikasi Parameter Sistem*. Institut Teknologi Bandung, 1996.
- [4]. Bresciani, Tomasso. *Modeliing, Identification, and Control of a Quadrotor Helicopter*, Lund University, Sweden 2008.

- [5]. Ljung, Lennart, System Identification: Theory for The User, Swedia, 1987.
- [6]. Landau, Ioan D., Digital Control System Design, Identification and Implementation, Springer, Lodon, 2006.
- [7]. Guidi, Hernan, Open and Close-Loop Model Identification and Validation, University of Pretoria, Sweden 2008.
- [8]. Forsell, Urban, Close-Loop Identification Methods, Theory, and Application, Linköping University, Sweden, 1999
- [9]. Saputra, Oka D., Pemodelan Dan Simulasi Roll, Pitch, Dan Yaw Pada Quadrotor, Universitas Diponegoro, Semarang, 2012.