

ANALISA KESTABILAN MODEL MATEMATIKA PENYAKIT PNEUMONIA DENGAN *CARRIERS*

Hanik Rahmawati¹, Prof. Dr. Widowati, M.Si², Drs. Kartono, M.Si³
Jurusan Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

puzzlehara.ph@gmail.com , wiwied_mathundip@yahoo.com

ABSTRACT. Pneumonia disease is lung inflammation disease caused by microorganism such as *Streptococcus pneumoniae* bacterium. This final project presented a mathematical model that describe dynamic pneumonia disease population in children under five years. The model used SICK are susceptible, infected, carriers, and recovered. Analysis to the model is conducted to decide whether pneumonia will spread within population with reproduction number. Using Routh-Hurwitz criterion we obtained free disease equilibrium and endemic equilibrium. From stability analysis of simulation result it is known that the disease free equilibrium unstable while the endemic equilibrium stable local asymptotic with $R_0 = 17,14793737$.

Keywords : Mathematical Model, Stability Analysis, Pneumonia, Carriers.

I. PENDAHULUAN

Perkembangan ilmu pengetahuan khususnya di bidang matematika memberikan peranan penting dalam menggambarkan fenomena penyebaran suatu penyakit. Fenomena penyebaran penyakit tersebut disajikan dalam bentuk model matematika. Model matematika adalah model yang mempresentasikan suatu permasalahan di dunia nyata ke dalam sebuah persamaan matematika. Dengan menggunakan pemodelan matematika yang berdasarkan asumsi-asumsi yang dibuat, diharapkan dari model yang dibuat dapat menjelaskan fenomena dan mengambil tindakan apa yang harus dilakukan jika terjadi epidemi. Salah satu fenomena penyebaran penyakit yang dapat dimodelkan dalam bentuk matematika yaitu tentang penyebaran penyakit pneumonia dengan bawaan pada balita.

Kasus pneumonia di Indonesia masih tinggi, salah satunya di Kabupaten Semarang. Pada tahun 2008 terdapat 1.410 kasus pneumonia balita dan tahun 2009 menjadi 1.463 kasus [1]. Pneumonia adalah peradangan yang mengenai paru, distal dari bronkiolus terminalis yang mencakup bronkiolus respiratorius, dan alveoli, serta menimbulkan konsolidasi jaringan paru dan mengganggu pertukaran

gas [2]. Pneumonia sering terjadi pada anak usia bawah lima tahun dan penyebab utama kematian dari 2 juta anak tiap tahun yang terjadi di negara berkembang [3].

Model yang diberikan oleh Ong'ala Jacob et al [6] dengan mengemukakan bahwa penyakit pneumonia bisa disebabkan karena bawaan saat masih bayi dan bisa terinfeksi pada kelas rentan. Dalam tugas akhir ini membahas pengembangan model matematika penyakit pneumonia dengan *carriers* dari Ongala Jacob et al [6], dengan $S(t)$ adalah jumlah individu rentan pada waktu t ; $I(t)$ adalah jumlah individu yang terinfeksi saat t ; $C(t)$ adalah jumlah individu yang memiliki bawaan pada saat t ; dan $R(t)$ adalah jumlah individu yang pulih pada waktu t . Dari model kemudian dikaji pola epidemik dengan mencari solusi dari model dahulu, kemudian menginterpretasikan hasil kajian kedalam keadaan sebenarnya.

II. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1 Model Matematika Pneumonia

Model matematika penyebaran pneumonia oleh bakteri *Streptococcus pneumoniae* pada balita dengan sifat bawaan yang telah dibuat oleh Ong'ala Jacob et al [6], merumuskan secara rinci dan mendefinisikan parameter yang digunakan dalam model. Kemudian dibahas oleh Roro A dengan judul Analisis Model Matematika Transmisi Penyakit Pneumonia, dengan model *SIR* [10].

Parameter yang digunakan antara lain μ adalah laju kematian alami, ν adalah laju kelahiran, ρ adalah peluang terjadinya kontak individu rentan ke individu pada kelas bawaan atau peluang terjadinya kontak individu yang rentan ke individu yang terinfeksi penyakit yaitu $(1-\rho)$, π adalah laju sifat bawaan yang terinfeksi, η adalah laju individu terinfeksi dapat pulih kembali, q adalah peluang individu yang bersih dari bakteri di tubuhnya dan memperoleh kekebalan sementara pada $(1-q)$ yang masih membawa bakteri, β adalah laju individu pembawa yang pulih memperoleh kekebalan sementara, δ adalah tingkat kemungkinan terinfeksi kembali, α adalah laju kematian yang disebabkan oleh pneumonia pada populasi terinfeksi, ψ adalah laju kontak penyebab infeksi, ε

adalah tingkat individu rentan yang menunjukkan gejala terinfeksi, ω adalah laju kekebalan alami, dan $\psi \frac{(I + \varepsilon C)}{N}$ adalah laju individu yang terinfeksi oleh kontak terhadap pembawa atau yang terinfeksi.

Selanjutnya diasumsikan populasi balita tidak ada proses imigrasi, terjadi kelahiran dan kematian, individu terinfeksi dapat mengalami kematian, kematian alami adalah kematian yang bukan disebabkan pneumonia, individu rentan penyakit terdiri dari individu yang belum terjangkit pneumonia dan yang pernah terjangkit pneumonia namun hilang kekebalannya, lama waktu penyembuhan 2 bulan, dan lama waktu masa rentan kembali terinfeksi 2 tahun. Berdasarkan parameter dan asumsi yang ada maka model penyebaran penyakit pneumonia adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= v - \left(\mu + \omega + \psi \left(\frac{I + \varepsilon C}{N} \right) \right) S + \delta R \\ \frac{dI}{dt} &= \left((1 - \rho) \psi \left(\frac{I + \varepsilon C}{N} \right) \right) S + \pi C - (\eta + \alpha + \mu) I \\ \frac{dC}{dt} &= \left(\rho \psi \left(\frac{I + \varepsilon C}{N} \right) \right) S - (\mu + \pi + \beta) C + (1 - q) \eta I \\ \frac{dR}{dt} &= q \eta I - (\mu + \delta) R + \beta C + \omega S\end{aligned}\quad (2.1)$$

dengan kondisi awal, $S(0) \geq 0, I(0) \geq 0, C(0) \geq 0$, dan $R(0) \geq 0$.

2.2 Titik kesetimbangan model penyakit pneumonia

Berdasarkan sistem persamaan diferensial (2.1) diperoleh dua titik kesetimbangan yaitu

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit

Titik kesetimbangan bebas penyakit artinya populasi terbebas dari penyakit atau belum ada individu yang terinfeksi penyakit ($I^o = 0$) dan belum ada individu yang memiliki sifat bawaan ($C^o = 0$) [6]. Diperoleh titik kesetimbangan bebas penyakit yaitu

$$P_0 = (S^o, I^o, C^o, R^o) = \left(\frac{v(\mu + \delta)}{\mu(\mu + \delta + \omega)}, 0, 0, \frac{\omega v}{\mu(\mu + \delta + \omega)} \right).$$

2. Titik kesetimbangan endemik

Titik kesetimbangan endemik merupakan kondisi dimana paling tidak terdapat satu individu yang terinfeksi dan kemudian menularkan kepada individu lain ($I \neq 0$ dan $C \neq 0$). Dengan menggunakan bantuan program maple diperoleh nilai titik kesetimbangan endemik adalah $P^* = (S^*, I^*, C^*, R^*) = (m_1, m_2, m_3, m_4)$.

2.3 Bilangan Reproduksi

Rasio reproduksi dasar merupakan parameter yang digunakan untuk mengetahui tingkat penyebaran pneumonia pada populasi. Nilai R_0 merupakan nilai eigen terbesar dari matriks NGM [21], sehingga diperoleh

$$R_0 = \psi t \left(\frac{\rho[\varepsilon h_1 + \pi] + (1 - \rho)[h_2 + (1 - q)\varepsilon\eta]}{h_1 h_2 - (1 - q)\pi\eta} \right)$$

dengan $h_1 = \mu + \alpha + \eta$ dan $h_2 = \mu + \pi + \beta$

Jika $R_0 < 1$, artinya penyakit pneumonia tidak akan menyebar dan jumlah penderita berangsur berkurang hingga penyakit akan menghilang. Jika $R_0 > 1$, artinya penderita pneumonia dapat menularkan penyakitnya kepada individu lain, sehingga akan terjadi endemi.

2.4.1. Analisa Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Penyakit

Sistem persamaan nonlinier (2.1) dapat diketahui analisis kestabilannya dengan linierisasi deret Taylor. Diperoleh matriks Jacobian pada titik kesetimbangan bebas penyakit yang telah dilinierisasi sebagai berikut,

$$J(P_0) = \begin{bmatrix} -(\mu + \omega) & -\psi t & -\psi \varepsilon t & \delta \\ 0 & \psi(1 - \rho)t - h_1 & \psi \varepsilon(1 - \rho)t + \pi & 0 \\ 0 & \psi \rho t + (1 - q)\eta & \psi \varepsilon \rho t - h_2 & 0 \\ \omega & q\eta & \beta & -(\mu + \delta) \end{bmatrix}, \text{ dengan } t = \frac{(\mu + \delta)}{(\mu + \delta + \omega)}$$

Diperoleh persamaan karakteristiknya adalah sebagai berikut,

$$(\lambda + \mu + \omega)(\lambda - \psi t(1 - \rho) + h_1)(\lambda - \psi \varepsilon \rho t + h_2)(\lambda + \mu + \delta) - \omega \delta (\psi \rho t + (1 - q)\eta)(\psi \varepsilon (1 - \rho)t + \pi) = 0 \quad (2.2)$$

Lemma 1 [21]

Jika $R_0 < 1$ maka titik kesetimbangan bebas penyakit P_0 ada dan stabil asimtotik lokal dan jika $R_0 > 1$ titik kesetimbangan bebas penyakit P_0 tidak ada dan tidak stabil.

Bukti:

Diketahui $R_0 < 1$ dan berdasarkan Definisi 2.8 akan dibuktikan bahwa nilai eigen dari persamaan (2.2) adalah $\lambda_i < 0$, agar kondisi sistem stabil asimtotik lokal terpenuhi. Diperoleh nilai eigen dari matriks jacobian sebagai berikut :

- $\lambda_1 = -\mu$, maka $\lambda_1 < 0$
- $\lambda_2 = -\mu - \delta - \omega$, maka $\lambda_2 < 0$
- $\lambda_3 = -\frac{1}{2}h_2 + \frac{1}{2}\psi t + \frac{1}{2}\psi \varepsilon \rho t - \frac{1}{2}\psi \rho t - \frac{1}{2}h_1 + \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}} < 0$
- $\lambda_4 = -\frac{1}{2}h_2 + \frac{1}{2}\psi t + \frac{1}{2}\psi \varepsilon \rho t - \frac{1}{2}\psi \rho t - \frac{1}{2}h_1 - \frac{1}{2}y^{\frac{1}{2}} < 0$

$$\begin{aligned} \text{dengan } y = & -2\psi^2 t^2 \rho - 2\psi t h_1 + \psi^2 t^2 \rho^2 + 2h_1 \psi t \rho + \psi^2 \varepsilon^2 t^2 \rho^2 + h_1^2 + h_2^2 - 2\psi \varepsilon \rho t h_2 + \\ & 2\psi^2 t^2 \varepsilon \rho - 2\psi^2 \rho^2 t^2 \varepsilon - 2\psi \rho t h_2 + 4\psi \rho t \pi + 4t \eta \psi \varepsilon + 2\psi t h_2 - 2h_1 h_2 + 4\eta \pi + \\ & 2\psi \varepsilon \rho t h_1 - 4q \eta \pi - 4t \eta \psi \varepsilon \rho - 4q \eta \psi \varepsilon t + 4q \eta \psi \varepsilon \rho t + \psi^2 t^2 \end{aligned}$$

Berdasarkan nilai $R_0 < 1$, maka terbukti bahwa $\lambda_i < 0$ maka sistem memiliki titik kesetimbangan bebas penyakit dan stabil asimtotik lokal atau penyakit tidak menyebar dalam populasi, sebaliknya jika $R_0 > 1$ maka terdapat nilai eigen dari $J(P_0)$ yang bernilai positif sehingga keadaan kesetimbangan di titik P_0 tidak stabil dengan kata lain penyakit akan tetap menyebar dalam populasi. ■

2.4.2. Analisa Kestabilan Titik Kesetimbangan Endemik

Berdasarkan analisa kestabilan model matematika pada titik kesetimbangan endemik diperoleh matriks jacobian sebagai berikut

$$J(P^*) = \begin{bmatrix} -(z_1 + \omega + \mu) & -z_2 & -\varepsilon z_2 & \delta \\ (1-\rho)z_1 & (1-\rho)z_2 - h_1 & \varepsilon(1-\rho)z_2 + \pi & 0 \\ \rho z_1 & \rho z_2 + (1-q)\eta & \varepsilon \rho z_2 - h_2 & 0 \\ \omega & q\eta & \beta & -(\mu + \delta) \end{bmatrix}$$

dengan $z_1 = \psi \frac{(m_2 + \varepsilon m_3)}{N}$, $z_2 = \frac{\psi m_1}{N}$ sehingga didapat persamaan polinomial

sebagai berikut,

$$P(\lambda) = \lambda^4 + a_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda + a_4 = 0$$

dengan

$$a_1 = (\mu + \delta) - (\varepsilon \rho z_2 - h_2) - ((1-\rho)z_2 - h_1) + (z_1 + \mu + \omega)$$

$$a_2 = -(\varepsilon \rho z_2 - h_2)(\mu + \delta) - (\mu + \delta)((1-\rho)z_2 - h_1) + (\varepsilon \rho z_2 - h_2)((1-\rho)z_2 - h_1) + (z_1 + \mu + \omega)(\mu + \delta) - (z_1 + \mu + \omega)(\varepsilon \rho z_2 - h_2) - (z_1 + \mu + \omega)((1-\rho)z_2 - h_1) + \lambda^2 \rho \varepsilon z_1 z_2$$

$$a_3 = ((1-\rho)z_2 - h_1)(\varepsilon \rho z_2 - h_2)(\mu + \delta) - \lambda(z_1 + \mu + \omega)(\varepsilon \rho z_2 - h_2)(\mu + \delta) - \lambda(z_1 + \mu + \omega)((1-\rho)z_2 - h_1)(\mu + \delta) + \lambda(z_1 + \mu + \omega)((1-\rho)z_2 - h_1)(\varepsilon \rho z_2 - h_2) - \lambda \rho \varepsilon z_1 z_2 ((1-\rho)z_2 - h_1) + \lambda \rho \varepsilon z_1 z_2 (\mu + \delta)$$

$$a_4 = (z_1 + \mu + \omega)((1-\rho)z_2 - h_1)(\varepsilon \rho z_2 - h_2)(\mu + \delta) + \delta \beta z_1 (1-\rho)(\rho z_2 + (1-q)\eta) - \omega \delta (\rho z_2 + (1-q)\eta)(\varepsilon z_2 (1-\rho) + \pi) - \rho \varepsilon z_1 z_2 (\mu + \delta)((1-\rho)z_2 - h_1)$$

Berdasarkan kriteria Routh-Hurwitz diperoleh titik kesetimbangan endemik P^*

stabil asimtotik lokal jika $a_1 > 0$, $a_2 - \frac{a_3}{a_1} > 0$, $a_3 - \frac{a_1 a_4}{\left(a_2 - \frac{a_3}{a_1}\right)} > 0$, dan $a_4 > 0$.

2.5. Simulasi Numerik

Simulasi numerik pada model penyebaran penyakit pneumonia dengan *carriers* menggunakan data Laporan Tahunan Puskesmas Kedung Mundu Tahun 2014. Didapat model penyebaran penyakit pneumonia sebagai berikut,

$$\frac{dS}{dt} = 0,0808 - 0,1114377743 S + 0,0416R$$

$$\frac{dI}{dt} = 0,03379700392 S + 0,0138 C - 0,0618 I$$

$$\frac{dC}{dt} = 0,003440770342 S - 0,0244 C + 0,0156 I \quad (2.3)$$

$$\frac{dR}{dt} = 0,026 I - 0,0418 R + 0,0104 C + 0,074 S$$

dengan kondisi awal $S(0) = 346$, $I(0) = 32$, $C(0) = 6$, $R(0) = 20$.

Simulasi untuk titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik di Kelurahan Kedung Mundu adalah

1. Titik kesetimbangan bebas penyakit

Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada sistem persamaan diferensial diperoleh nilai titik kesetimbangan bebas penyakit dengan maple yaitu

$$P_0 = (S^o, I^o, C^o, R^o) = (145,8307427; 0; 0; 258,1692573)$$

Nilai eigen matriks Jacobian dari titik kesetimbangan bebas penyakit adalah $0,09582388$; $-0,0001999999869$; $-0,02802575635$; $-0,1158000000$. Karena tidak semua nilai eigen matriks Jacobian bernilai negatif maka titik kesetimbangan bebas penyakit tidak stabil yang artinya bahwa tetap ada penyebaran pneumonia pada populasi balita di Kelurahan Kedung Mundu.

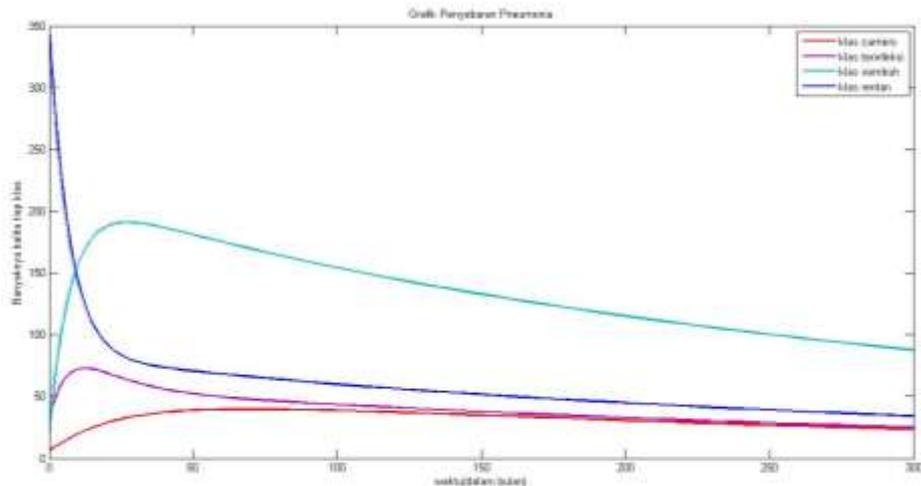
2. Titik kesetimbangan endemik

Dengan mensubstitusikan nilai parameter pada sistem persamaan differensial diperoleh nilai titik kesetimbangan endemik dengan maple yaitu

$$(S^*, I^*, C^*, R^*) = (47,38420525; 2,656077812; 2,253289047; 86,09864636)$$

Nilai eigen matriks Jacobian dari titik kesetimbangan endemik adalah $-0,001392338214 + 0,006711420150 i$; $-0,03537550216$; $-0,1170946312$; $-0,001392338214 - 0,006711420150 i$. Karena semua nilai eigen matriks Jacobian adalah negatif maka titik kesetimbangan endemik stabil asimtotik lokal yang berarti terdapat penyebaran penyakit pneumonia pada populasi balita.

Menggunakan nilai awal dari data Puskesmas Kedung Mundu dilakukan simulasi dengan program Matlab, berikut hasil grafiknya :



Gambar 3.1 Grafik proporsi individu tiap klas

Pada awalnya populasi *susceptible* sebesar 346 jiwa. Jumlah ini semakin turun karena banyak individu *susceptible* yang memiliki kekebalan tubuh baik sehingga tidak terinfeksi pneumonia dan masuk pada proporsi individu *recovered*. Bertambahnya proporsi individu *carriers* dan *infected* setelah mencapai puncaknya, proporsi ini berangsur semakin berkurang hingga mendekati 0. Pada saat proporsi individu *infected* dan *carriers* turun maka jumlah proporsi individu *recovered* naik hingga 186 jiwa. Proporsi individu *recovered* paling tinggi dibandingkan proporsi individu yang lain setelah melewati bulan ke-300. Diperoleh bilangan reproduksi dasarnya adalah $R_0 = 17,14793737$ yang artinya terjadi penyebaran penyakit pneumonia pada populasi balita yang rentan.

III. KESIMPULAN

Tugas akhir ini mengkaji model matematika penyakit pneumonia dengan *carriers* pada populasi balita. Pembahasan yang telah dilakukan pada model matematika ini didapat dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas penyakit dan titik kesetimbangan endemik. Analisa kestabilan pada titik kesetimbangan bebas penyakit P_0 stabil jika $R_0 < 1$, namun jika $R_0 > 1$ maka titik kesetimbangan P^* stabil.

Berdasarkan data Puskesmas Kedung Mundu tahun 2014 diperoleh bahwa titik kesetimbangan bebas penyakit tidak stabil dari nilai eigen matriks Jacobian

dan pada titik kesetimbangan endemik sistem stabil asimtotik lokal dari nilai eigennya yang semua bernilai negatif. Bilangan reproduksi dasar penyakit pneumonia di Kelurahan Kedung Mundu sebesar $17,14793737 (R_0 > 1)$. Hal ini berarti tetap ada penyebaran pneumonia pada populasi balita. Pada hasil simulasi dengan maple dan matlab didapat jumlah populasi terinfeksi dan *carriers* mengakibatkan jumlah populasi rentan berkurang. Sedangkan semakin besar jumlah populasi rentan yang kebal alami mengakibatkan jumlah populasi sembuh semakin bertambah.

IV. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aris, N. dan Galuh, N.P. 2011. *Hubungan Antara Sanitasi Rumah Dan Perilaku Dengan Kejadian Pneumonia Balita*, Jurnal Kesehatan Masyarakat Vol. 2 hal. 71-78.
- [2] Dahlan, Z., Sudoyo AW, Setiyohadi B, Alwi I, Simadibrata M, Setiati S. 2010. *Buku Ajar Ilmu Penyakit Dalam*. Jakarta: Pusat Penerbitan Departemen Ilmu Penyakit Dalam FKUI.
- [3] The United Nations Children's Fund (UNICEF)/World Health Organization (WHO). 2006. *Pneumonia the forgotten killer of children*. New York : WHO Press.
- [4] United Nations (MDG). 2011. Millenium Development Goals. United Nations website.
- [5] Sugihartono dan Nurjazuli. 2012. *Analisis Faktor Risiko Kejadian Pneumonia Pada Balita Di Wilayah Kerja Puskesmas Sidorejo Kota Pagar Alam*. Jurnal Kesehatan Lingkungan Hidup Vol. 11 No. 1.
- [6] Jacob, O.O. Joseph, M. Paul, O. 2013. *Mathematical Model for Pneumonia Dynamics with Carriers*. Int. Journal of Math. Analysis, Vol 7 no. 50. p: 2457-2473.
- [7] Anwar, Athena dan Dharmayanti, Ika. 2014. *Pneumonia pada Anak Balita di Indonesia*. Jurnal Kesehatan Masyarakat Nasional Vol 8 No 8.
- [8] Pessoa, Delphine. 2010. *Modelling the Dynamics of Streptococcus Pneumoniae Transmission in Children*. Masters thesis, University of De Lisboa.

- [9] Doura, K. Julio, D.M.M. Meyer, G. Perez, L.E. 2000. *An S-I-S Model of Streptococcal Disease with a Class of Beta-Hemolytic Carriers*. Journal of Mathematical Biology 36. p:1524-1550.
- [10] Astria, Roro. 2009. *Analisis Model Matematika Transmisi Penyakit Pneumonia*. Skripsi. ITB. Bandung.
- [11] Atmi, Ndaru. 2013. *Pemodelan Strategi Pengendalian Penyebab Penyakit Pertussis*. Skripsi. UNDIP. Semarang.
- [12] Widowati dan Sutimin. 2013. *Pemodelan Matematika : Analisis dan Aplikasinya*. Undip Press. Semarang.
- [13] Martono, Koko. 1999. *Kalkulus*. Jakarta : Erlangga.
- [14] Widowati, R. Heri S U, Farikhin. 2012. *Kalkulus*. Undip Press. Semarang.
- [15] Purcell. 1981. *Calculus with Analytic Geometry 3rd edition* (Terjemahan Drs.Rawuh dan Bana Kartasasmita, Ph.D). Jakarta. Erlangga.
- [16] Pudjiastuti BSW. 2006. *Matriks Teori dan Aplikasi*. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- [17] Anton, Howard. 1997. *Aljabar Linier Elementer Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga.
- [18] Kartono. 2012. *Persamaan Diferensial Biasa : Model Matematika Fenomena Perubahan*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- [19] Glenn, Ledder. 2005. *Differential Equation: A Modeling Approach*: McGraw-Hill Companies, Inc: New York.
- [20] Brannan, David. 2006. *A First Course In Mathematical Analysis*. Cambridge: University Press.
- [21] O. Diekmann, J.A.P. Heesterbeek and M.G. Roberts. 2010. *The construction of next generation matrices for compartmental epidemic models*. Journal of The Royal Society. pages 873-885.
- [22] Olsder, G.J. 1994. *Mathematical System Theory*. The Netherlands: Delftse Uitgevers Maatscappij b.v.
- [23] Luenberg, David G. 1979. *Introduction to Dynamics System*. John Wiley and Sons, Inc. New York.

LAMPIRAN :**Tabel Nilai Parameter**

Parameter	Keterangan	Nilai Parameter
μ	Laju kematian alami	0,0002 /bulan
ν	Laju rekrutmen individu perkapita pada populasi balita	0,0808 jiwa/bulan
α	Laju kematian yang disebabkan oleh pneumonia pada populasi yang terinfeksi	0,02 /bulan
q	Peluang individu yang pulih	0,625
η	Laju individu terinfeksi dapat pulih kembali	0,0416 /bulan
β	Laju individu pembawa yang pulih memperoleh kekebalan sementara	0,0104 /bulan
ρ	Peluang terjadinya kontak antara individu yang rentan terinfeksi	0,924
ψ	Laju kontak penyebab infeksi	0,47 /bulan
ε	Tingkat individu rentan yang menunjukkan gejala terinfeksi	0,00144 /bulan
δ	Tingkat kemungkinan terinfeksi kembali	0,0416 jiwa/bulan
π	Laju sifat bawaan yang menunjukkan gejala terinfeksi	0,0138 /bulan
ω	Laju kesembuhan alami	0,074 /bulan
$\frac{\psi(I + \varepsilon C)}{N}$	Laju individu yang terinfeksi oleh kontak terhadap pembawa atau juga orang yang terinfeksi	0,03723777426