

# ANALISA KEKUATAN SAMBUNGAN PIPA *T JOINT* MENGGUNAKAN PELAT PENGUAT DENGAN VARIABEL $DH/DB$ MENGGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

Frastiana Ramadhan Basri<sup>1</sup>, Hartono Yudo<sup>1</sup>, Wilma Amirudin<sup>1</sup>  
<sup>1</sup>S1 Teknik Perkapalan, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro,  
Email: [frastianaramadhan@gmail.com](mailto:frastianaramadhan@gmail.com)

## Abstrak

Kekuatan struktur pada sambungan pipa *T Joint* sangat penting dalam suatu sistem perpipaan. Penyebab kegagalan struktur dalam hal ini *buckling* yang sering terjadi pada sambungan pipa *T Joint* dikarenakan adanya pembebanan. Dapat diketahui bahwa momen *buckling* yang terjadi dapat dikurangi dengan menambahkan pelat penguat pada sambungan pipa *T Joint*. Analisa kekuatan sambungan pipa *T Joint* menggunakan pelat penguat telah diteliti menggunakan Metode Elemen Hingga, mempertimbangkan efek dari hasil oval deformasi yang terjadi pada sambungan pipa *T Joint* menggunakan pelat penguat dengan mengganti variabel pada pipa yaitu  $Dh/Db = 1; 1,5; 2$ , serta elastisitas *buckling* dan elasto-plastis *buckling* yang telah diteliti. Berdasarkan hasil perhitungan dengan variasi kondisi dan momen kritis yang diberikan, dapat ditemukan beberapa hal. Nilai kekuatan *buckling* momen mengalami penurunan dari rasio  $Dh/Db$  yang kecil ke rasio  $Dh/Db$  yang besar. Efek dari oval deformasi pada rasio percabangan pipa utama dengan pipa cabang kecil lebih besar dari rasio percabangan pipa utama dengan pipa cabang besar. Nilai kekuatan pada analisa elastis lebih besar dari nilai kekuatan pada analisa elasto-plastis.

Kata kunci: *T Joint*, *Buckling*, *Bending*, Deformasi, Metode Elemen Hingga, Elasto-plastis

## Abstract

The strength of T Joint pipe connections structure is very important in a piping system. In this case, cause of structural failure is buckling that occurs frequently in T Joint pipe connections because of imposition. It can be seen that the moment of buckling can be reduced by adding a reinforcing plate on T Joint pipe connections. Analysis of T Joint pipe strength using reinforcing plate has been researched using the Finite Element Method, considering effect of the oval deformation result that occurs in T Joint pipe connections, use by replacing variable amplifier plate on a pipe that is  $Dh / Db = 1; 1.5; 2$ , as well as the buckling elasticity and buckling of elasto-plastis that have been researched. Based on calculations with the variation of conditions and criticism given moment, that can be found a few things. Buckling strength values decreased from the moment of  $Dh / Db$  small ratio to the  $Dh / Db$  big ratio. The effect of oval deformation on the branching ratios of the main pipe with a small branch pipe is larger than the branching ratios of the main pipe with a big branch pipe. Strength value of elastic analysis is bigger than elasto-plastis analysis.

Keywords: T Joint, Buckling, Bending, Deformation, Finite Element Method, Elasto-plastis

## 1. PENDAHULUAN

Semakin kompleksnya sebuah sistem perpipaan yang digunakan, semakin banyak pula percabangan pipa yang dapat ditemukan. Hal ini bisa berupa *tees*, *pad reinforced* atau *unreinforced intersections*, *crosses*. Filosofi kode untuk *intersection* (persilangan) ini berpusat di sekitar

penguat tekanan yang terdapat pada geometri persilangan. Proses pembuatan sebuah persimpangan atau percabangan dapat melemahkan pipa yang sedang beroperasi. Kecuali ketebalan pada dinding pipa yang sedang beroperasi cukup untuk mempertahankan tekanan yang bekerja pada percabangan yang tidak di produksi atau *not manufactured* sesuai dengan ketentuan yang ada,

perlu untuk diberikan penguat tambahan. Penguat tambahan ini bisa berupa pelat atau logam yang diberikan pada percabangan tersebut [1].

Maka dari itu pada sebuah percabangan pipa kerap kali diberikan penebalan pelat guna menahan tekanan maupun gaya yang bekerja pada percabangan pipa. Tegangan yang terjadi akibat beban di daerah yang jauh dari percabangan akan lebih kecil dibandingkan dengan tegangan yang berada pada daerah dekat percabangan. Tegangan tertinggi akan terjadi pada daerah tepat percabangan. Hal inilah yang disebabkan oleh adanya konsentrasi tegangan pada percabangan [2]. Konsentrasi tegangan pada percabangan pipa akan berbeda apabila dipengaruhi dengan variabel perbedaan diameter pipa utama dengan pipa cabang.

Berdasarkan hal tersebut, penulis menganalisa *buckling* pada percabangan pipa dengan menggunakan variasi pipa utama dan pipa cabang.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Struktur adalah sebuah sistem dari komponen-komponen yang terhubung digunakan untuk menahan beban Struktur didesain sesuai fungsi yang direncanakan dan biasanya digunakan oleh publik. Oleh Karen itu keselamatan, estetika dan batasan-batasan lingkungan haruslah menjadi bahan pertimbangan bagi seorang insinyur.

Proses desain sebuah struktur melibatkan kreatifitas, aspek teknis dan pengetahuan dasar tentang sifat sifat material serta hukum-hukum mekanik. Desain struktur yang telah dibuat haruslah dianalisa untuk memastikan bahwa desain tersebut telah memenuhi persyaratan kekuatan dan kekakuannya. Idealisasi juga harus dibuat untuk menganalisis sebuah struktur, hal ini dilakukan pada saat mendefinisikan koneksi dan tumpuan antar anggota struktur. Pendefinisian pembebanan juga dilakukan berdasarkan peraturan ataupun disesuaikan dengan data beban yang ada. Dengan menggunakan analisa struktur besarnya respon struktur yang berupa tegangan dan *displacement* dapat ditentukan [3].

Metode elemen hingga atau biasanya disebut *Finite Element Analysis (FEA)* merupakan salah satu metode numeric yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah struktural. Metode ini digunakan pada masalah masalah rekayasa

dimana *exact solution/ analytical solution* tidak dapat menyelesaikannya. Inti dari Metode Elemen Hingga adalah membagi suatu benda yang akan dianalisa, menjadi beberapa bagian dengan jumlah hingga (*finite*).

*Buckling* atau penekukan dapat didefinisikan sebagai sebuah fenomena kegagalan yang terjadi akibat tekanan kompresif yang terjadi pada sebuah struktur sehingga menyebabkan terjadinya perubahan bentuk struktur tersebut berupa defleksi lateral ke bentuk kesetimbangannya yang lain. [4]

Fenomena *buckling* dapat dibagi menjadi dua bagian: tekuk global dan tekuk lokal. Contoh khas tekuk global adalah seluruh struktur melengkung sebagai satu unit, sementara tekuk lokal adalah tekuk yang terjadi pada elemen-elemen pelat [5].

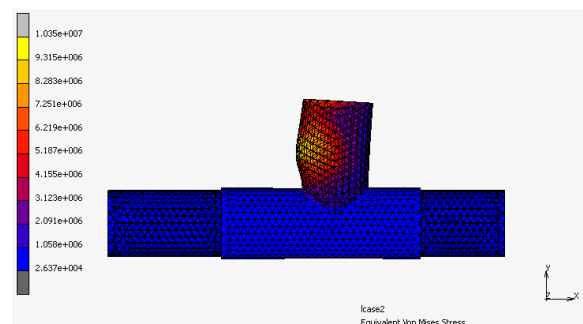
Nilai maksimum *bending stress* pada silinder akibat beban tekuk kritis dapat didapatkan dengan rumus [6]:

$$\sigma_{cr} = \frac{M_{cr}}{\pi r^2 t} \quad (1)$$

$$M_{cr} = 0.605\pi E r t^2 \quad (2)$$

Nilai maksimum menurut Yudo dan Yoshikawa [6] pada pipa lurus akibat beban tekuk kritis adalah:

$$M_{max} = 0.52M_{cr} = 0.314\pi E r t^2 \quad (3)$$



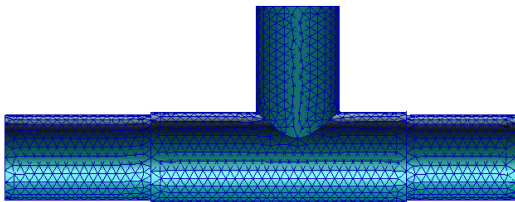
Gambar 1. Contoh *Buckling*

### 3. METODOLOGI PENELITIAN

#### 3.1 Data Model

Variasi Pipa *T Joint*

- Dh/Db = 1
- Dh/Db = 1.5
- Dh/Db = 2
- t = 12.7 mm



Gambar 2. Pipa *T Joint* menggunakan pelat penguat dimodelkan dengan MSC Patran

Tahapan langkah pembuatan model untuk dianalisa menggunakan metode elemen hingga dapat dijelaskan secara garis besar menjadi sebagai berikut:

1. Pembuatan geometri awal struktur yang akan dianalisa.
2. Penentuan jumlah elemen yang akan diberikan pada model geometri tersebut.
3. Pembuatan elemen dari hasil pemodelan geometri struktur yang akan dianalisa (*mesh generation*).
4. Pemberian kondisi batas (*constraint/boundary condition*).
5. Penentuan jenis material dan properti yang digunakan.
6. Pemberian kondisi pembebanan (*loading condition*).
7. Analisa [7].

Pada perangkat lunak MSC Marc (Mentat), analisa *buckling* dibuat berdasarkan teori-teori yang telah disebutkan di atas. Tetapi pada perangkat lunak MSC Nastran hasil dari proses akhir tidaklah langsung berupa nilai beban kritis dari struktur yang dianalisa melainkan berupa nilai eigen. Sehingga untuk mendapatkan nilai beban kritis nilai eigen tersebut harus dimasukkan ke dalam persamaan sederhana yakni,

$$P_{cr} = P_{applied} \times Eigenvalue \quad (4)$$

Oleh karena itu pada analisa dengan

menggunakan perangkat lunak MSC Marc (Mentat) nilai eigen yang dihasilkan dapat juga diartikan sebagai besarnya faktor keamanan yang dimiliki oleh struktur tersebut. Semakin kecil nilai eigen yang dihasilkan semakin besar kemungkinan terjadinya kegagalan akibat terjadinya *buckling*. Oleh karena itu nilai eigen yang besar cukup diharapkan pada analisa sebuah struktur untuk menunjukkan tingkat keamanan yang besar dari struktur tersebut dari kemungkinan terjadinya gagal akibat *buckling* [8].

### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

#### 4.1 Perhitungan Pembebanan

Beban diberikan sesuai dengan pipa utama dan pipa cabang

##### 1. Pembebanan Kritis

- Pembebanan pada pipa utama

$$\begin{aligned} M_{cr} &= 0.605\pi E r t^2 \\ &= 0.605 \times 3.14 \times 2 \times 10^{11} \times 0.4953 \times (0.0127)^2 \\ &= 3.04 \times 10^7 \text{ Nm} \end{aligned}$$

- Pembebanan pada pipa cabang dengan Dh/Db = 1

$$\begin{aligned} M_{cr} &= 0.605\pi E r t^2 \\ &= 0.605 \times 3.14 \times 2 \times 10^{11} \times 0.4826 \times (0.0127)^2 \\ &= 2.96 \times 10^7 \text{ Nm} \end{aligned}$$

- Pembebanan pada pipa cabang dengan Dh/Db = 1.5

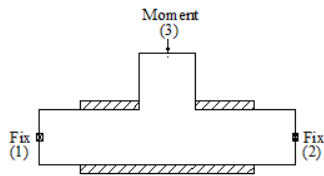
$$\begin{aligned} M_{cr} &= 0.605\pi E r t^2 \\ &= 0.605 \times 3.14 \times 2 \times 10^{11} \times 0.3556 \times (0.0127)^2 \\ &= 2.18 \times 10^7 \text{ Nm} \end{aligned}$$

- Pembebanan pada pipa cabang dengan Dh/Db = 2

$$\begin{aligned} M_{cr} &= 0.605\pi E r t^2 \\ &= 0.605 \times 3.14 \times 2 \times 10^{11} \times 0.2286 \times (0.0127)^2 \\ &= 1.40 \times 10^7 \text{ Nm} \end{aligned}$$

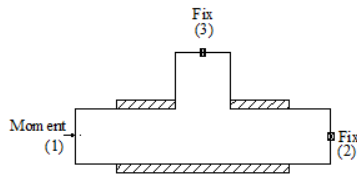
## 4.2 Penentuan Kondisi Batas

- Kondisi 1



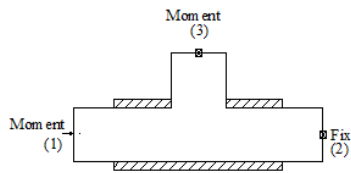
Gambar 3. Kondisi batas 1

- Kondisi 2



Gambar 4. Kondisi batas 2

- Kondisi 3



Gambar 5. Kondisi batas 3

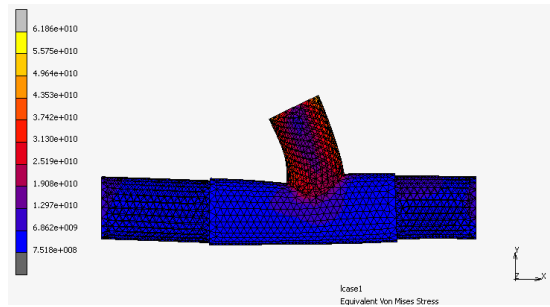
## 4.3 Validasi Model

Validasi model merupakan suatu hal yang penting karena hal ini akan menunjukkan keakuratan pemodelan pada *software* dengan model pada aslinya. Cara yang ditempuh untuk melakukan validasi model adalah dengan melakukan perbandingan hasil deformasi antara analisa pada *software* dan perhitungan. Untuk dapat dikatakan benar, maka validitasnya harus dibawah 5%.

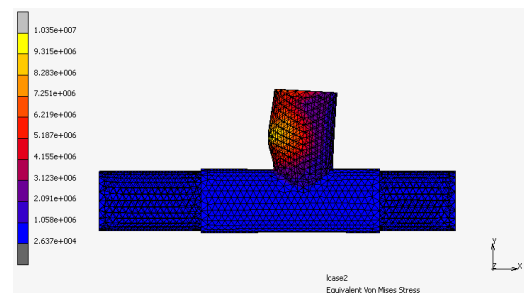
Tabel 1. Perhitungan Validasi

DH/DB	Perhitungan	Software	Error (%)
1.0	3.22E-02	3.29E-02	2.31
1.5	5.09E-02	5.17E-02	1.48
2.0	1.00E-02	1.02E-02	1.60

## 4.4 Hasil Analisa

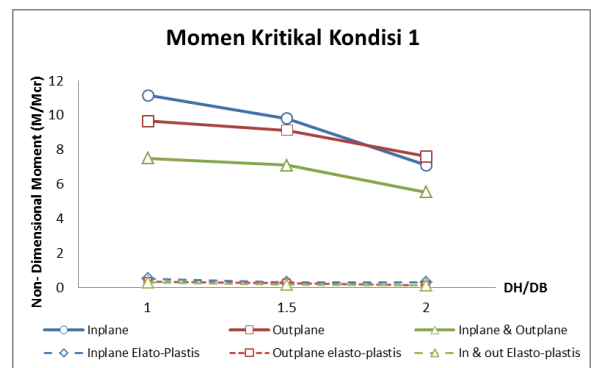


Gambar 6. Deformasi pada Pipa *T Joint* menggunakan pelat penguat



Gambar 7. *Buckling* pada Pipa *T Joint* menggunakan pelat penguat

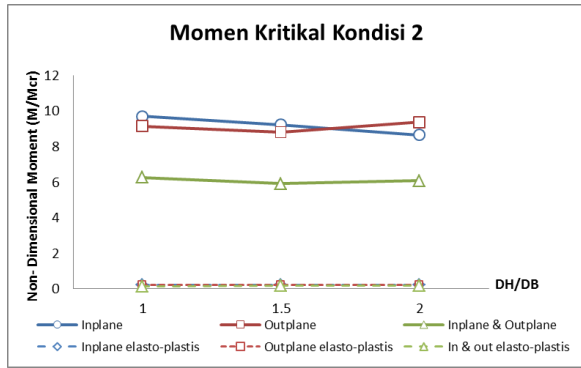
## 4.5 Hasil perbandingan nilai kekuatan momen *bending* ( $M/M_{cr}$ ) terhadap variasi $D_h/D_b$



Gambar 8. *Buckling moment* pada kondisi 1 dengan variasi  $D_h/D_b$

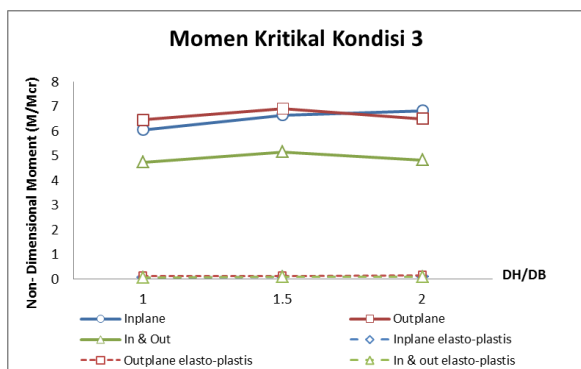
Gambar 8 menunjukkan hubungan antara momen *buckling* yang terjadi dengan variasi  $D_h/D_b$  untuk masing masing momen. Untuk momen *inplane*, sifat elastis yang terjadi pada pipa dengan cabang yang besar ( $D_h/D_b = 1$ ) lebih besar dari pada pipa dengan cabang yang kecil ( $D_h/D_b$

= 2). Pada momen *outplane* maupun momen *inplane-outplane* yang ada juga menghasilkan kesimpulan yang sama bahwa sifat elastis pada percabangan pipa menggunakan pelat penguat cenderung turun dari pipa dengan cabang yang besar sampai pipa dengan cabang yang kecil.



Gambar 9. *Buckling moment* pada kondisi 2 dengan variasi Dh/Db

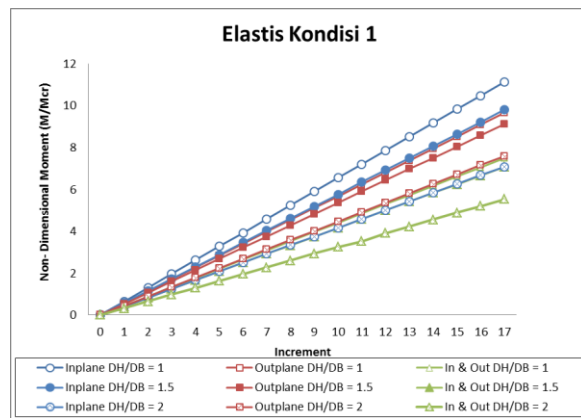
Gambar 9 menunjukkan hubungan antara momen *buckling* yang terjadi dengan variasi Dh/Db untuk masing masing momen. Untuk momen *inplane*, sifat elastis yang terjadi pada pipa dengan cabang yang besar (Dh/Db = 1) lebih besar dari pada pipa dengan cabang yang kecil (Dh/Db = 2). Atau dengan kata lain momen *inplane* yang terjadi pada kondisi 2 cenderung turun untuk percabangan pipa dari yang besar ke percabangan pipa yang kecil. Namun ada perbedaan pada momen *outplane* dan momen *inplane-outplane* yang mengalami penurunan harga non-dimensional momen pada saat Dh/Db = 1.5 dan mengalami kenaikan harga non-dimensional momen pada Dh/Db = 2.



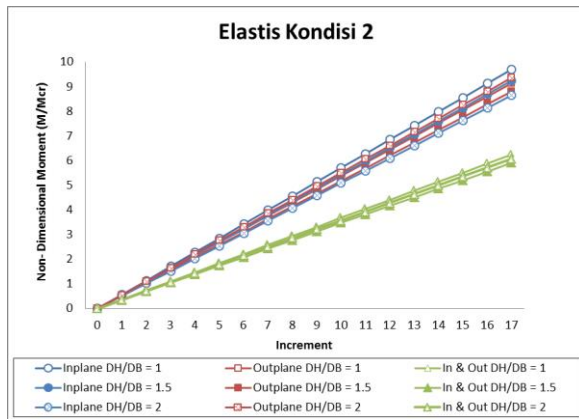
Gambar 10. *Buckling moment* pada kondisi 3 dengan variasi Dh/Db

Gambar 10 menunjukkan hubungan antara momen *buckling* yang terjadi dengan variasi Dh/Db untuk masing masing momen. Untuk momen *inplane*, sifat elastis yang terjadi pada pipa dengan cabang yang besar (Dh/Db = 1) lebih kecil dari pipa dengan cabang yang kecil (Dh/Db = 2). Dapat dikatakan momen *inplane* yang terjadi pada kondisi 3 cenderung naik untuk percabangan pipa dari yang besar ke percabangan pipa yang kecil dan nilai momen *inplane* yang terjadi lebih kecil dari momen *outplane* pada percabangan pipa Dh/Db = 1 dan Dh/Db = 1.5. Namun ada perbedaan pada momen *outplane* dan momen *inplane-outplane* yang mengalami kenaikan harga non-dimensional momen pada saat Dh/Db = 1.5 dan mengalami penurunan harga non-dimensional momen pada Dh/Db = 2.

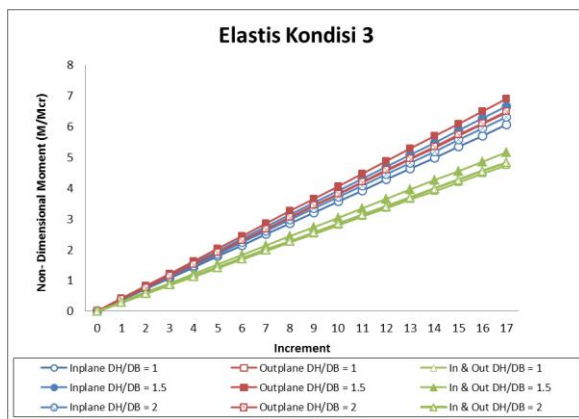
Untuk percabangan pipa sifat elasto-plastis pada kondisi 1, 2 dan 3, nilai momen *buckling* hampir konstan untuk masing-masing percabangan pipa dengan menggunakan pelat penguat. Hal ini disebabkan oleh nilai maksimum momen *buckling* yang terjadi dibatasi oleh *yield strength*.



Gambar 11. Grafik kenaikan nilai momen *bending* pada kondisi 1



Gambar 12. Grafik kenaikan nilai momen *bending* pada kondisi 2



Gambar 13. Grafik kenaikan nilai momen *bending* pada kondisi 3

Grafik pada gambar diatas menunjukkan hubungan antara momen *bending* kritis yang diaplikasikan pada pipa percabangan dengan menggunakan pelat penguat dengan kenaikan langkah (*Increment*) pada percabangan pipa yang bersifat elastis. *Vertical axis* menunjukkan *non-dimensional moment* ( $M/M_{cr}$ ) dan *horizontal axis* menunjukkan perubahan atau kenaikan langkah yang mempengaruhi nilai deformasi pada percabangan pipa.

Untuk grafik elastisitas pada sambungan pipa *T Joint* berpelat penguat dengan rasio perbandingan pipa utama dan pipa cabang ( $D_h/D_b$ ) yang semakin besar, nilai dari *non-dimensional moment* ( $M/M_{cr}$ ) akan lebih kecil dari rasio pipa cabang ( $D_h/D_b$ ) besar untuk setiap momen yang diberikan pada sambungan pipa *T Joint* berpelat penguat. Dengan kata lain pada

sambungan pipa *T joint* menggunakan pelat paenguat dengan momen inplane, momen outplane dan momen inplane-outplane yang diberikan untuk setiap variasi  $D_h/D_b$  memiliki nilai harga *non-dimensional moment* yang cenderung menurun dari rasio  $D_h/D_b$  yang kecil ke rasio  $D_h/D_b$  yang besar.

- Pipa kondisi 1 *Inplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  yaitu:  $D_h/D_b = 1$  sebesar 28 cm,  $D_h/D_b = 1.5$  sebesar 16 cm, dan  $D_h/D_b = 2$  sebesar 10 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 1 *Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  yaitu:  $D_h/D_b = 1$  sebesar 17 cm,  $D_h/D_b = 1.5$  sebesar 17 cm, dan  $D_h/D_b = 2$  sebesar 10 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 1 *Inplane-Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  yaitu:  $D_h/D_b = 1$  sebesar 23 cm,  $D_h/D_b = 1.5$  sebesar 20 cm, dan  $D_h/D_b = 2$  sebesar 12 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 2 *Inplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  yaitu:  $D_h/D_b = 1$  sebesar 3 cm,  $D_h/D_b = 1.5$  sebesar 4 cm, dan  $D_h/D_b = 2$  sebesar 4 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 2 *Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  sama yaitu sebesar 3 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 2 *Inplane-Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi  $D_h/D_b$  sama yaitu sebesar 4 cm dengan nilai  $M_{cr}$  sesuai dengan pipa yang terkenan momen *bending*.

- Pipa kondisi 3 *Inplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi Dh/Db yaitu: Dh/Db =1 sebesar 57 cm, Dh/Db =1.5 sebesar 53 cm, dan Dh/Db = 2 sebesar 36 cm dengan nilai *Mcr* sesuai dengan pipa yang terkena momen *bending*.

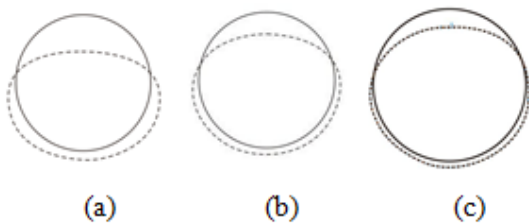
- Pipa kondisi 3 *Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi Dh/Db yaitu: Dh/Db =1 sebesar 18 cm, Dh/Db =1.5 sebesar 12 cm, dan Dh/Db = 2 sebesar 8 cm dengan nilai *Mcr* sesuai dengan pipa yang terkena momen *bending*.

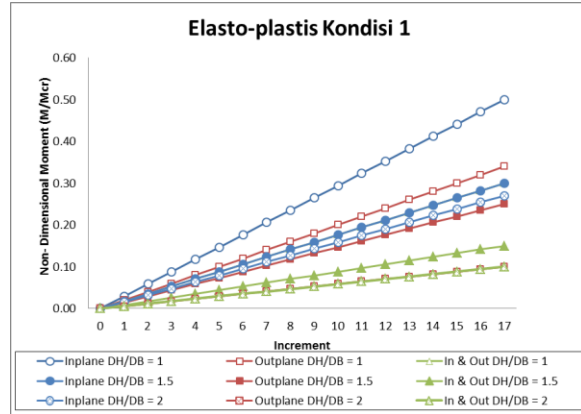
- Pipa kondisi 3 *Inplane-Outplane*

Untuk analisa elastik pada pipa *T joint* didapatkan nilai deformasi pada setiap variasi Dh/Db yaitu: Dh/Db =1 sebesar 39 cm, Dh/Db =1.5 sebesar 39 cm, dan Dh/Db = 2 sebesar 26 cm dengan nilai *Mcr* sesuai dengan pipa yang terkena momen *bending*.

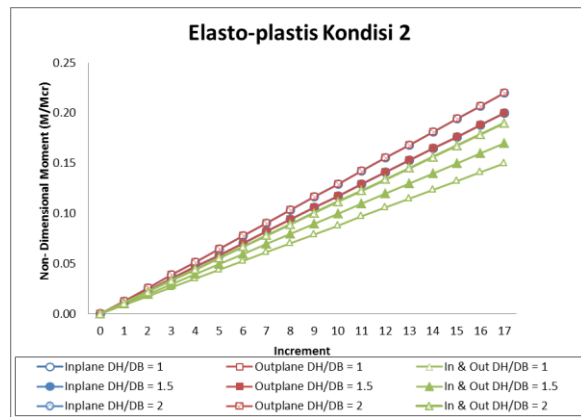
Dengan demikian dapat diketahui bahwa perubahan deformasi pada tiap percabangan pipa dengan momen yang diaplikasikan pada setiap kondisi atau variabel yang ada menunjukkan bahwa nilai deformasi cenderung menurun terhadap variasi pipa utama dengan pipa cabang yang semakin kecil



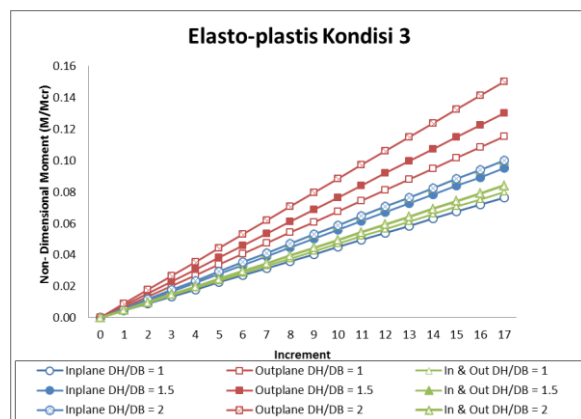
Gambar 14. Oval Deformasi pada pipa utama (Elastis) untuk : (a) Dh/Db = 1, (b) Dh/Db = 1.5, (c) Dh/Db = 2



Gambar 15. Grafik kenaikan nilai momen *bending* (elasto-plastis) pada kondisi 1



Gambar 16. Grafik kenaikan nilai momen *bending* (elasto-plastis) pada kondisi 2



Gambar 17. Grafik kenaikan nilai momen *bending* (elasto-plastis) pada kondisi 3

Grafik pada gambar diatas menunjukkan hubungan antara momen *bending* yang

diaplikasikan pada pipa percabangan menggunakan pelat penguat dengan kenaikan langkah (*Increment*) pada percabangan pipa yang bersifat elasto-plastis

Grafik menerangkan bahwa percabangan pipa menggunakan pelat penguat dianalisa dalam kondisi elasto-plastis dengan menambahkan nilai yield stress sebesar 250 Mpa. Dari grafik tampak bahwa momen buckling sama. Hal ini disebabkan karena momen *buckling* dibatasi oleh besarnya *yield strength*.

## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan terhadap variasi sambungan pipa *T joint* menggunakan pelat penguat maka dapat disimpulkan bahwa kurva kekuatan non-dimensional momen pada momen kritikal menghasilkan nilai yang konservatif dan variasi kondisi yang pada percabangan pipa berpengaruh besar terhadap besarnya nilai non-dimensional momen. Kurva elastisitas pada setiap kondisi yang diaplikasikan terhadap percabangan pipa mengalami penurunan nilai non-dimensional momen jika rasio  $D_h/D_b$  semakin besar. Nilai kekuatan non-dimensional momen pada percabangan pipa untuk setiap variasi kondisi dapat diketahui bahwa nilai kekuatan momen *inplane* selalu lebih besar dari momen *outplane*, dan momen *outplane* lebih besat dari nilai kekuatan momen *inplane-outplane*. Dengan semakin bertambahnya rasio  $D_h/D_b$ , deformasi yang terjadi untuk setiap percabangan pipa menggunakan pelat penguat semakin kecil. Untuk analisa elasto-plastis, nilai momen *buckling* yang terjadi lebih kecil dari percabangan pipa berpelat penguat yang bersifat elastis. Hal ini disebabkan oleh momen yang terjadi pada percabangan pipa dengan pelat penguat dibatasi oleh *yield strength*.

### 5.2 Saran

1. Penelitian selanjutnya tidak hanya terbatas pada variasi  $D_h/D_b$  namun dapat menambahkan variasi model lainnya untuk analisa *buckling*.
2. Perlunya dilakukan kajian lebih mendalam lagi untuk analisa *buckling* dengan menambahkan sifat material yang berbeda

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] El-Sayed, M.A, "Power Point : *Design & Construction of Piping System*"
- [2] Haramain, M.A. 1999. "*Analisa Faktor Konsentrasi Tegangan Perabangan Pipa 90° Akibat Tekanan Internal Menggunakan Metode Numerik*". Bandung : ITB
- [3] Zakki, A.F. 2014. "Metode Elemen Hingga". Semarang : UNDIP
- [4] Muameleci, Mert. 2014. *Linear and Nonlinear Buckling Analyses of Plates using the Finite Element Method*. Thesis. Linköping: Department Management and Engineering, Linköping University.
- [5] Hibbler, Russell. 2004. *Mechanic of Material*. London: New Macmillian.
- [6] Yudo, Hartono., Takao Yoshikawa. 2014. "Buckling phenomenon for straight and curved pipe under pure bending". *Journal of Marine and Science Technology*. 95.
- [7] Ross, C.T.F. 1985. *Finite Element Methods in Structural Mechanics*. Chichester: Ellis Horwood Ltd.
- [8] Nursyafitrie, Tanellia. 2016. "Analisa Buckling Tiang Mast Crane Akibat Beban Lentur Menggunakan Software Berbasis Metode Elemen Hingga". Semarang: UNDIP