BILANGAN RADIO PADA GRAF SIKEL DENGAN *CHORDS* DAN GRAF SIKEL TENGAH

Meivita Nur Arifiani[1], R. Heru Tjahyana [2], Bayu Surarso [3]
[1,2,3]Jurusan Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

cute_katanya@yahoo.com
heru_tjahjana@undip.ac.id

ABSTRACT.*Let $G = (V(G), E(G))$ be a simple connected graph and $d(u,v)$ denote the distance between any two vertices in G. The maximum distance between any pair of vertices is called the diameter denoted by $diam(G)$. A radio labeling for G is an injectif function $f: V(G) \rightarrow N \cup \{0\}$ such that for any vertices u dan v it is satisfied that $|f(u) - f(v)| \geq diam(G) - d(u,v) + 1$. The span of an radio labeling f is max $\{f(u) - f(v) : u, v \in V(G)\}$. The minimum span of a radio labeling of G is called radio number denoted by $r_n(G)$. In this Thesis we study radio number of cycle with $chords$ and $middle$ graph of cycle C_n.*

Keywords : *radio labeling, cycle with chords, middle graph of cycle C_n, diameter, radio number.*

I. PENDAHULUAN

Ada banyak jenis pelabelan yang telah dikembangkan, salah satunya adalah pelabelan radio. Pelabelan radio dapat dianggap sebagai perluasan dari jarak dua pelabelan yang termotivasi dari permasalahan penugasan frekuensi. Untuk satu set kota (atau stasiun radio) masalahnya adalah untuk menetapkan frekuensi untuk masing – masing kota, yang merupakan bilangan bulat positif sehingga gangguan dapat dihindari. Tingkat gangguan berkaitan erat dengan lokasi geografis dari stasiun, letak stasiun yang lebih dekat memungkinkan adanya gangguan yang semakin besar. Untuk menghindari gangguan, pemisahan antara frekuensi yang ditugaskan untuk sepasang stasiun terdekat harus cukup besar. Secara umum, dimodelkan dengan memisalkan stasiun pemancar sebagai titik pada sebuah graf G dan dua titik dihubungkan dengan sisi jika lokasi geografis dari stasiun pemancar tersebut sangat dekat.

Bilangan radio G didefinisikan sebagai rentang minimum dari pelabelan radio G dan dilambangkan sebagai $r_n(G)$. Bilangan radio untuk path dan cycle telah dibahas dalam [10] oleh Liu dan Zhu.

Batas bawah pelabelan radio adalah 0 untuk semua graf, dianggap disini pelabelan dimulai dari 0. Sekarang jelas bahwa setiap perubahan batas bawah akan mempengaruhi optimalitas (bilangan radio) dari label.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

Definisi 3.1 [5]
Misalkan k adalah bilangan bulat positif dan $d(u, v)$ menotasikan jarak antara titik u dan v. *Radio k-labeling* graf G adalah suatu fungsi, $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, ...\}$, sedemikian hingga untuk setiap titik u dan v berlaku,

$$|f(u) - f(v)| \geq k + 1 - d(u, v)$$

Definisi 3.2 [7]
Pelabelan Radio graf G adalah suatu fungsi injektif $f : V(G) \rightarrow \{0, 1, 2, ...\}$ sehingga untuk setiap dua titik u dan v berlaku,

$$|f(u) - f(v)| \geq diam(G) - d(u, v) + 1$$

Definisi 3.3 [7]
Diketahui graf $G = \big(V(G), E(G)\big)$, Pelabelan L (2,1) (jarak dua pelabelan) dengan rentang k adalah sebuah pemetaan $f: V(G) \rightarrow \{0,1, ..., k\}$ sedemikian sehingga kondisi berikut terpenuhi :

(1) $\left| f(x) - f(y) \right| \geq 2$ jika $d(x, y) = 1$
(2) $\left| f(x) - f(y) \right| \geq 1$ jika $d(x, y) = 2$

Definisi 3.4 [7]
Rentang (*span*) fungsi f dinotasikan $\mathrm{sp}(f) = \max\{f(u) - f(v) : u, v \in V(G)\}$. Rentang minimum dari pelabelan radio pada graf G disebut bilangan radio dan dinotasikan $\mathrm{r}_n(G)$.

Definisi 3.5 [5]
Diberikan himpunan titik pada graf G yaitu $V(G) = \{x_0, x_1, ..., x_{n-1}\}$, dimana $x_0, x_1, ..., x_{n-1} = V(C_n)$ adalah urutan titik pada sikel C_n dan berlaku $0 = f(x_o) \leq f(x_1) \leq f(x_2) \leq \cdots \leq f(x_{n-1})$, sehingga rentang f adalah $f(x_{n-1})$.

Definisi 3.6 [10]
Untuk $i = 0, 1, 2, ..., n - 2$, ditetapkan *distance gap* (d_i) dan *color gap* (f_i) sebagai berikut,

$$d_i = d(x_i, x_{i+1}) \text{ dan } f_i = f(x_{i+1}) - f(x_i)$$

Definisi 3.7 [7]
Sebuah $chord$ dari sikel C_n adalah sebuah sisi yang bukan termasuk $E(C_n)$, dimana sisi tersebut mempunyai titik akhir pada sikel C_n.

Teorema 3.8 [7] Misalkan G adalah graf sikel dengan $chords$. Maka

$$r_n(G) = \begin{cases} (k+2)(2k-1) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2}(d_i - d'_i), & n \equiv 0 \ (mod\ 4) \\ 2k(k+2) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2}(d_i - d'_i), & n \equiv 2 \ (mod\ 4) \\ 2k(k+1) + \sum_{i=0}^{n-2}(d_i - d'_i), & n \equiv 1 \ (mod\ 4) \\ (k+2)(2k+1) + \sum_{i=0}^{n-2}(d_i - d'_i), & n \equiv 3 \ (mod\ 4) \end{cases}$$

Bukti.

Misalkan C_n menunjukkan sikel dengan n titik dan $V(C_n) = \{v_0, v_1, v_2, \dots v_{n-1}\}$ sedemikian sehingga v_i *adjacent* dengan v_{i+1} dan v_{n-1} *adjacent* dengan v_0.

Label yang diberikan menggunakan bantuan dua urutan berikut :

- urutan $distance\ gap$ $D = (d_0, d_1, \dots d_{n-2})$
- urutan $color\ gap$ $F = (f_0, f_1, \dots f_{n-2})$

Urutan $distance\ gap$ adalah bilangan bulat positif digunakan untuk menghasilkan urutan titik dari C_n dimana setiap $d_i \le d$. Diberikan $\tau : \{0,1,\dots,n-1\} \to \{0,1,\dots,n-1\}$. Didefinisikan $\tau(0) = 0$ dan $\tau(i+1) = \tau(i) + d_i \ (mod\ n)$, Disini τ adalah permutasi yang memenuhi pelabelan radio. Didefinisikan $x_i = v_{\tau(i)}$ untuk $i = 0,1,2,\dots n-1$. Kemudian $\{x_0, x_1, \dots x_{n-1}\}$ adalah urutan titik dari C_n. Jarak antara titik x_i dan x_{i+1} adalah $d_i = d(x_i, x_{i+1})$. Urutan $color\ gap\ F$ digunakan untuk menetapkan label dari setiap titik pada C_n. Misalkan f menjadi label yang didefinisikan oleh $f(x_0) = 0$ dan untuk $i \ge 1$, $f(x_{i+1}) = f(x_i) + f_i$. Sesuai definisi pelabelan radio berlaku $f_i \ge d - d_i + 1$ untuk semua i . Dengan menambahkan $chords$ dalam sikel C_n sehingga diameter sikel tetap tidak berubah. Misalkan jarak baru antara x_i dan x_{i+1} adalah $d'_i = d(x_i, x_{i+1})$, kemudian karena $chords$ dalam sikel itu jelas bahwa $d_i \ge d'_i$.

Kasus 1 : $n = 4k$, $diam\ (G) = 2k$.

Permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio

$\tau(i+1) = \tau(i) + d_i \ (mod\ n)$

Dengan d_i yaitu urutan $distance\ gap$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$$d_i = \begin{cases} 2k & \text{jika } i \text{ genap} \\ k & \text{jika } i \equiv 1 \ (mod\ 4) \\ k+1 & \text{jika } i \equiv 3 \ (mod\ 4) \end{cases}$$

Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :

$$f_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } i \text{ genap} \\ k+1 & \text{jika } i \text{ ganjil} \end{cases}$$

Urutan $color\ gap$ untuk sikel dengan $chords$ yaitu

$f'_i = f_i + (d_i - d'_i)$, $0 \le i \le n-2$

Melabelkan sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio adalah sebagai berikut :

$\tau(4i) = 2ik + i \ (mod\ n)$

$\tau(4i+1) = (2i+2)k + 1 \ (mod\ n)$

$\tau(4i+2) = (2i+3)k + i \ (mod\ n)$

$\tau(4i+3) = (2i+1)k + i \ (mod\ n)$

Rentang f' untuk sikel dengan $chords$ adalah

$$= f'_0 + f'_1 + f'_2 + \dots + f'_{n-2}$$

$$= (2k-1)(k+2) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i)$$

Yang merupakan bilangan radio untuk sikel dengan $chords$ untuk $n = 4k$

Kasus 2 : $n = 4k+2$, $diam\ (G) = 2k+1$.

Permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio

$\tau(i+1) = \tau(i) + d_i \ (mod\ n)$

Dengan d_i yaitu urutan $distance\ gap$ yang didefinisikan sebagai berikut :
$d_i\ = 2k+1$ jika i genap
$\quad = k+1$ jika i ganjil
Dan $color\ gap$ diberikan oleh
$f_i = 1$ jika i genap
$\quad = k+1$ jika i ganjil
Urutan $color\ gap$ untuk sikel dengan $chords$ yaitu
$f'_i = f_i + (d_i - d'_i)\ , 0 \leq i \leq n-2$
Melabelkan sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio adalah sebagai berikut :
$\tau(2i) = (3k+2)i\ (mod\ n)$
$\tau(2i+1) = (3k+2)i + 2k + 1\ (mod\ n)$
Rentang f' untuk sikel dengan $chords$ adalah
$= f'_0 + f'_1 + f'_2 + \cdots + f'_{n-2}$
$$= 2k(k+2) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i)$$
Yang merupakan bilangan radio untuk sikel dengan $chords$ untuk $n\ =\ 4k+2$
Kasus 3 : $\boldsymbol{n = 4k+1}$, $\boldsymbol{diam\ (G) = 2k}$.
Permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio
$\tau(i+1) = \tau(i) + d_i\ (mod\ n)$
Dengan d_i yaitu urutan $distance\ gap$ yang didefinisikan sebagai berikut :
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k - i$
$d_{4i+1} = d_{4i+3} = k + 1 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh
$f_i = 2k - d_i + 1$
Urutan $color\ gap$ untuk sikel dengan $chords$ yaitu
$f'_i = f_i + (d_i - d'_i)\ , 0 \leq i \leq n-2$
Melabelkan sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio adalah sebagai berikut :
$\tau(2i) = i(3k+1)(mod\ n)$
$\tau(4i+1) = 2k(i+1)(mod\ n)$
$\tau(4i+3) = (2i+1)k\ (mod\ n)$
Rentang dari f' untuk sikel dengan $chords$ adalah
$= f'_0 + f'_1 + f'_2 + \cdots + f'_{n-2}$
$$= 2k(k+1) + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i)$$
Yang merupakan bilangan radio untuk sikel dengan sembarang jumlah $chords$, untuk $n = 4k+1$
Kasus 4 : $\boldsymbol{n = 4k+3}$, $\boldsymbol{diam\ (G) = 2k+1}$.
Permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio
$\tau(i+1) = \tau(i) + d_i\ (mod\ n)$
Dengan d_i yaitu urutan $distance\ gap$ yang didefinisikan sebagai berikut :

$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k + 1 - i$
$d_{4i+1} = k + 1 + i$
$d_{4i+3} = k + 2 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh

$f_i = 2k - d_i + 2$ jika $i \not\equiv 3(mod\ 4)$
$= 2k - d_i + 3$ lainnya

Urutan $color\ gap$ untuk sikel dengan $chords$ yaitu
$f'_i = f_i + (d_i - d'_i),\ 0 \le i \le n - 2$
Melabelkan sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio adalah sebagai berikut :
$\tau(4i) = 2i(k+1)\ (mod\ n)$
$\tau(4i+1) = (i+1)(2k+1)\ (mod\ n)$
$\tau(4i+2) = (2i-1)(k+1)\ (mod\ n)$
$\tau(4i+3) = i(2k+1) + k\ (mod\ n)$
Rentang f' untuk sikel dengan $chords$ adalah

$$= f'_0 + f'_1 + f'_2 + \cdots + f'_{n-2}$$
$$= (k+2)(2k+1) + \sum_{i=0}^{n-2}(d_i - d'_i)$$

Yang merupakan bilangan radio untuk sikel dengan sembarang jumlah $chords$, untuk $n = 4k + 3$

Definisi 3.9 [7]

Graf tengah $M(G)$ dari sebuah graf G adalah graf yang himpunan titiknya adalah $V(G) \cup E(G)$ dimana dua titik saling *adjacent* jika hanya jika titik-titik tersebut *adjacent* dengan titik yang sama pada $V(G)$ atau salah satu merupakan sebuah titik pada $V(G)$ dan yang lainnya adalah titik pada $E(G)$ yang *adjacent* dengan titik tersebut.

Teorema 3.10 [7] Untuk beberapa sikel C_n ,

$$r_n\big(M(C_n)\big) = \begin{cases} 2(k+2)(2k-1) + n + 3 & n \equiv 0(mod\ 4) \\ 4k(k+2) + k + n + 3 & n \equiv 2(mod\ 4) \\ 4k(k+1) + k + n & n \equiv 1(mod\ 4) \\ (4k+5)(k+1) + n & n \equiv 3(mod\ 4) \end{cases}$$

Bukti.

Diberikan titik $v_0, v_1, v_2, \dots v_{n-1}$ menjadi titik-titik dari sikel C_n dan $v'_0, v'_1, v'_2, \dots v'_{n-1}$ menjadi titik – titik baru yang disisipkan sesuai dengan sisi dari C_n untuk menghasilkan $M(C_n)$. Dalam $M(C_n)$ diameter naik 1. Disini $d\big(v_i, v_j\big) \ge d(v_i, v'_j)$ untuk $n \equiv 0{,}2(mod\ n)$ dan $d\big(u_i, u_j\big) = d(u_i, u'_j)$ untuk $n \equiv 1{,}3(mod\ n)$. Pertama melabelkan titik – titik $v_0, v_1, v_2, \dots v_{n-1}$ kemudian titik – titik baru yang disisipkan yaitu $v'_0, v'_1, v'_2, \dots v'_{n-1}$, dengan menggunakan dua kali skema permutasi seperti pada Teorema 3.9 akan diperoleh pelabelan titik yang sesuai dengan permutasi yang berlaku dalam pelabelan radio.

Kasus 1 : $n = 4k$

urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik yang asli pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:

$d_i \ = 2k + 1$ jika i genap
$\quad = \ k + 1$ jika $i \equiv 1\ (mod\ 4)$
$\quad = \ k + 2$ jika $i \equiv 3\ (mod\ 4)$

Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :

$f_i = \ 1$ jika i genap
$\quad = \ k + 1$ jika i ganjil

Diberikan titik v'_0 menjadi titik yang ditambahkan didalam sikel C_n sehingga $d(v_k, v'_0) = k + 1$ dan $f = k + 1$, dimana v_k adalah titik yang asli pada graf $M(C_n)$ yang menjadi titik terakhir yang diberi label.

urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik-titik yang ditambahkan pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:

$d_i \ = 2k$ jika i genap
$\quad = \ k$ jika $i \equiv 1\ (mod\ 4)$
$\quad = \ k + 1$ jika $i \equiv 3\ (mod\ 4)$

Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :

$f'_i = \ 2$ jika i genap
$\quad = \ k + 1$ jika i ganjil
$\quad = \ k + 1$ jika i ganjil

Melabelkan titik – titik yang asli pada graf $M(C_n)$ sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}$ dan titik – titik yang ditambahkan sebanyak n titik yaitu $x'_0, x'_1, x'_2, \ldots, x'_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio, untuk $i \ = \ 0,1,2, \ldots k - 1$ seperti pada teorema sebelumnya.

Jadi rentang f untuk graf sikel tengah adalah

$= f_0 + f_1 + f_2 + \cdots + f_{n-2} + k + 1 + f'_0 + f'_1 + f'_2 + \cdots + f'_{n-2}$

$= 2(2k^2 + 3k - 2) + 3 + n$

Kasus 2 : $n = 4k + 2$

Untuk semua i urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik yang asli pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:

$d_i \ = 2k + 2$ jika i genap
$\quad = \ k + 2$ jika i ganjil

Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :

$f_i = \ 1$ jika i genap
$\quad = \ k + 1$ jika i ganjil

Diberikan titik v'_0 menjadi titik yang ditambahkan didalam sikel C_n sehingga $d(v_k, v'_0) = k + 1$ dan $f = k + 2$, dimana v_k adalah titik yang asli pada graf $M(C_n)$ yang menjadi titik terakhir yang diberi label.

urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik-titik yang ditambahkan pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:

$d_i \ = 2k + 1$ jika i genap
$\quad = \ k + 1$ jika i ganjil

Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :

$f'_i = 2$ jika i genap
$= k + 2$ jika i ganjil
Melabelkan titik – titik yang asli pada graf $M(C_n)$ sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ dan titik – titik yang ditambahkan sebanyak n titik yaitu $x'_0, x'_1, x'_2, \dots, x'_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio, untuk $i = 0,1,2, \dots k-1$ seperti pada teorema sebelumnya.
Jadi rentang f untuk graf sikel tengah adalah
$= f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-2} + k + 2 + f'_0 + f'_1 + f'_2 + \dots + f'_{n-2}$
$= 4k(k+2) + k + 3 + n$
Kasus 3 : $n = 4k + 1$
Untuk semua i urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik yang asli pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k + 1 - i$
$d_{4i+1} = d_{4i+3} = k + 2 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :
$f_i = (2k+1) - d_i + 1$
Diberikan titik v'_0 menjadi titik yang ditambahkan didalam sikel C_n sehingga $d(v_k, v'_0) = k + 1$ dan $f = k + 1$, dimana v_k adalah titik yang asli pada graf $M(C_n)$ yang menjadi titik terakhir yang diberi label.
urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik-titik yang ditambahkan pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k - i$
$d_{4i+1} = d_{4i+3} = k + 1 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :
$f_i = 2k - d_i + 2$
Melabelkan titik – titik yang asli pada graf $M(C_n)$ sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ dan titik – titik yang ditambahkan sebanyak n titik yaitu $x'_0, x'_1, x'_2, \dots, x'_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio, untuk $i = 0,1,2, \dots k-1$ seperti pada teorema sebelumnya.
Jadi rentang f untuk graf sikel tengah adalah
$= f_0 + f_1 + f_2 + \dots + f_{n-2} + k + 1 + f'_0 + f'_1 + f'_2 + \dots + f'_{n-2}$
$= 4k(k+1) + k + n$
Kasus 4 : $n = 4k + 3$
Untuk semua i urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik yang asli pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k + 2 - i$
$d_{4i+1} = k + 2 + i$
$d_{4i+3} = k + 3 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :
$f_i = 2k - d_i + 3$
Diberikan titik v'_0 menjadi titik yang ditambahkan didalam sikel sehingga $d(v_k, v'_0) = k + 1$ dan $f = k + 2$, dimana v_k adalah titik yang asli pada graf $M(C_n)$ yang menjadi titik terakhir yang diberi label.

urutan $distance\ gap$ yang digunakan untuk melabelkan titik-titik yang ditambahkan pada graf $M(C_n)$ diberikan oleh:
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k + 1 - i$
$d_{4i+1} = k + 1 + i$
$d_{4i+3} = k + 2 + i$
Dan urutan $color\ gap$ diberikan oleh :
$f_i = 2k - d_i + 3$
Melabelkan titik – titik yang asli pada graf $M(C_n)$ sebanyak n titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$ dan titik – titik yang ditambahkan sebanyak n titik yaitu $x'_0, x'_1, x'_2, \dots, x'_{n-1}$ menggunakan permutasi yang sesuai dengan pelabelan radio, untuk $i = 0,1,2, \dots k - 1$ seperti pada teorema sebelumnya.
Jadi rentang f untuk graf sikel tengah adalah
$= f_0 + f_1 + f_2 + \cdots + f_{n-2} + k + 2 + f'_0 + f'_1 + f'_2 + \cdots + f'_{n-2}$
$= (4k + 5)(k + 1) + n$

Aplikasi Pelabelan Radio

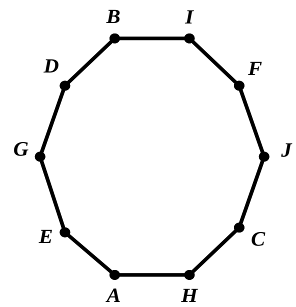
Dalam hal ini akan diberikan aplikasi dari Pelabelan Radio. Pelabelan Radio dapat digunakan untuk menetapkan frekuensi untuk masing – masing kota, yang merupakan bilangan bulat positif sehingga gangguan dapat dihindari. Tingkat gangguan berkaitan erat dengan lokasi geografis dari stasiun ,letak stasiun yang lebih dekat memungkinkan adanya gangguan yang semakin besar. Untuk menghindari gangguan, pemisahan antara frekuensi yang ditugaskan untuk sepasang stasiun terdekat harus cukup besar. Secara umum, dimodelkan dengan memisalkan pemancar sebagai titik pada sebuah graf G.

Contoh 3.9 :

Dibawah ini diberikan daftar stasiun radio di kota Semarang sebagai berikut :

1. Radio TRAX FM 106 MHz Jl. Sultan Agung No.63 Semarang (Titik A)
2. Radio Rasika FM 100,1 MHz Jl. Yos Sudarso No.1 Arteri Utara (Titik B)
3. Radio Trijaya FM 89,8 MHz Jl. Setiabudi Semarang (Titik C)
4. Radio RHEMA FM 88,6 Mhz Jl. Permata Hijau BB 36 Pondok Hasanudin (Titik D)
5. Radio GajahMada FM 102,4 MHz Jl. MT Haryono 161 A Semarang (Titik E)
6. Radio Suara Semarang FM 96,9 MHz Jl. Sendangsari Utara IX No. 140-141 Pedurungan Semarang (Titik F)
7. Radio Sonora FM 89,9 MHz Jl. Pemuda No. 138 Semarang (Titik G)
8. Radio Suara Sakti FM 105,2 MHz Jl. Kawi 29 Semarang (Titik H)
9. Radio Smart FM 93,4 MHz Jl. Soekarno Hatta Graha Spirit Arteri Semarang (Titik I)
10. Radio RCT FM 101,2 MHz Jl. Bukit Ratih 1 Bukitsari Semarang (Titik J)

Stasiun radio diatas dimisalkan dengan sebuah titik yaitu nomer pertama Radio TRAX FM menjadi titik A, Radio Rasika FM menjadi titik B dan seterusnya sehingga dapat digambarkan sebagai sebuah graf seperti berikut :



Gambar 3.39 Representasi stasiun radio di Semarang dalam graf

$n = 10$ sehingga $diam(C_{10}) = 5$
Syarat Pelabelan Radio yaitu setiap dua titik u dan v berlaku $|f(u) - f(v)| \geq diam(G) - d(u, v) + 1$. Dengan mengambil beberapa titik dari graf C_{10} diperoleh :

- Titik A dan B
  $|100{,}1 - 90{,}2| \geq 5 - 4 + 1$
  $|9{,}9| \geq 2$
- Titik B dan C
  $|100{,}1 - 89{,}8| \geq 5 - 4 + 1$
  $|10{,}3| \geq 2$
- Titik C dan F
  $|96{,}9 - 89{,}8| \geq 5 - 2 + 1$
  $|7{,}1| \geq 4$
- Titik G dan H
  $|105{,}2 - 98{,}9| \geq 5 - 3 + 1$
  $|6{,}3| \geq 3$
- Titik D dan G
  $|98{,}9 - 88{,}6| \geq 5 - 1 + 1$
  $|10{,}3| \geq 5$

Dari beberapa contoh perhitungan diatas dapat disimpulkan bahwa frekuensi beberapa radio di Semarang memenuhi Pelabelan Radio yang berlaku dalam Graf.

III. KESIMPULAN

Bilangan radio pada sikel dengan *chords*

$$r_n(G) = \begin{cases} (k+2)(2k-1) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i), & n \equiv 0 \ (mod\ 4) \\ 2k(k+2) + 1 + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i), & n \equiv 2 \ (mod\ 4) \\ 2k(k+1) + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i), & n \equiv 1 \ (mod\ 4) \\ (k+2)(2k+1) + \sum_{i=0}^{n-2} (d_i - d'_i), & n \equiv 3 \ (mod\ 4) \end{cases}$$

Bilangan radio pada graf sikel tengah

$$r_n(M(C_n)) = \begin{cases} 2(k+2)(2k-1) + n + 3, & n \equiv 0 (mod\ 4) \\ 4k(k+2) + k + n + 3, & n \equiv 2 (mod\ 4) \\ 4k(k+1) + k + n, & n \equiv 1 (mod\ 4) \\ (4k+5)(k+1) + n, & n \equiv 3 (mod\ 4) \end{cases}$$

Pada graf sikel tengah, pembuktian sebelumnya yang telah dibahas pada [7] dapat diperbaiki untuk $n \equiv 3\ (mod\ 4)$ sehingga diperoleh :
urutan $distance\ gap$ yaitu
$d_{4i} = d_{4i+2} = 2k + 2 - i$
$d_{4i+1} = k + 2 + i$
$d_{4i+3} = k + 3 + i$
$d(v_k, v'_0) = k + 1$ serta $f = k + 2$
Dan bilangan radio diperbaiki menjadi :
$r_n\big(M(C_n)\big) = (4k + 5)(k + 1) + n$

Aplikasi pelabelan radio pada graf yaitu penetapan frekuensi pada stasiun radio di sebuah kota, stasiun radio yang memiliki jarak yang dekat harus memiliki rentang frekuensi yang besar, sedangkan stasiun radio yang memiliki jarak yang cukup jauh memungkinkan rentang frekuensinya sedikit, di Kota Semarang frekuensi beberapa radio telah memenuhi pelabelan radio pada graf.

V. DAFTAR PUSTAKA

[1] Bird, John. 2002. *Matematika Dasar Teori dan Aplikasi Praktis*. *Edisi ke-3*. Jakarta : Erlangga.

[2] Johnsonbaugh, Richard. 2009. *Discrete Mathematics*. New Jersey : Pearson Education, Inc.

[3] Munir, Rinaldi. 2007. *Matematika Diskrit.* Bndung : Informatika Bandung.

[4] Rosen, Kenneth H. 2007. *Discrete Mathematics and Its Application. edisi ke-8*. New York: McGraw. Hill.

[5] Su-tzu Juan, Justie dan Daphne Der-Fen Liu. *Antipodal Labelings for Cycles*.*Ars Combinatoria*103(2006), hal : 1-2.

[6] Tim Dosen Pengampu Mata Kuliah Aljabar I. 2006. *Buku Ajar Aljabar I*. FMIPA UNDIP. Semarang.

[7] Vaidya,S.K. dan Vihol, P.L. *Radio Labeling for some cycle related graphs*. *IJMSC*, 2(2)(2012), hal : 11-24.

[8] Wilson, J.Robin dan John J.Watkins. 1990. *Graphs an Introductory Approach*. New York : University Course Graphs, Network, and Design.

[9] Yismianto, Bambang dan Bambang Irawanto. 2003. *Buku Ajar Matematika Diskret I*. FMIPA UNDIP. Semarang.

[10] Zhu, Xuding danDaphne Der-Fen Liu. *Multi-level Distance Labelings for Paths and Cycles*. *SIAM J Discrete Math*, 19(2005), hal : 610-621.

[11] http://www.seputar-semarang.com/cat/radio (2 Juli 2013)