

# OPTIMALISASI SISTEM ANTRIAN PELANGGAN PADA PELAYANAN *TELLER* DI KANTOR POS (STUDI KASUS PADA KANTOR POS CABANG SUKOREJO KENDAL)

Diyan Mumpuni<sup>1</sup>, Bambang Irawanto<sup>2</sup>, Dr. Sunarsih<sup>3</sup>  
<sup>1,2,3</sup>Jurusan Matematika Fakultas Sains dan Matematika UNDIP

[deem282@gmail.com](mailto:deem282@gmail.com), [b\\_irawanto@yahoo.co.id](mailto:b_irawanto@yahoo.co.id)

**ABSTRAK.** The problem occurs because there is a queue length of the queue at service facilities, or the presence of maids who are unemployed at the time of service due to vacancy queue. Services providers that can not be separated from the issue queue is the Post Office. queuing theory is used to determine the queuing model that can represent the state at the service counter, and to optimize the service time at the service counter. Queuing model of optimal service counter at the Post Office is  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  model queue. The highest number of customer arrivals during the study time on each date that is 20, if  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  model is applied on these days can lead to a buildup of the queue, so the queue model is used to optimally serve the customer every 20 is  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$  model queue.

Keywords : queueing process, queueing model, counters, Post Office.

## I. PENDAHULUAN

Salah satu lembaga penyedia pelayanan jasa yang tidak dapat dipisahkan dari masalah antrian adalah Kantor Pos. Masalah ini terlihat pada antrian pelanggan yang menunggu dilayani di depan loket pelayanan. Untuk mengoptimalkan kinerja pelayanan pada loket pelayanan, digunakan teori antrian untuk mengetahui dan menganalisa model antrian yang cocok untuk diterapkan. Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka dapat dirumuskan permasalahan sebagai berikut :

1. Bagaimanakah model antrian yang diterapkan pada loket pelayanan ?
2. Bagaimanakah mengoptimalkan waktu pelayanan pada loket pelayanan ?

### A. Deskripsi Sistem Antrian

Suatu antrian ialah suatu garis tunggu dari nasabah (satuan) yang memerlukan layanan dari satu atau lebih pelayan (fasilitas layanan). Ada 3 aspek yang harus diperhatikan dalam mekanisme pelayanan, yaitu

- a. Tersedianya pelayanan
- b. Kapasitas pelayanan

- c. Lama berlangsungnya pelayanan [4]

Proses antrian terdapat enam unsur penting yang terkait erat dengan sistem antrian tersebut, yaitu

- a. Distribusi kedatangan pelanggan
- b. Distribusi waktu pelayanan
- c. Fasilitas pelayanan
- d. Disiplin pelayanan
- e. Ukuran sistem antrian
- f. Sumber pemanggilan [3]

Notasi *Kendall* digunakan untuk merinci ciri dari suatu antrian. Notasi yang sesuai untuk meringkaskan karakteristik utama dari antrian paralel telah secara universal dibakukan dalam format berikut:

$$( a / b / c ) : ( d / e / f )$$

- a : Distribusi kedatangan
- b : Distribusi waktu pelayanan
- c : Fasilitas pelayanan atau banyaknya tempat *service* (stasiun serial paralel atau jaringan)
- d : Disiplin pelayanan (FIFO, LIFO, SIRO) dan prioritas pelayanan
- e : Ukuran sistem dalam antrian (terhingga atau tak terhingga)
- f : Sumber pemanggilan (terhingga atau tak terhingga). [3]

Umumnya proses antrian diasumsikan bahwa waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan mengikuti distribusi *eksponensial*, atau sama dengan jumlah kedatangan dan jumlah pelayanannya mengikuti distribusi *poisson*. Proses stokastik yang dinyatakan sebagai  $\{N(t), t \geq 0\}$  akan dikatakan sebagai suatu proses penjumlahan (*counting process*) apabila  $N(t)$  menunjukkan jumlah angka kedatangan (kejadian) yang terjadi sampai waktu  $t$ , dengan  $N(0) = 0$  dan akan dinyatakan sebagai suatu proses Poisson apabila memenuhi tiga asumsi berikut:

- i. Probabilitas terjadi satu kedatangan antara waktu  $t$  dan  $t + \Delta t$  adalah sama dengan  $\lambda \Delta t + o(\Delta t)$ . Dapat ditulis  $P = \{\text{terjadi kedatangan antara } t \text{ dan } t + \Delta t\} = \lambda \Delta t + o(\Delta t)$ , dengan  $\lambda$  adalah suatu konstanta yang independen dari  $N(t)$ ,  $\Delta t$  adalah elemen penambah waktu, dan  $o(\Delta t)$  dinotasikan

sebagai banyaknya kedatangan yang bisa diabaikan jika dibandingkan dengan  $\Delta t$ , dengan  $\Delta t \rightarrow 0$ , yaitu:  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{o(\Delta t)}{\Delta t} = 0$ .

- ii.  $P$  {lebih dari satu kedatangan antara  $t$  dan  $t + \Delta t$  } adalah sangat kecil atau bisa dikatakan diabaikan.
- iii. Jumlah kedatangan pada interval yang berturutan adalah tetap / independen, yang berarti bahwa proses mempunyai penambahan bebas, yaitu jumlah kejadian yang muncul pada setiap interval waktu tidak tergantung pada interval waktunya. [2]

**B. Model (M/M/c):(GD/∞/∞) [5]**

Dalam model ini, para pelanggan tiba dengan laju konstan  $\lambda$  dan maksimum  $c$  pelanggan dapat dilayani secara bersamaan. Laju pelayanan per pelayan juga konstan dan sama dengan  $\mu$ . Pengaruh terakhir dari penggunaan  $c$  pelayan yang paralel adalah “mempercepat” laju pelayanan dengan memungkinkan dilakukannya beberapa pelayanan secara bersamaan. Jika jumlah pelanggan adalah sistem,  $n$ , sama dengan atau lebih besar dari  $c$ , laju keberangkatan gabungan dari sarana tersebut adalah  $c$ . Jika  $n$  lebih kecil dari  $c$ , laju pelayanan adalah  $n\mu$ , sehingga diperoleh

$$\lambda_n = \lambda, n \geq 0$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu, n < c \\ c\mu, n \geq c \end{cases}$$

Untuk menghitung ukuran dasar dari kinerja antrian dalam model ini adalah sebagai berikut

Tingkat utilitas sistem antrian adalah

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

Peluang tidak ada pelanggan dalam sistem antrian adalah

$$p_0 = \left\{ \sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!} \left( \frac{1}{1-\rho/c} \right) \right\}^{-1}, \frac{\rho}{c} < 1$$

dan, peluang terdapat  $n$  pelanggan dalam sistem antrian adalah

$$P_n = \begin{cases} \frac{\rho^n}{n!} p_0, n < c \\ \frac{\rho^n}{c!c^{n-c}} p_0, n \geq c \end{cases}$$

dimana

$$\frac{\rho}{c} < 1 \text{ atau } \frac{\lambda}{\mu c} < 1$$

Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrian adalah

$$L_q = \frac{c\rho}{(c-\rho)^2} p_c$$

Jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem adalah

$$L_s = L_q + \rho$$

Waktu menunggu pelanggan yang diperkirakan dalam antrian adalah

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

Waktu menunggu pelanggan yang diperkirakan dalam sistem adalah

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

### C. Ukuran *Steady State* dari Kinerja Sistem [5]

Asumsi kondisi *steady-state* (atau kondisi tunak) terpenuhi apabila  $\lambda < \mu$  sehingga  $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$  di mana  $\lambda$  adalah jumlah rata-rata laju kedatangan dan  $\mu$  adalah rata-rata laju pelayanan.

### D. Uji Kecocokan Distribusi [1]

Setiap analisis statistika diperlukan adanya persyaratan distribusi yang sesuai. Uji kecocokan distribusi ini menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Langkah-langkah uji Kolmogorov-Smirnov sebagai berikut

a. Menentukan hipotesis

$H_0$  : distribusi yang diamati sama dengan distribusi yang diduga

$H_1$  : distribusi yang diamati tidak sama dengan distribusi yang diduga

b. Menentukan taraf signifikansi

Disini akan digunakan taraf signifikansi  $\alpha=5\%$

c. Statistik uji

$$D = \text{Sup } |S(x)-F_0(x)|$$

$S(x)$  : distribusi frekuensi kumulatif dari data sampel

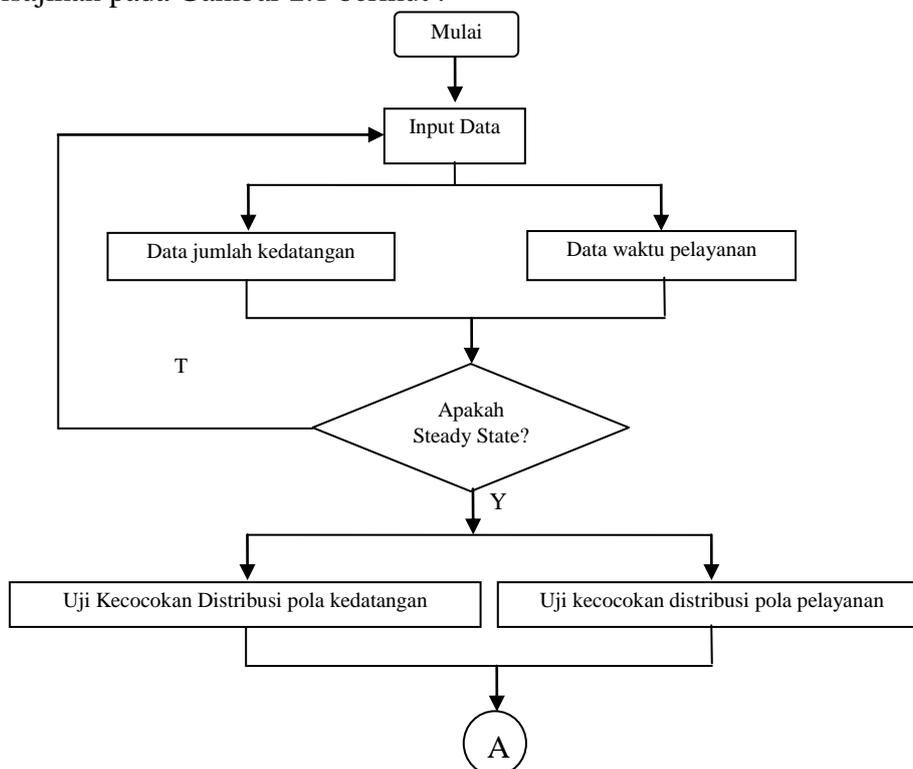
$F_0(x)$  : distribusi kumulatif dari distribusi yang dihipotesiskan

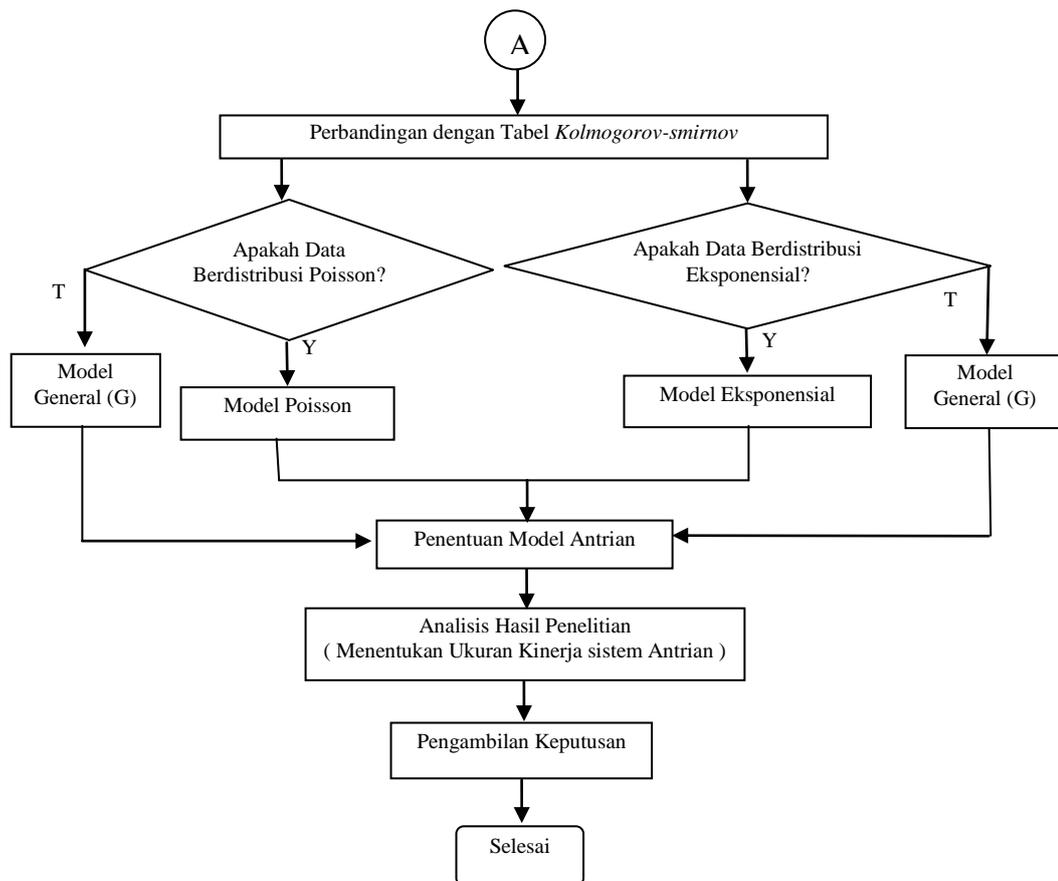
d. Kriteria uji

Tolak  $H_0$  pada taraf signifikansi  $\alpha$  jika nilai  $D >$  nilai  $D^*(\alpha)$ . Nilai  $D^*(\alpha)$  adalah nilai kritis dari kuantil  $1-\alpha$  yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

## II. METODE PENELITIAN

Penelitian ini dilakukan dengan mengambil sampel data selama empat bulan selama waktu pelayanan. Penelitian dilakukan di Terminal Induk Purabaya pada tanggal 5 April 2013 hingga 25 Juli 2013. Data waktu pelayanan pelanggan hanya diambil sampel dua hari, yaitu pada saat sistem melayani pelanggan dengan fasilitas pelayanan sebanyak 3 loket dan 2 loket. Adapun alur pembahasannya, disajikan pada Gambar 2.1 berikut :

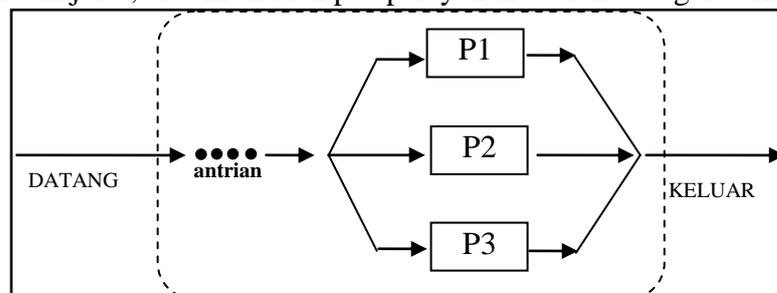




Gambar 3.1 Alur Pengolahan Data

### III. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem pelayanan pelanggan di Kantor Pos ini memiliki 3 loket pelayanan, namun terkadang hanya 2 loket pelayanan yang dibuka. Berdasarkan data yang diperoleh penulis, jumlah jam sibuk pelayanan pelanggan di Kantor Pos ini setiap hari selama satu minggu tidak selalu sama, yaitu antara lain 7 jam, 6 jam, dan 5 jam. Untuk lebih jelas, sistem antrian pos pelayanan adalah sebagai berikut :



Gambar 3.1. Sistem Antrian Loket Pelayanan Pelanggan di Kantor Pos Cabang Sukorejo

Analisis data awal akan dimulai dengan menghitung faktor utilisasi ( $\rho$ ) untuk tiap-tiap pelayanan per loketnya. Ukuran *steady-state* dari kinerja sistem pelayanan dapat di peroleh dari data jumlah kedatangan pada obyek penelitian dan data waktu pelayanan dengan menghitung tingkat utilitas dari sistem pelayanan. Kondisi *steady-state* harus terpenuhi sehingga dapat diketahui bahwa jumlah rata-rata pelanggan yang datang lebih kecil dari rata-rata laju pelayanan agar sistem pelayanan mencapai keadaan yang stabil.

Tabel 3.1. Analisis *Steady State*

Tipe	$\lambda$ (pelanggan/jam)	$\mu$ (pelanggan/jam)	$\rho = \lambda / \mu$	Steady State
I	32,14	24,36	0,66	Terpenuhi
II	28	24,36	0,57	Terpenuhi
III	33	24,36	0,68	Tidak terpenuhi
IV	25,18	17,96	0,47	Tidak terpenuhi
V	28,22	17,96	0,52	Terpenuhi

Sebelum melakukan analisis antrian terlebih dahulu dilakukan analisis kecocokan model apakah distribusi kedatangan mengikuti distribusi Poisson dan distribusi pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial. Untuk data jumlah Kedatangan dan waktu pelayanan dapat dilihat pada tabel 3.2 sebagai berikut :

Tabel 3.2. Uji kecocokan Data Jumlah kedatangan dan Jumlah Pelayanan

Pos	Tip e	D	$D^*(\alpha)$	Keputusan	Kesimpulan
Kedatangan	I	0,478	0,182	$H_0$ Diterima karena nilai $D < D^*(\alpha)$	Data berdistribusi Poisson
	II	0,565	0,352	$H_0$ Diterima karena nilai $D < D^*(\alpha)$	Data berdistribusi Poisson
	III	0,716	0,265	$H_0$ Diterima karena nilai $D < D^*(\alpha)$	Data berdistribusi Poisson

Pos	Tipe	D	D*( $\alpha$ )	Keputusan	Kesimpulan
Kedatangan	IV	0,427	0,314	H <sub>0</sub> Diterima karena nilai D < D*( $\alpha$ )	Data berdistribusi Poisson
	V	0,659	0,636	H <sub>0</sub> Diterima karena nilai D < D*( $\alpha$ )	Data berdistribusi Poisson
Pelayanan	A	0,827	0,184	H <sub>0</sub> Diterima karena nilai D < D*( $\alpha$ )	Data berdistribusi Ekspensial
	B	0,645	0,178	H <sub>0</sub> Diterima karena nilai D < D*( $\alpha$ )	Data berdistribusi Ekspensial

Tipe pelayanan A adalah pelayanan pelanggan dengan jumlah loket sebanyak 2 buah dan untuk tipe B adalah pelayanan dengan jumlah loket sebanyak 3 buah. Setelah dilakukan uji kecocokan distribusi maka dapat ditentukan model antriannya. Untuk Pos Kedatangan model antriannya yaitu M/M/c : GD/ $\infty/\infty$ , dengan jumlah server sebanyak 2 buah pada tipe I, II dan III sedangkan jumlah server sebanyak 3 buah pada tipe IV dan V.

Setelah dilakukan analisis steady-state dan uji kecocokan model, langkah selanjutnya yaitu melakukan analisis kinerja sistem antrean dengan menggunakan program WinQSB akan diperoleh tabel hasil akhir antrian sebagai berikut :

Tabel 5. Perolehan hasil akhir analisis antrian

Tipe	$\lambda$ (pelanggan /jam)	$\mu$ (pelanggan /jam)	$\rho$	$L_s$ (pelanggan)	$L_q$ (pelanggan)	$W_s$ (menit)	$W_q$ (menit)	$P_0$
I	33	25	0,66	3	2	4,36	1,9	0,21
II	28		0,57	2	1	3,68	1,22	0,27
III	33		0,68	3	2	4,55	2,09	0,19
IV	26	18	0,47	2	1	3,76	0,43	0,23
V	29		0,52	2	1	3,95	0,61	0,19

Berdasarkan hasil dan pembahasan, model antrian yang diterapkan pada loket pelayanan di Kantor Pos Cabang Kendal Unit Sukorejo ada dua yaitu model

antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  dan model antrian  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$ . Apabila kedua model tersebut diterapkan pada loket pelayanan Kantor Pos Cabang Kendal Unit Sukorejo pada dasarnya adalah sama, hanya saja jika pada hari-hari biasa diterapkan model  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$  maka terdapat pelayan yang sering mengganggu karena terdapat antrian yang kosong, sehingga model antrian optimal yang sesuai untuk diterapkan setiap hari adalah model antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$ . Diketahui bahwa jumlah kedatangan pelanggan tertinggi selama waktu penelitian yaitu pada setiap tanggal 20, dan apabila model antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  diterapkan pada hari-hari tersebut dapat mengakibatkan penumpukan antrian, sehingga model antrian optimal yang digunakan untuk melayani pelanggan setiap tanggal 20 adalah model antrian  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$ . Untuk menjaga kinerja sistem antrian yang diterapkan oleh Kantor Pos, perlu menetapkan jumlah pelayan pada setiap tanggal 20 atau minggu kedua dan ketiga setiap bulannya menjadi 3 pelayan dengan rata-rata waktu pelayanan pelanggan yang sama dengan rata-rata waktu pelayanan 2 pelayan, hal tersebut berarti waktu pelayanan pelanggan oleh pelayan adalah tetap, agar kinerja operasional secara keseluruhan tidak terganggu dan proses transaksi dapat berjalan secara optimal sehingga tidak membuat pelanggan menunggu terlalu lama.

#### IV. PENUTUP

Dari hasil penelitian dan analisis yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Model antrian yang diterapkan pada loket pelayanan di Kantor Pos Cabang Kendal Unit Sukorejo ada dua yaitu model antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$  dan model antrian  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$ .
2. Berdasarkan analisis kinerja sistem antrian, model antrian yang optimal pada loket pelayanan di Kantor Pos Cabang Kendal Unit Sukorejo adalah model antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$ , akan tetapi diketahui bahwa jumlah kedatangan pelanggan tertinggi pada setiap tanggal 20, yaitu dengan rata-

rata tingkat kedatangan sebanyak 72 pelanggan/jam jika diterapkan model antrian  $(M/M/2):(GD/\infty/\infty)$ , tingkat utilitas kinerja sistem antrian sebesar 1,46, artinya kondisi ini tidak memenuhi *steady state* dan apabila diterapkan model antrian  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$  maka tingkat utilitas kinerja sistem antrian sebesar 1,32, artinya kondisi ini masih tidak memenuhi *steady state*.

3. Model antrian yang sesuai pada loket pelayanan Kantor Pos Cabang Sukorejo setiap tanggal 20 adalah model antrian  $(M/M/3):(GD/\infty/\infty)$ , akan tetapi pihak Kantor Pos Cabang Sukorejo harus mengubah standar waktu pelayanan pelanggan pada saat jumlah fasilitas pelayanannya sebanyak 3 pelayan menjadi sama dengan standar waktu pelayanan pelanggan pada saat jumlah fasilitas pelayanannya sebanyak 2 pelayan, yaitu rata-rata waktu pelayanan pelanggan adalah selama 2,46 menit sehingga tingkat utilitas kinerja sistem antrian sebesar 0,98, artinya kondisi ini memenuhi *steady state*.

## V. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Daniel, Wayne W., 1989. *Statistik Nonparametrik Terapan* (halaman 343-345). Penerbit PT. Gramedia. Jakarta.
- [2] Gross, D. and Harris, C. M., 1998. *Fundamental of Queueing Theory Third Edition* (halaman 16-20). New York : John Wiley and Sons, INC.
- [3] Kakiay, Thomas J., 2004. *Dasar Teori Antrian Untuk Kehidupan Nyata* (halaman 4-6, 17-18). Penerbit Andi. Yogyakarta.
- [4] Siagian, P., 1987. *Penelitian Operasional : Teori dan Praktek* (halaman 390,392). Universitas Indonesia Press. Jakarta.
- [5] Taha, Hamdy A. 1996. *Riset Operasi Jilid 2* (halaman 189-208). Binarupa Aksara. Jakarta.