PENYELESAIAN MASALAH PROGRAM LINIER *FUZZY* DENGAN BILANGAN *FUZZY LINEAR REAL* MENGGUNAKAN METODE SABIHA

Eky Pawestri Gita Asmara[1], Bambang Irawanto, S.Si, M.Si[2], Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si[3]
Departemen Matematika FSM Universitas Diponegoro
Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

eky.pga@gmail.com, b_irawanto@yahoo.co.id

ABSTRACT. Fuzzy Linear Programming (FLP) is one form of a linear programming that includes fuzzy numbers. Several methods have been developed to solve the FLP problems, one of which Sabiha's Methods. The method is modifying Two Phase Methods such that it can be used in the FLP. Modification is done by changing the general form to be adjusted with the "triplet matrix", such that the one matrix of the triplet matrix is divided into three single matrix. The method is using Linear Fuzzy Real Numbers (LFR). There are also Kumar's Methods were also modify Two Phase Methods. The comparison of the Sabiha's Methods with Kumar's Methods is resulting the same optimal solution and value in the form of fuzzy but there is a different in the form of crisp.
Keywords: Fuzzy Linear Programming, Kumar's Methods, Linear Fuzzy Real Numbers, Sabiha's Methods, Two Phase Methods.

I. PENDAHULUAN

Program Linier (PL) adalah sebuah metode matematis yang berkarakteristik linier untuk menemukan suatu penyelesaian optimal dengan cara memaksimumkan atau meminimumkan fungsi tujuan terhadap suatu susunan kendala. PL dapat digunakan untuk menyelesaikan banyak permasalahan dalam dunia nyata yang mungkin terdapat ketidakpastian mengenai parameter. Dalam situasi seperti ini parameter dari masalah PL dapat direpresentasikan sebagai bilangan *fuzzy*. Konsep dari pembuat keputusan dalam bentuk *fuzzy* pertama kali diusulkan oleh Bellman dan Zadeh pada tahun 1970. Setelah itu penelitian dan penggunaan *Fuzzy Linear Programming Problem* (FLPP) mulai berkembang. Beberapa pakar telah melakukan penelitian, di antaranya yaitu J. Neggers dan H. Kim yang menjelaskan tentang bilangan *Linear Fuzzy Real* (*LFR*). Selain itu ada pula Sabiha Fathil Jawad dan Amit Kumar yang memberikan metode baru dalam menyelesaikan FLPP. Tulisan ini akan membahas Metode Sabiha untuk menyelesaikan masalah Program Linier *Fuzzy* (PLF) dengan bilangan *LFR*. Selain itu juga dibandingkan penyelesaian PLF dengan bilangan *LFR* antara menggunakan Metode Kumar dengan menggunakan Metode Sabiha.

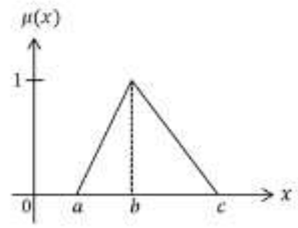
II. HASIL DAN PEMBAHASAN

2.1. Bilangan *LFR*

Definisi 2.1. [3] Bilangan *LFR* didefinisikan sebagai *triple* bilangan riil (a, b, c) di mana $a \leq b \leq c$ dengan:

1. $\mu(x) = 1$ jika $x = b$;
2. $\mu(x) = 0$ jika $x \leq a$ atau $x \geq c$;
3. $\mu(x) = \frac{(x-a)}{(b-a)}$ jika $a < x < b$;
4. $\mu(x) = \frac{(c-x)}{(c-b)}$ jika $b < x < c$.

Misalkan *LFR* = $\{\mu : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1] | \ \mu$ adalah bilangan *LFR*$\}$. Seperti yang diketahui dalam definisi tersebut yang mendefinisikan bilangan *LFR* sebagai triple (a, b, c) maka elemen *LFR* dapat dituliskan $\mu = \mu(a, b, c)$. Dari definisi tersebut bilangan *LFR* dapat diilustrasikan dengan gambar berikut:



Gambar 2.1 Bilangan *LFR* $\boldsymbol{\mu(a, b, c)}$

Definisi 2.2. [3] Untuk bilangan riil c, dimisalkan $\epsilon(c) = \mu$ dengan *triple* yang berhubungan (c, c, c). Maka μ adalah bilangan *LFR* dengan $\mu(c) = 1$ dan $\mu(x) = 0$ untuk yang lainnya. Karena μ adalah bilangan *LFR* maka dianggap $\epsilon(c) = \mu$ mewakili bilangan riil c itu sendiri. Jadi dapat dikatakan bahwa himpunan $\mathbb{R}$ dari semua bilangan riil adalah subset dari himpunan bilangan *LFR* atau dapat ditulis $\mathbb{R} \subset himpunan\ LFR$.

2.1.1. Operasi-operasi Bilangan *LFR* [3]

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Diberikan dua bilangan LFR yaitu $\mu_1 = \mu(a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = \mu(a_2, b_2, c_2)$, maka $\mu_1 + \mu_2 = \mu(a_1 + a_2, b_1 + b_2, c_1 + c_2)$.

Untuk operasi pengurangan adalah sebagai berikut $-\mu(a, b, c) = \mu(-c, -b, -a)$ dan $\mu_1 - \mu_2 = \mu(a_1 - c_2, b_1 - b_2, c_1 - a_2)$.

b. Perkalian

Diberikan bilangan LFR yaitu $\mu_1 = \mu(a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = \mu(a_2, b_2, c_2)$, maka

$$\mu_1 \cdot \mu_2 = \mu(\min\{a_1a_2, a_1c_2, a_2c_1, c_1c_2\}, b_1b_2, \max\{a_1a_2, a_1c_2, a_2c_1, c_1c_2\}).$$

Jadi jika $\mu_i = \mu(a_i, b_i, c_i)$ untuk $i = 1,2,3$, maka

$$\mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 = \mu(\min\{a_1a_2a_3, \dots, c_1c_2c_3\}, b_1b_2b_3, \max\{a_1a_2a_3, \dots, c_1c_2c_3\}).$$

Dengan demikian berlaku $\mu \cdot \epsilon(1) = \mu$ untuk setiap $\mu \in LFR$.

c. Pembagian

Diberikan bilangan LFR yaitu $\mu_1 = \mu(a_1, b_1, c_1)$ dan $\mu_2 = \mu(a_2, b_2, c_2)$, maka $\frac{\mu_1}{\mu_2} = \mu_1 \cdot \frac{1}{\mu_2}$ dimana $\frac{1}{\mu_2} = \mu\left(\min\left\{\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right\}, \text{median}\left\{\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right\}, \max\left\{\frac{1}{a_2}, \frac{1}{b_2}, \frac{1}{c_2}\right\}\right)$. Dengan demikian untuk $\mu(a, b, c)$, jika $0 < a \leq b \leq c$ maka $\frac{1}{\mu} = \mu\left(\frac{1}{c}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a}\right)$.

2.2. PLF dengan Bilangan *LFR* Menggunakan Metode Sabiha

Algoritma PLF dengan Metode Sabiha dijelaskan dalam langkah-langkah berikut ini:

1. Fase I [4]

a. Mengubah rincian teknis dari permasalahan PL ke dalam bentuk pertidaksamaan *fuzzy* dan menjadikannya sebagai pernyataan sehingga dapat diperoleh fungsi objektif dan kendala dalam bentuk *fuzzy*. Dalam bentuk umum dapat dituliskan sebagai berikut:

Meminimumkan $p^T \mu_x$

dengan kendala : $M\mu_x \geq \mu_b$ atau $M\mu_x = \mu_b$

$$\mu_x \geq \epsilon(0)$$

b. Mengubah setiap kendala sedemikian sehingga ruas kanan pada setiap kendala berharga non negatif. Langkah ini mengharuskan setiap kendala dengan ruas kanan yang bernilai negatif dikalikan dengan -1.
c. Mengubah setiap pertidaksamaan kendala ke dalam bentuk baku, yaitu jika kendala *i* berbentuk ≤ maka ditambahkan variabel *slack*/kelonggaran (s_i) pada ruas kiri. Jika kendala *i* berbentuk ≥ maka dikurangi variabel *excess* (e_i) atau variabel *surplus* (s_i) pada ruas kiri.
d. Menambahkan variabel *artificial* (semu) (R_i) yang diperlukan dari tipe masalah dengan kendala "=" atau "≥" untuk memperoleh penyelesaian basis fisibel awal.
e. Membentuk fungsi objektif baru dengan meminimumkan penjumlahan variabel semu terhadap kendala semula yang sudah dibawa ke bentuk baku dan sudah ditambah variabel semu.

R = penjumlahan dari semua variabel semu

$$R = \sum_{i=1}^{j} R_i$$

f. Memodifikasikan bentuk umum untuk disesuaikan dengan "matriks triplet", sedemikian sehingga satu matriks dari matriks triplet dipecah menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Oleh karena itu kita pisahkan $(\mu_{ij}) = (A, B, C)$, dimana $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$, dan $C = (c_{ij})$.
g. Mencari penyelesaian basis fisibel awal dari persamaan dengan langkah iterasi [1]. Langkah iterasi memiliki tiga bagian :
    i. Menentukan *Entering Variable (EV)*, yaitu variabel yang masuk menjadi basis dengan cara mencari variabel non basis pada persamaan (0) yang memiliki harga negatif terbesar untuk masalah maksimum dan harga positif terbesar untuk masalah minimum.
    ii. Menentukan *Leaving Variable (LV)*, yaitu variabel basis yang akan keluar dengan cara membandingkan harga ruas kanan (μ_{bi}) dengan harga koefisien pada variabel yang terpilih menjadi basis

baru pada setiap persamaan ke-i ($i = 1,2,\dots,j$), yang dipilih adalah yang paling minimum. Selanjutnya perpotongan antara *EV* dan *LV* dapat disebut sebagai elemen pivot.

iii. Menentukan solusi baru dengan melakukan operasi eliminasi Gauss, dengan menjadikan setiap harga pada variabel baru menjadi nol dan elemen pivot menjadi 1.

Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut positif ($R > 0$) maka PLF mempunyai solusi yang tidak fisibel sehingga mengakhiri proses. Jika nilai optimal dari fungsi objektif tersebut sama dengan nol ($R = 0$) maka PLF mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase II.

2. Fase II [4]

Menggunakan solusi fisibel dari fase I yaitu penyelesaian fisibel awal (menjadi tabel awal) untuk permasalahan awal/yang sesungguhnya dengan mensubstitusikan persamaan yang diperoleh dari fase I ke dalam persamaan fungsi tujuan awal sehingga diperoleh persamaan fungsi tujuan baru dengan kendalanya adalah persamaan yang diperoleh dari fase I lalu dilakukan iterasi untuk mendapatkan solusi optimal.

Contoh 1. Diberikan kasus seperti di bawah ini:

Memaksimalkan $Z = \mu(1,6,9).\mu_{x1} + \mu(2,3,8).\mu_{x2}$

dengan kendala $\mu(2,3,4).\mu_{x1} + \mu(1,2,3).\mu_{x2} = \mu(6,16,30)$,

$\mu(-1,1,2).\mu_{x1} + \mu(1,3,4).\mu_{x2} = \mu(1,17,30)$,

$\mu_{xi} \geq 0$.

Penyelesaian Fase I. Setiap pertidaksamaan kendala ke dalam bentuk baku sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\mu(2,3,4).\mu_{x1} + \mu(1,2,3).\mu_{x2} + R_1 = \mu(6,16,30) \qquad \text{... (i)}$$

$$\mu(-1,1,2).\mu_{x1} + \mu(1,3,4).\mu_{x2} + R_2 = \mu(1,17,30) \qquad \text{... (ii)}$$

dengan $R_1, R_2 \geq \epsilon(0)$.

Dengan menjumlahkan R_1 dengan R_2 dari persamaan di atas diperoleh persamaan fungsi objektif baru yang akan diminimumkan yaitu $R + \mu(1,4,6).\mu_{x1} +$

$\mu(2, 5, 7). \mu_{x2} = \mu(7, 33, 60)$. Setelah itu melakukan modifikasi dan iterasi dengan tabel-tabel berikut:

Tabel 2.1 Tabel Iterasi 0 Fase I

Matriks Tunggal	BV	μ_{x1}	μ_{x2}	R_1	R_2	μ_{bi}	rasio
A	R	1	2	0	0	7	
	R_1	2	1	1	0	6	6
	R_2	-1	1	0	1	1	1
B	R	4	5	0	0	33	
	R_1	3	2	1	0	16	8
	R_2	1	3	0	1	17	$\frac{17}{3}$
C	R	6	7	0	0	60	
	R_1	4	3	1	0	30	10
	R_2	2	4	0	1	30	$\frac{15}{2}$

Demikian seterusnya sehingga diperoleh tabel akhir sebagai berikut:

Tabel 2.2 Tabel Iterasi 2 Fase I

Matriks Tunggal	BV	μ_{x1}	μ_{x2}	R_1	R_2	μ_{bi}	rasio
A	R	0	0	-1	-1	0	
	μ_{x1}	1	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{5}{3}$	
	μ_{x2}	0	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{3}$	
B	R	0	0	-1	-1	0	
	μ_{x1}	1	0	$\frac{3}{7}$	$-\frac{2}{7}$	2	
	μ_{x2}	0	1	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	5	
C	R	0	0	-1	-1	0	
	μ_{x1}	1	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{10}$	3	
	μ_{x2}	0	1	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	6	

Pada iterasi 2 diperoleh nilai optimal dari fungsi objektif sama dengan nol ($R = 0$) maka PLF mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase II.

Penyelesaian Fase II. Tabel optimal fase I menjadi tabel awal fase II (dengan fungsi objektif sebenarnya (Z)). Pada Tabel 2.2 terlihat bahwa keadaan sudah optimal sehingga tidak perlu dilakukan iterasi lagi dan sudah diperoleh nilai μ_{x1} dan μ_{x2} yaitu $\mu_{x1} = \mu\left(\frac{5}{3}, 2, 3\right)$, $\mu_{x2} = \mu\left(\frac{8}{3}, 5, 6\right)$. *LFR/Z* dengan nilai optimal yaitu $\mu_{x1} = \epsilon(2)$, $\mu_{x2} = \epsilon(5)$. Nilai μ_{x1} dan μ_{x2} disubstitusikan ke dalam fungsi objektif awal sehingga diperoleh nilai maksimum dari fungsi objektif $Z = \mu(7, 27, 75)$ dan nilai *crisp*/pastinya adalah $\epsilon(27)$ di *LFR/Z*.

2.3. PLF dengan Bilangan *LFR* Menggunakan Metode Kumar

Langkah-langkah dari Metode Kumar dalam menyelesaikan PLF dengan LFR adalah sebagai berikut [2]:

1. Mengubah rincian teknis dari permasalahan ke dalam bentuk pertidaksamaan *fuzzy* dan menjadikannya sebagai pernyataan sehingga dapat diperoleh fungsi objektif dan kendala dalam bentuk *fuzzy* seperti pada Metode Sabiha.
2. Jika semua parameter p^T, μ_x, M, μ_b direpresentasikan oleh bilangan LFR $\mu(p_j, q_j, r_j), \mu(x_j, y_j, z_j), \mu(f_{ij}, g_{ij}, h_{ij}), \mu(b_i, c_i, d_i)$, berdasarkan langkah 1 dapat ditulis: Meminimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} \mu(p_j, q_j, r_j) \,.\, \mu(x_j, y_j, z_j)$ dengan kendala: $\sum_{j=1}^{n} \mu(f_{ij}, g_{ij}, h_{ij}). \mu(x_j, y_j, z_j) \geq \mu(b_i, c_i, d_i)$ atau $\sum_{j=1}^{n} \mu(f_{ij}, g_{ij}, h_{ij}). \mu(x_j, y_j, z_j) = \mu(b_i, c_i, d_i)$ dan $\mu(x_j, y_j, z_j) \geq \epsilon(0)$ dimana $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$.
3. Diasumsikan $\mu(f_{ij}, g_{ij}, h_{ij}). \mu(x_j, y_j, z_j) = \mu(e_{ij}, k_{ij}, l_{ij})$, berdasarkan langkah sebelumnya dapat ditulis: Meminimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} \mu(p_j, q_j, r_j) \,.\, \mu(x_j, y_j, z_j)$ dengan kendala: $\sum_{j=1}^{n} \mu(e_{ij}, k_{ij}, l_{ij}) \geq \mu(b_i, c_i, d_i)$ atau $\sum_{j=1}^{n} \mu(e_{ij}, k_{ij}, l_{ij}) = \mu(b_i, c_i, d_i)$ dan $\mu(x_j, y_j, z_j) \geq \epsilon(0)$ dimana $\forall i = 1, 2, \dots, m$ dan $\forall j = 1, 2, \dots, n$.
4. Dengan menggunakan operasi aritmatika dalam sifat-sifat bilangan LFR dan berdasarkan langkah 3 maka PLF diubah menjadi Program Linier *Crisp* (PLC) sebagai berikut: Meminimumkan $Z = \sum_{j=1}^{n} \mu(p_j, q_j, r_j) \,.\, \mu(x_j, y_j, z_j)$ dengan $Z_1 = \sum_{j=1}^{n} p_j \,.\, x_j$, $Z_2 = \sum_{j=1}^{n} q_j \,.\, y_j$, $Z_3 = \sum_{j=1}^{n} r_j \,.\, z_j$ dengan kendala $\sum_{j=1}^{n} e_{ij} = b_i$, $\sum_{j=1}^{n} k_{ij} = c_i$, $\sum_{j=1}^{n} l_{ij} = d_i$ dimana $\forall i = 1, 2, \dots, m$ dan $\forall j = 1, 2, \dots, n$.

5. Menemukan solusi optimal *crisp* x_j, y_j, dan z_j dengan menyelesaikan masalah CLP berdasarkan langkah 4. menggunakan metode dua fase.
6. Menemukan solusi optimal *fuzzy* dengan memasukkan nilai dari x_j, y_j, dan z_j ke dalam $\mu_x = \mu(x_j, y_j, z_j)$.
7. Menemukan nilai optimal *fuzzy* dengan memasukkan nilai μ_x ke dalam fungsi tujuan $p^T \mu_x$.
8. Melakukan penegasan (*defuzzification*) nilai optimal *fuzzy* dengan menggunakan fungsi peringkat (*ranking function*) $\Re(\tilde{A}) = \frac{a+2b+c}{4}$, dimana a, b, c adalah elemen dari bilangan *LFR* $\mu(a, b, c)$.

Contoh 2. Diberikan kasus yang sama dengan Contoh 1 namun penyelesaian dilakukan menggunakan Metode Kumar. Dalam Fase I kasus diubah ke dalam bentuk baku menjadi: Memaksimalkan $Z = \mu(x_1 + 2x_2, 6y_1 + 3y_2, 9z_1 + 8z_2)$ dengan $Z_1 = x_1 + 2x_2$, $Z_2 = 6y_1 + 3y_2$, $Z_3 = 9z_1 + 8z_2$, dengan kendala

$$2x_1 + x_2 + R_1 = 6 \quad \Rrightarrow \quad R_1 = 6 - 2x_1 - x_2$$
$$-x_1 + x_2 + R_2 = 1 \quad \Rrightarrow \quad R_2 = 1 + x_1 - x_2$$
$$3y_1 + 2y_2 + R_3 = 16 \quad \Rrightarrow \quad R_3 = 16 - 3y_1 - 2y_2$$
$$y_1 + 3y_2 + R_4 = 17 \quad \Rrightarrow \quad R_4 = 17 - y_1 - 3y_2$$
$$4z_1 + 3z_2 + R_5 = 30 \quad \Rrightarrow \quad R_5 = 30 - 4z_1 - 3z_2$$
$$2z_1 + 4z_2 + R_6 = 30 \quad \Rrightarrow \quad R_6 = 30 - 2z_1 - 4z_2$$

Dari persamaan-persamaan tersebut diperoleh persamaan fungsi objektif baru yang akan diminimumkan yaitu $R + x_1 + 2x_2 + 4y_1 + 5y_2 + 6z_1 + 7z_2 = 100$. Untuk meminimumkan variabel artifisial R maka dilakukan iterasi-iterasi sebagai berikut:

Tabel 2.3 Tabel Iterasi 0 Fase I

BV	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	BFS	Rasio
R	1	2	4	5	6	7	0	0	0	0	0	0	100	
R_1	2	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	6	
R_2	-1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	
R_3	0	0	3	2	0	0	0	0	1	0	0	0	16	
R_4	0	0	1	3	0	0	0	0	0	1	0	0	17	

BV	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	BFS	Rasio
R_5	0	0	0	0	4	3	0	0	0	0	1	0	30	10
R_6	0	0	0	0	2	4	0	0	0	0	0	1	30	$\frac{15}{2}$

Demikian seterusnya sehingga diperoleh tabel akhir sebagai berikut:

Tabel 2.4 Tabel Iterasi 6 Fase I

BV	x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	BFS	Rasio
R	0	0	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0	
x_1	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	0	0	0	$\frac{5}{3}$	
x_2	0	1	0	0	0	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0	0	0	$\frac{8}{3}$	
y_1	0	0	1	0	0	0	0	0	$\frac{3}{7}$	$-\frac{2}{7}$	0	0	2	
y_2	0	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{7}$	$\frac{3}{7}$	0	0	5	
z_1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	$\frac{2}{5}$	$-\frac{3}{10}$	3	
z_2	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	6	

Pada iterasi 6 diperoleh nilai optimal dari fungsi objektif sama dengan nol ($R = 0$) maka PLF mempunyai solusi fisibel sehingga dapat dilanjutkan ke fase II. Tabel optimal fase I menjadi tabel awal fase II (dengan fungsi objektif sebenarnya (Z)). Pada fase II, kolom R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, dan R_6 dihapus, karena $R = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 + R_6 = 0$. Pada Tabel 2.10 terlihat bahwa keadaan sudah optimal sehingga tidak perlu dilakukan iterasi lagi dan sudah diperoleh nilai $x_1 = \frac{5}{3}$, $x_2 = \frac{8}{3}$, $y_1 = 2$, $y_2 = 5$, $z_1 = 3$, $z_2 = 6$. Dari nilai-nilai tersebut diperoleh solusi optimal *fuzzy* yaitu $\mu_{x1} = \mu\left(\frac{5}{3}, 2, 3\right)$ dan $\mu_{x2} = \mu\left(\frac{8}{3}, 5, 6\right)$ serta nilai optimal *fuzzy* untuk masalah PLF yaitu $Z = \mu(7, 27, 75)$. Kemudian dilakukan penegasan (*defuzzification*) nilai optimal *fuzzy* menjadi nilai optimal *crisp* dengan fungsi peringkat sehingga diperoleh nilai optimal *crisp* $Z = 34$.

Dari Metode Sabiha dan Metode Kumar tersebut diperoleh solusi optimal *fuzzy* yang sama yaitu $\mu_{x1} = \mu\left(\frac{5}{3}, 2, 3\right)$ dan $\mu_{x2} = \mu\left(\frac{8}{3}, 5, 6\right)$, nilai optimal *fuzzy* dari fungsi tujuannya juga sama yaitu $Z = \mu(7, 27, 75)$. Namun diperoleh perbedaan nilai optimal *crisp* dari fungsi tujuan. Dari penyelesaian menggunakan metode Kumar diperoleh nilai crisp $Z = 34$, namun dengan metode Sabiha diperoleh $Z = 27$.

III. KESIMPULAN

Metode Sabiha dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah program linier pada bilangan *LFR*. Metode Sabiha merupakan modifikasi dari Metode Dua Fase yang digunakan pada bilangan *fuzzy*. Modifikasi dilakukan dengan mengubah bentuk umum untuk disesuaikan dengan "matriks triplet", sedemikian sehingga satu matriks dari matriks triplet dipecah menjadi tiga matriks *single* (tunggal). Modifikasi tersebut dilakukan sebelum iterasi fase I dan digunakan sampai akhir iterasi fase II. Hal tersebut berpengaruh dalam tabel iterasi. Dalam satu kali iterasi dilakukan penghitungan terhadap tiga matriks sekaligus.

Jika Metode Sabiha dibandingkan dengan Metode Kumar maka diperoleh solusi dan nilai optimal yang sama dalam bentuk *fuzzy* namun terdapat perbedaan dalam bentuk *crisp*. Hal tersebut dikarenakan dalam Metode Sabiha penegasan dilakukan menggunakan definisi bilangan *LFR* sementara dalam Metode Kumar penegasan dilakukan dengan menggunakan fungsi peringkat.

IV. DAFTAR PUSTAKA

[1] Hillier, F.S, Lieberman, G.J. 2001. *Introduction to Operation Research*. New York : McGraw-Hill.

[2] Kumar, A, Kaur, J, Singh, P. 2010. "A New Method for Solving Fully Fuzzy Linear Programming Problems". *Applied Mathematical Modelling*. Vol. 35 pp. 817-823.

[3] Rogers, F, Neggers, J, Jun, Y. 2008. "Method for Optimizing Linear Problems with Fuzzy Constraints". *International Mathematical Forum*. Vol. 3, No. 23, pp. 1141-1155.

[4] Towfik, Z.S, Jawad, S.F. 2010. "Proposed Method for Optimizing Fuzzy Linear Programming Problems by Using Two-Phase Technique". *Iraq J. Electrical and Electronic Engineering*. Vol. 6, No. 2, pp. 89-96.