

# ANALISIS PENJADWALAN UNIT PEMBANGKIT TERMIS DENGAN METODE *LAGRANGE MULTIPLIER* (Studi Kasus di PLTU Tanjung Jati B)

Afan Risena<sup>\*)</sup>, Agung Nugroho

Departemen Teknik Elektro, Universitas Diponegoro  
Jl. Prof. Sudharto, SH, Kampus UNDIP Tembalang, Semarang 50275, Indonesia

<sup>\*)</sup>E-mail: risenafan@gmail.com

## Abstrak

PT.PJB PLTU Tanjung Jati B Jepara yang memiliki 4 unit pembangkitan berkapasitas 4x660MW dengan bahan bakar utama batubara.mensuplai kebutuhan energi listrik Jawa Tengah. Peningkatan kebutuhan energi listrik menjadikan sebuah industri pembangkit listrik memiliki dan mengoperasikan lebih dari satu unit pembangkitan untuk menghasilkan energi listrik yang handal. Setiap unit generator mempunyai karakteristik biaya pembangkitan tersendiri.Salah satu biaya operasi terbesar pada pembangkit adalah biaya bahan bakar. Untuk mendapatkan pengoperasian pembangkit yang optimal, diperlukan adanya penjadwalan operasi pembangkit (*economic dispatch*) dengan metode yang digunakan adalah *Lagrange Multiplier*. Hasil simulasi penjadwalan pembangkit dengan metode *Lagrange multiplier* menghasilkan biaya operasi sebesar 42908.58\$/h memiliki selisih mencapai 3552.344\$/h lebih rendah dibanding dengan kondisi aktual sebesar 46460.92\$/h.

*Kata kunci: Penjadwalan ekonomis, biaya pembangkitan, lagrange multiplier*

## Abstract

PT.PJB PLTU Tanjung Jati B Jepara which has 4 units of 4x660MW power plant with main fuel of coal.supplies the energy needs of Central Java. The increasing demand for electrical energy in Indonesia makes a power plant industry own and operate more than one generating units to produce reliable electrical energy. The largest operating cost at the plant is at the fuel cost. Each generator unit has its own generating cost characteristics. To get the optimal operation of the plant, it is necessary to schedule the operation of the plant (*economic dispatch*). One method used is *Lagrange Multiplier*. The result of simulation of generator scheduling with *Lagrange multiplier* method resulted in operating cost of 57003.2 \$ / h has difference of 10417.72 \$ / h lower than actual condition equal to 46585.51 \$ / h difference reaching 10417.72 \$ / h.

*Keywords: Economic dispatch, generating costs,lagrange multiplier*

## 1. Pendahuluan

Dalam menjalankan tugasnya untuk menyediakan pasokan listrik PT. PJB Unit PLTU Tanjung Jati B Jepara mengoperasikan empat unit pembangkitan dengan daya masing-masing 660MW. Namun walaupun memiliki daya operasi yang sama keempat unit pembangkit tersebut tetap memiliki performa yang berbeda-beda dalam pengoperasiannya yang membuat biaya pembangkitan tiap unit akan berbeda. Pengoperasian ekonomis suatu pembangkit tenaga listrik memegang peranan penting di dalam industri tenaga listrik. Salah satu cara dalam pengoperasian pembangkit tenaga listrik adalah bagaimana mendapatkan biaya operasi yang minimum dengan tetap memenuhi batasan yang ada.[1]

Menurut penelitian yang telah dilakukan, terdapat beberapa metode untuk mengoperasikan pembangkit yang optimal dan ekonomis. Metode yang umum digunakan adalah dengan menggunakan metode *Lagrange Multiplier*. [3][6][7] Pendekatan dengan menggunakan *Least Square Parabolic* mampu untuk memperhitungkan kondisi yang

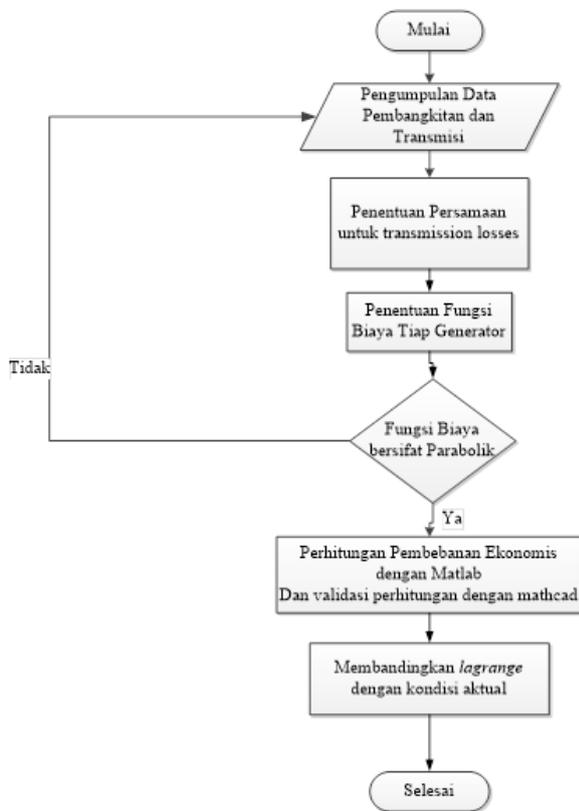
non-linear dengan menghasilkan solusi iterasi secara cepat, tepat dan konvergen. [1][2][10] Metode *Lagrange* mampu mengoptimalkan *economic dispatch* sehingga didapat hasil pembagian beban yang dengan biaya operasi seminimal mungkin. [3][6][12]

Dalam penelitian kali ini penulis akan mensimulasikan perhitungan ekonomis pembangkitan energi listrik dengan metode *Lagrange Multiplier* menggunakan Matlab R2016b. Hasil dari penelitian ini adalah kombinasi daya yang dibangkitkan oleh tiap-tiap generator dan biaya pembangkitan yang ekonomis diatas beban dasar setiap generator yaitu 330 MW pada pembebanan secara operasi sistem dengan permintaan daya  $330 < P \leq 660$  MW per unit serta dibandingkan dengan data aktual generator .

## 2. Metode

### 2.1. Metode Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan dalam beberapa tahap. Pada Gambar 1 dapat dilihat langkah-langkah metode penelitian.



Gambar 1. Diagram Alir Penelitian.

Pada tahap awal dilakukan penentuan fungsi losses dan fungsi karakteristik tiap unit pembangkit berdasarkan rata-rata keluaran energi terhadap daya yang dihasilkan menggunakan regresi polynomial orde 2. Kemudian membuat program simulasi *economic dispatch* dengan *Lagrange Multiplier*. Setelah itu dilakukan validitas metode *Lagrange Multiplier* dengan metode pembandingan perhitungan Iterasi Lambda menggunakan mathcad untuk melihat keakuratan hasil dari simulasi *Lagrange Multiplier*. yang didapat. Kemudian metode *Lagrange Multiplier*. disimulasikan menggunakan MATLAB R2016b untuk mencari hasil terbaik dari kombinasi unit pembangkit yang paling murah biaya operasinya. Hasil dari *Lagrange Multiplier* dibandingkan dengan kondisi aktual unit pembangkit PLTU Tanjung Jati B.

2.2. Penentuan Fungsi Biaya dan Losses

Secara umum fungsi tujuan dari program simulasi ini adalah penjadwalan pendistribusian beban optimal pada masing-masing unit pembangkit PLTU Tanjung Jati B untuk permintaan daya tertentu dengan mempertimbangkan batasan dari masing-masing generator itu sendiri sehingga permintaan daya dapat dipenuhi dengan biaya pembangkitan yang seminimal mungkin. Fungsi tujuan dari optimisasi *economic dispatch* ini dinyatakan dalam fungsi biaya bahan bakar dari unit pembangkit yang sesuai dengan Persamaan 1 :

$$C_i = \alpha_i + \beta_i P_i + \gamma_i P_i^2 \tag{1}$$

Dimana,

$C_i$  = biaya bahan bakar (masukan unit  $i$ ), dollar/jam

$P_i$  = daya yang dihasilkan (keluaran unit  $i$ ), MW

$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  = konstanta

1. Kapasitas unit pembangkit

Generator dari setiap unit pembangkit seharusnya membangkitkan daya tidak melebihi nilai maksimumnya serta tidak boleh dioperasikan untuk membangkitkan daya dibawah nilai minimumnya. Pada PLTG, pembebanan kurang dari beban minimum menyebabkan pembakaran yang kurang sempurna dan menyebabkan turunnya efisiensi.. Dalam hal ini unit PLTG Tambak Lorok memiliki batasan sebagai berikut

Tabel 1. Batasan PLTU Tanjung Jati B

Generator	Batas Minimum (MW)	Batas Maksimum (MW)
STG 1	330	660
STG 2	330	660
STG 3	330	660
STG 4	330	660

Nilai *losses* (rugi-rugi) pada saluran transmisi mempengaruhi terhadap besarnya pembangkitan tiap unit karena berpengaruh terhadap biaya operasi pembangkit. Besarnya nilai losses yaitu:

$$P_L = B_{11} P_i^2 \tag{2}$$

Dimana :

$$B_{11} = \frac{R_D}{|V_1|^2 (Pf)^2} \tag{3}$$

$B_{11}$  = losses

$R_D$  = losses

$R_d$  = tahanan saluran transmisi

$V_1$  = tegangan pada bus

$Pf$  = faktor daya pada bus

Tabel 2. Data Penghantar

Jenis Kabel Dimensi	Dimensi Penghantar	Maks. Konduktor pada AC 20 C(Ω/km)	Kapasitas Arus (A) Saluran Udara
ACSR-HAWK 2x281.1mm	2x281.1mm	0.685	1160

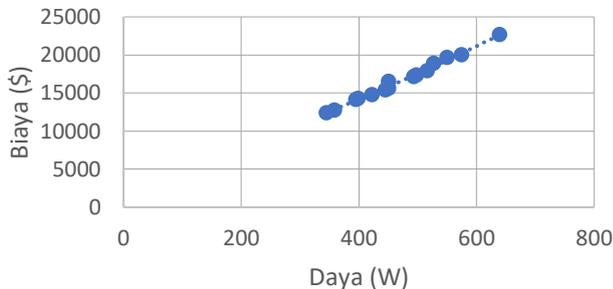
Panjang saluran dari Gardu Induk Tanjung Jati dengan beban terdekat yakni Gardu Induk Jepara sebesar 24.13 km sehingga diperoleh nilai  $R = 1.652905 \Omega$ . Koefisien nilai  $B_{11}$  sebesar  $0.694 \times 10^{-5}$ .

2.3. Pemodelan Unit-Unit Pembangkit

Berikut merupakan pemodelan unit-unit pembangkit PLTU Tanjung Jati B 4x660MW.

a. Unit 1

Grafik fungsi kuadratis karakteristik pembangkit Unit 1 dapat dilihat pada Gambar 2

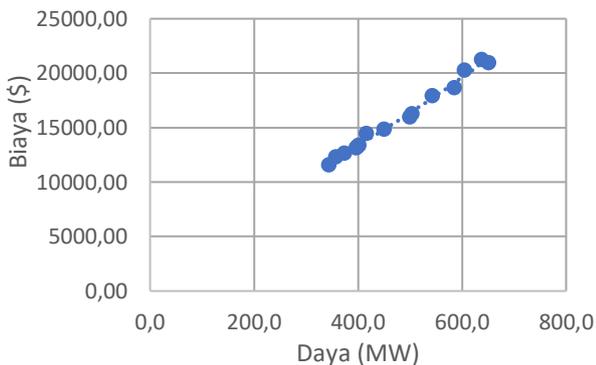


**Gambar 2. Grafik karakteristik Unit 1, Biaya (\$) terhadap Daya (MW)**

Persamaan karakteristik pembangkit unit 1 adalah  
 $C_1 = 2816.7 + 24.029P + 0.0109P^2$  (4)

b. Unit 2

Grafik fungsi kuadratis karakteristik pembangkit Unit 2 dapat dilihat pada Gambar 3

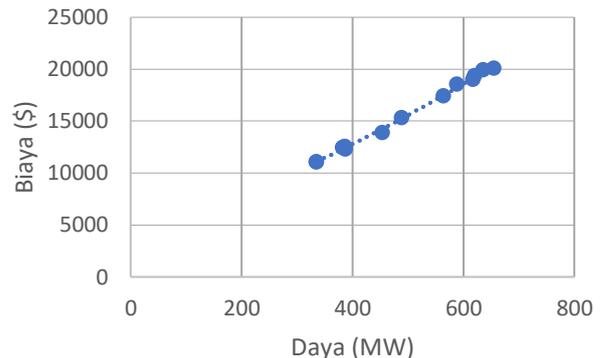


**Gambar 3. Grafik karakteristik unit 2, Biaya (\$) terhadap Daya (MW)**

Persamaan karakteristik pembangkit unit 2 adalah  
 $C_2 = 4025.8 + 18.124P + 0.0131P^2$  (5)

c. Unit 3

Grafik fungsi kuadratis karakteristik pembangkit Unit 3 dapat dilihat pada Gambar 4

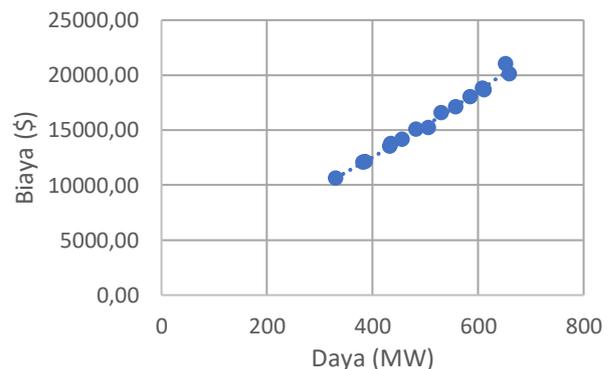


**Gambar 4. Grafik karakteristik Unit 3, Biaya (\$) terhadap Daya (MW)**

Persamaan karakteristik pembangkit unit 1.3 adalah  
 $C_3 = 3774.9 + 17.158P + 0.0111P^2$  (6)

d. Unit 4

Grafik fungsi kuadratis karakteristik pembangkit Unit 4 dapat dilihat pada Gambar 5



**Gambar 5. Grafik karakteristik Unit4, Biaya (\$) terhadap Daya (MW)**

Persamaan karakteristik pembangkit unit 4 adalah  
 $C_4 = 3440.5 + 17.861P + 0,0121P^2$  (7)

Dari perhitungan diatas maka pada pusat pembangkit listrik PLTU Tanjung Jati B mempunyai karakteristik sebagai berikut.

1. Unit 1

$$C_1 = 2816.7 + 24.029P + 0.0109P^2$$

2. Unit 2

$$C_2 = 4025.8 + 18.124P + 0.0131P^2$$

3. Unit 3

$$C_3 = 3774.9 + 17.158P + 0.0111P^2$$

4. Unit 4

$$C_4 = 3440.5 + 17.861P + 0,0121P^2$$

### 2.4. Perhitungan Pembebanan Ekonomis

Metode perhitungan untuk penjadwalan pembebanan ekonomis pada penelitian ini adalah *Lagrange Multiplier*. Berikut merupakan langkah-langkahnya:

1. Memasukkan nilai Permintaan daya (*Power Demand*).
2. Menentukan syarat batas pembangkitan minimum dan maksimum
3. Permintaan daya (PD) antara 330 MW s.d. 660MW menggunakan perhitungan 1 generator aktif.
4. Permintaan daya (PD) antara 660 MW s.d. 1320MW menggunakan perhitungan 2 generator aktif.
5. Permintaan daya (PD) antara 990 MW s.d. 1980MW menggunakan perhitungan 3 generator aktif.
6. Permintaan daya (PD) antara 1320 MW s.d. 2640MW menggunakan perhitungan 4 generator aktif.

### 3. Hasil dan Analisa

Pengujian dan analisis pada bab ini merupakan pengujian metode *Lagrange Multiplier* dalam proses penjadwalan ekonomis pada PLTU Tanjung Jati B yang menyertakan rugi-rugi saluran transmisi (*transmission loss*) ke dalam fungsi biaya. Sebagai validasi dari metode *Lagrange Multiplier*, perhitungan dengan menggunakan mathcad digunakan sebagai pembandingan nilai dari perhitungan dengan Matlab. Pengujian ini bertujuan untuk mengetahui keakuratan kinerja metode *Lagrange Multiplier* dalam proses penjadwalan ekonomis. Pengujian kemudian dilanjutkan dengan membandingkan hasil simulasi metode *Lagrange Multiplier* dengan operasi sistem dan pembebanan actual  $330 < P \leq 660$  MW.pada tiap unit PLTU.

#### 3.1. Biaya Pembangkitan Tiap Generator

Pusat Pembangkit Listrik Tenaga Uap Tanjung Jati B memiliki empat unit pembangkit listrik dengan nilai setting pada batas bawah sebesar 330 MW dan batas atas sebesar 660MW. Metode lagrange multiplier pada pembagian beban ekonomis diselesaikan dengan melakukan iterasi pada perhitungannya. Langkah awal metode ini adalah dengan memasukkan nilai lamba atau nilai bahan bakar ( $\lambda$ ) pada tampilan GUI dan nilai Power Demand (PD).

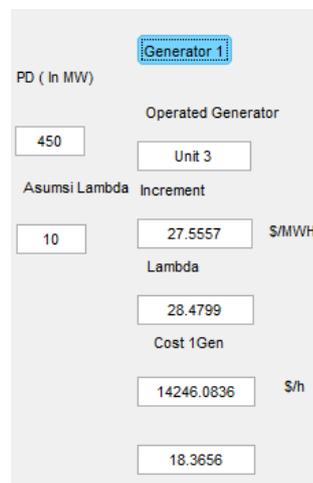
Pada saat 1 generator beroperasi belum terjadi pembagian beban, akan tetapi perbedaan karakteristik tiap unit pembangkitan menyebabkan perubahan biaya sesuai dengan naik-turunnya daya yang dimasukan yang dapat dilihat pada Tabel 3, sehingga pada tampilan GUI MATLAB yang dioperasikan akan menunjukkan unit dengan biaya pembangkitan paling murah sesuai dengan masukan daya yang diminta.

Tabel 3. Biaya pembangkitan tiap unit

Beban (MW)	Fuel Cost Unit 1 (\$/h)	Fuel Cost Unit 2 (\$/h)	Fuel Cost Unit 3(\$/h)	Fuel Cost Unit 4\$/h)
330	11933.2800	11433.3100	10645.8300	10652.3200
345	12404.0775	11837.8075	11015.5875	11042.7475
360	12879.7800	12248.2000	11390.3400	11438.6200
375	13360.3875	12664.4875	11770.0875	11839.9375
390	13845.9000	13086.6700	12154.8300	12246.7000
405	14336.3175	13514.7475	12544.5675	12658.9075
420	14831.6400	13948.7200	12939.3000	13076.5600
435	15331.8675	14388.5875	13339.0275	13499.6575
450	15837.0000	14834.3500	13743.7500	13928.2000
465	16347.0375	15286.0075	14153.4675	14362.1875
480	16861.9800	15743.5600	14568.1800	14801.6200
495	17381.8275	16207.0075	14987.8875	15246.4975
510	17906.5800	16676.3500	15412.5900	15696.8200
525	18436.2375	17151.5875	15842.2875	16152.5875
540	18970.8000	17632.7200	16276.9800	16613.8000
555	19510.2675	18119.7475	16716.6675	17080.4575

Tabel 3 menunjukkan bahwa Generator unit 3 memiliki nilai biaya pembangkitan murah diantara generator yang lain untuk semua permintaan beban (MW). Pada pembangkitan sebesar 550MW biaya pembangkitan dari yang termurah dan meningkat secara berurutan yakni Unit 3 kemudian Unit 4, Unit 2 dan Unit 1 masing-masing sebesar 16569.55 \$/h, 16924.30 \$/h, 17956.75 \$/h, dan 19329.90 \$/h.

Tampilan GUI Matlab dapat dilihat pada Gambar 6



Gambar 6. Tampilan GUI saat  $P_D > 330$  MW

#### 3.2. Pembagian Beban dengan Dua Generator Aktif

Permintaan daya yang berkisar antara 330 MW hingga 660 MW memiliki enam kemungkinan pengoperasian unit pembangkit untuk memperoleh biaya pembangkitan yang paling ekonomis. Kemungkinan yang pertama adalah pengoperasian unit 1 dan unit 2. Kemungkinan yang kedua adalah pengoperasian unit 1 dan unit 3, dan seterusnya. Perhitungan optimasi dengan dua generator ini menggunakan metode lagrange multiplier yang dilanjutkan dengan mensubstitusikan persamaan hingga

diperoleh nilai optimasi yang diinginkan namun tetap memperhatikan batas atas dan batas bawah dari setiap unit pembangkitan.

Setelah hasil simulasi dari semua kemungkinan pengoperasian generator diketahui, kita dapat membandingkan seluruh hasil simulasi untuk mendapatkan nilai pembangkitan yang paling ekonomis. Perbandingan biaya disajikan dalam Tabel 4.

**Tabel 4. Perbandingan ketiga kategori pengoperasian 2 Generator**

PD (MW)	UNIT 1-UNIT 2 (\$/Jam)	UNIT 1-UNIT 3 (\$/Jam)	UNIT 1-UNIT 4 (\$/Jam)	UNIT 2-UNIT 3 (\$/Jam)	UNIT 2-UNIT 4 (\$/Jam)	UNIT 3-UNIT 4 (\$/Jam)
660	23936.0000	23099.5100	23135.1400	22599.5400	22635.17	21818.5500
710	25440.3600	24470.8700	24584.8000	23970.9000	24071.3	23185.8900
760	27037.3900	25921.7900	26120.7200	25408.3500	25552.07	24599.3200
810	28711.6000	27454.8500	27745.3900	26888.9300	27077.17	26053.9000
860	30430.4300	29072.7900	29431.8400	28412.8000	28647.39	27550.2700
910	32193.8300	30754.5700	31161.3900	29880.6700	30263.45	29089.1300
960	34002.5500	32478.5100	32934.7500	31593.2700	31926.11	30671.1600
1010	35857.3400	34245.3300	34752.6600	33251.3400	33636.13	32297.0800
1060	37758.9700	36062.4400	36615.8500	34955.6400	35394.32	33967.6300
1110	39708.2300	37960.9900	38526.1700	36706.9500	37201.47	35683.5500
1160	41706.8900	39947.2300	40512.4100	38509.1600	39058.43	37445.6200
1210	43783.8200	42024.1600	42589.3400	40402.2400	40967.43	39262.0600
1240.99	45117.56	43357.9	43923.08	41628.04	42193.22	40433.57

Dapat dilihat pada Tabel 4 yang disajikan diatas, menunjukkan bahwa kategori pengoperasian 2 generator aktif dengan biaya pembangkitan termurah tidak berubah seiring perubahan beban. Pengoperasian generator Unit 3 dan Unit 4 merupakan kategori pengoperasian generator termurah saat permintaan beban (P-D) berada diantara 660 MW hingga 1300 MW beroperasi yakni dari 21818.55 \$/h hingga 40433.57 \$/h sedangkan kombinasi tertinggi adalah ketika pengoperasian Unit 1 dan Unit 2 dioperasikan yakni 23936 \$/h hingga 45117.56 \$/h.



**Gambar 7. Tampilan GUI saat P<sub>D</sub> < 1320**

**3.3. Pembagian Beban dengan Tiga Generator Aktif**

Beban minimal saat tiga generator diaktifkan adalah 990 MW sesuai dengan seluruh jumlah batas bawah generator. Dan batas atasnya sebesar 1980 MW yang merupakan jumlah daya maksimum yang bisa dihasilkan tiga generator dalam waktu yang bersamaan (3 x 660 MW). Pada Tabel 5 disajikan data hasil simulasi perhitungan dari permintaan daya minimum hingga permintaan daya maksimum. Hasil perhitungan dan simulasi di atas menunjukkan bahwa nilai pembangkitan disertai rugi-rugi jaringan transmisi pada kombinasi tiga generator aktif, unit 234 memiliki nilai

biaya paling murah bila dibandingkan dengan kombinasi yang lain.

**Tabel 5. Hasil simulasi saat tiga Generator aktif**

PD (MW)	UNIT 1, UNIT 2, UNIT 3 (\$/Jam)	UNIT 1, UNIT 2, UNIT 4 (\$/Jam)	UNIT 1, UNIT 3, UNIT 4 (\$/Jam)	UNIT 2, UNIT 3, UNIT 4 (\$/Jam)
990	34797.5200	34848.1000	34016.5300	33516.5600
1040	36184.3700	36293.6600	35395.1400	34895.1700
1090	37630.6900	37783.0700	36816.6500	36315.3900
1140	39119.7700	39317.0200	38279.4300	37765.7500
1190	40652.2800	40896.2400	39784.1400	39244.5700
1240	42228.9300	42521.4400	41331.4700	40752.1600
1290	43850.4500	44188.5400	42922.1100	42288.8300
1340	45514.0900	45885.8600	44556.7900	43854.8800
1390	47207.9700	47613.1400	46229.3000	45450.6300
1440	48940.8000	49370.7100	47930.7100	47076.4200
1490	50727.9700	51158.9100	49661.2900	48732.5700
1540	52468.0100	52978.0700	51421.3600	50419.4300
1590	56149.6000	54828.5500	53211.2500	52137.3200
1640	44144.9900	56710.6900	55037.7300	53886.6200
1690	58060.2200	58625.4000	56909.6100	55667.6600
1740	60018.6300	60583.8100	58831.3000	57485.0100
1790	62029.0400	62594.2200	60834.5500	59351.5400
1840	64123.5500	64688.7300	62929.0700	61273.5500
1890	66052.2000	66617.4000	63857.7400	62127.8600
1940	66052.2200	65617.4000	63857.7400	62127.8600

Tabel 5 menunjukkan bahwa kategori pengoperasian generator dengan biaya bahan bakar termurah adalah kombinasi unit 2, unit 3 dan unit 4 pada permintaan daya 990 MW sampai 1940 MW yakni dari 33516.56 \$/h hingga 62127.86 \$/h sedangkan kombinasi mahal adalah ketika pengoperasian UNIT 1, UNIT 2 dan UNIT 4 dioperasikan yakni dari 34848.10 \$/h hingga 65617.40 \$/h.

**3.4. Rekapitulasi Biaya Pembangkitan**

Pada pelaksanaannya di PLTU Tanjung Jati B, pembagian beban dilakukan oleh operator dengan perintah dari APB. Dari data logsheet beban, didapat sampling pembagian beban aktual kondisi 3 generator aktif yang kemudian dibandingkan dengan biaya dengan menggunakan metode Lagrange.

**Tabel 6. Perbandingan beberapa sampel Pembagian beban di lapangan terhadap Optimasi Lagrange dalam Rupiah**

Daya (MW)	Tanjung Jati B (\$/Jam)	Metode Lagrange Multiplier (\$/Jam)	Selisih (\$/Jam)
1272,3	43682.67457	43594.81	87.86457
1301,4	44576.86207	44572.91	3.95207
1385,9	47508.96224	47470.37	38.59224
1582,9	54601.97349	54563.86	38.11349
1640,2	56589.27206	56718.28	-129.008
1717,9	59457.25203	59712.25	-254.998
1756,8	61194.7458	61252.70	-57.9542
1817,0	63408.04187	63713.72	-305.678
1906,3	66938.03983	65617.40	1320.64
<b>Rata-rata</b>			<b>82.39155</b>

Dari Tabel 6 dapat dilihat bahwa untuk pembebanan 1640.2 MW hingga 1817 MW, biaya operasi hasil penjadwalan ekonomis metode Lagrange Multiplier lebih boros dari biaya operasi pembebanan PLTU Tanjung Jati B. Sedangkan untuk pembebanan 1272.3 MW hingga 1582.9 MW dan 1906.3 MW, biaya operasi hasil penjadwalan ekonomis metode Lagrange Multiplier lebih hemat dari biaya operasi pembebanan PLTU Tanjung Jati

B.. Penghematan rata-rata 82.39155 \$/ Jam, Selisih biaya terbesar pada beban 1906.3 MW dengan selisih biaya 1320.64 \$/Jam dan selisih biaya terkecil pada pembebanan 1301.4 MW dengan selisih biaya 3.95207 \$/Jam.

#### 4. Kesimpulan

Perbandingan biaya operasi hasil penjadwalan ekonomis saat 4 generator aktif dengan metode Lagrange Multiplier lebih hemat dari biaya operasi pembebanan PLTU Tanjung Jati B aktual. Penghematan rata-rata 337.0079 \$/ Jam, Selisih biaya terbesar pada beban 2223,0 MW dengan selisih biaya 473.2012 \$/Jam dan selisih biaya terkecil pada pembebanan 1735,1 MW dengan selisih biaya 192.7239 \$/Jam.

#### Referensi

- [1]. Saadat, H. Power System Analysis. Second Edition. Singapore: McGraw-Hill International Edition. 2004.
- [2]. Facta, Mochammad. "Bahan Ajar Optimasi dan Operasi Tenaga Listrik". Semarang : Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Diponegoro. 2013.
- [3]. Susilo, Joko. "Simulasi Perhitungan Pembebanan Ekonomis Pada Pusat Listrik Tenaga Uap Dan Gas Dengan Metode Lagrange Multiplier". Laporan Tugas Akhir Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro. 2014.
- [4]. Siswanto, Marno. "Mengoptimalkan Pembagian Beban Pada Unit Pembangkit Pltgu Tambak Lorok Dengan Metode Lagrange Multiplier". Laporan Tugas Akhir Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro. 2009.
- [5]. Ranisa, Ranisa. "Perhitungan Pembebanan Pembangkit di Kompleks PLTU JABAR II Sukabumi, Jawa Barat dengan Metode Lagrange Multiplier dan Kurva Kapabilitas Generator". Laporan Tugas Akhir Jurusan Teknik Elektro Universitas Diponegoro. 2015.
- [6]. Stevenson Jr, William D. "Analisis Sistem Tenaga Listrik". Edisi Keempat. Jakarta: Erlangga. 1994.
- [7]. D.P. Kothari, I.J. Nagrath. Modern Power System Analysis. Third Edition. New Delhi : McGraw - Hill International Edition. 2003.
- [8]. Harum, Nadjamuddin. "Bahan Ajar Perancangan Pembangkitan Tenaga Listrik". Makasar : Jurusan Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Hasanuddin. 2011.