

# KONSTRUKSI IMPLIKASI XOR DAN IMPLIKASI E PADA LOGIKA FUZZY

KaruniaTyasLukita<sup>1</sup>, BayuSurarso<sup>2</sup>, SolichinZaki<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup>Program Studi Matematika FSM Universitas Diponegoro

Jl. Prof. H. Soedarto, S.H. Tembalang Semarang

*karunialukita@gmail.com*

## ABSTRAK.

Penghubung Xor digunakan untuk menyelesaikan masalah aljabar boolean, tetapi penghubung xor juga bisa menyelesaikan masalah pada logika fuzzy. Diperlukan konstruksi baru agar penghubung Xor bisa dioperasikan dalam himpunan atau logika fuzzy. Konstruksi Xor diperoleh dari tiga fungsi dasar pada logika fuzzy yaitu t-norm, t-conorm dan negasi. Terdapat tiga konstruksi Xor yaitu penghubung Xor dengan komposisi utama t-norm ( $E_T$ ), penghubung Xor dengan komposisi utama t-conorm ( $E_S$ ), merupakan fungsi negasi dari penghubung Xor ( $N_E$ ). Didefinisikan  $E_{T(x,y)} = T(S(x,y), N(T(x,y)))$ ,  $E_{S(x,y)} = S(T(N(x), y), T(x, N(y)))$  dan  $N_E(x) = E(1,x)$ . Sedangkan untuk konstruksinya terdapat dua implikasi yaitu implikasi Xor ( $I_{E,S,N}$ ) dan implikasi E ( $I_{S,N,E}$ ). Didefinisikan  $I_{E,S,N}(x, y) = E(x, S(N(x), N(y)))$  dan  $I_{S,N,E}(x, y) = S(N(x), E(N(x), y))$ . Penghubung Xor dan implikasinya dioperasikan pada himpunan fuzzy dan hasilnya berbeda-beda untuk setiap fungsi dasar yang digunakan. Penghubung Xor dan Implikasinya sangat bergantung pada konstruksi fungsi dasar yang digunakan dan tidak dapat berdiri sendiri seperti pada operasi aljabar Boolean.

Kata kunci: penghubung Xor, t-norm, t-conorm, implikasi Xor, Implikasi E

## I. PENDAHULUAN

Himpunan adalah kumpulan benda atau objek yang anggotanya dapat didefinisikan dengan jelas. Dalam kehidupan sehari – hari sering dijumpai suatu himpunan yang terdefinisi tidak jelas, misalnya himpunan orang miskin, himpunan orang pandai, dan sebagainya. Mengatasi permasalahan himpunan dengan batas tidak tegas itu, Zadeh mengaitkan himpunan tersebut dengan suatu fungsi yang mempunyai nilai keanggotaan pada suatu himpunan tidak kosong sebarang pada interval  $[0,1]$ . Himpunan tersebut disebut sebagai himpunan *fuzzy* dan fungsi ini disebut fungsi keanggotaan dan nilai fungsi itu disebut derajat nilai keanggotaan. Selain itu juga dikenal logika fuzzy yaitu suatu bentuk logika yang memiliki nilai kebenaran banyak yang mana nilai kebenarannya antara interval  $[0,1]$ . Tentu dalam logika fuzzy ini erat hubungannya dengan himpunan fuzzy, karena dalam menyelesaikan masalah logika fuzzy yaitu implikasi yang salah satunya adalah implikasi Xor. Dalam menyelesaikan masalah logika, Xor banyak

sekali penggunaannya tetapi untuk menyelesaikan masalah logika fuzzy masih baru. Diperlukan struktur logika baru agar operasi Xor dapat dijalankan pada logika fuzzy.

## 2.1 Fungsi t-norm dan Fungsi t-conorm

Berikut akan dijelaskan mengenai t-norm, t-conorm, negasi dan implikasi

**Definisi 2.1.1 [1]** Diberikan  $U=[0,1]$ , t-norm adalah sebuah fungsi

$T: U^2 \rightarrow U$  yang memenuhi sifat (T1, T2, T3, T4) , untuk semua  $x,y,z \in U$  :

T1:  $T(x,y)=T(y,x)$  (komutatif)

T2:  $T(x,T(y,z))=T(T(x,y),z)$  (asosiatif)

T3: jika  $y \leq z$  maka  $T(x,y) \leq T(x,z)$  (kemonotonan)

T4:  $T(x,1)=x$  (syarat batas dan merupakan fungsi identitas sehingga  $T(x,0) = 0$  )

**Definisi 2.1.2 [1].** t-conorm adalah sebuah fungsi  $S: U^2 \rightarrow U$  yang memenuhi sifat

(S1, S2, S3, S4) untuk semua  $x,y,z \in U$

S1:  $S(x,y)=S(y,x)$  (komutatif)

S2:  $S(x,S(y,z))=S(S(x,y),z)$  (asosiatif)

S3: jika  $y \leq z$  maka  $S(x,y) \leq S(x,z)$  (kemonotonan)

S4:  $S(x,0)=x$  (syarat batas batas sehingga  $S(x,1) = 1$ )

### Contoh 2.1.2

Berikut merupakan contoh lain dari t-norm dan t-conorm

(1) Minimum dan maximum:  $T_M(x,y) = \min(x, y)$  dan  $S_M(x, y) = \max(x, y)$ ;

(2) Produk dan probabilistik sum:  $T_P(x, y) = xy$  dan  $S_P(x, y) = x + y - xy$ ;

(3) Łukaziewicz t-norm dan t-conorm:

$T_L(x, x) = \max(x + y - 1, 0)$  dan  $S_L(x, y) = \min(x + y, 1)$ ;

(4) Drastik product dan drastik sum:

$T_D(x, y) = 0$ , jika  $x, y < 1$ ,  $T(x, y) = \min(x, y)$ , lainnya; dan

$S_D(x, y) = 1$ , jika  $x, y > 0$ ,  $S_D(x, y) = \max(x, y)$ , lainnya

(5) Nilpotent minimum t-norm dan nilpotent maximum t-conorm:

$T^{nM}(x, y) = 0$ , jika  $x + y \leq 1$ ,  $T^{nM}(x, y) = \min(x, y)$ , lainnya; dan

$S^{nM}(x, y) = 1$ , jika  $x + y \geq 1$ ,  $S^{nM}(x, y) = \max(x, y)$ , lainnya.

**Definisi 2.1.3 [1]** Sebuah fungsi  $N : U^2 \rightarrow U$  dinamakan fuzzy negasi jika

N1 :  $N(0)=1$  dan  $N(1)=0$

N2 : jika  $x \geq y$  maka  $N(x) \leq N(y)$ , untuk setiap  $x, y \in U$

Fuzzy negasi yang memenuhi sifat N3 disebut fuzzy negasi kuat N3  $N(N(x))=x$ , untuk setiap  $x \in U$

**Definisi 2.1.4 [1]** Sebuah fungsi biner  $I=I^2 \rightarrow I$  disebut fuzzy implikasi jika memenuhi minimal suatu sifat yaitu syarat batas (*boundary condition*).

$$I(1, 1) = I(0, 1) = I(0, 0) = 1 \text{ and } I(1, 0) = 0$$

## 2.2 Penghubung Xor

Berikut akan dijelaskan mengenai penghubung Xor

**Definisi 2.2.1 [1]** Sebuah fungsi  $E: U^2 \rightarrow U$  adalah fuzzy Xor jika memenuhi sifat-sifat berikut :

E0 : Syarat batas dari Xor yaitu  $E(1,1)= E(0,0)=0$  dan  $E(1,0)=1$

E1 :  $E(x,y) = E(y,x)$  komutatif

E2 : Isotonicity-Antitonicity yang berhubungan dengan titik terakhir interval U. jika  $(x \leq y)$  maka  $E(0, x) \leq E(0, y)$  (partial isotonicity yang berkaitan dengan 0) and  $E(1, x) \geq E(1, y)$  (partial antitonicity yang berkaitan dengan 1).

### Bukti

Fungsi  $E_T : U^2 \rightarrow U$ , yang didefinisikan sebagai  $E_T(x,y) = T(S(x,y), N(T(x,y)))$ , memenuhi sifat-sifat yang ada di definisi 3.1 :

E0 :  $E(1,1)=E(0,0)$ . dan  $E(0,1) = 1$

$$E_T(1,1) = T(S(1,1), N(T(1,1))) \quad E_T(0,0) = T(S(0,0), N(T(0,0)))$$

$$= T(1, N(1)) = 0 \quad = T(0, N(0)) = 0$$

$$E_T(0,1) = T(S(0,1), N(T(0,1)))$$

$$= T(1, N(0)) = 1$$

E1 : Berdasarkan sifat komutatif pada T dan S (t-norm dan t-conorm) maka :

$$E_T(x,y) = T(S(x,y), N(T(x,y))) = T(S(y,x), N(T(y,x))) = E_T(y,x)$$

E2 : Jika  $x \leq y$  maka  $E(0, x) \leq E(0, y)$  (partial isotonicity yang berkaitan dengan 0) dan  $E(1, x) \geq E(1, y)$  (partial antitonicity yang berkaitan dengan 1).

$$E_T(0,x) = T(S(0,x), N(T(0,x))) \leq E_T(0,y) = T(S(0,x), N(T(0,y)))$$

$$T(x, N(0)) \leq T(y, N(0))$$

$$x \leq y$$

Berdasarkan sifat negasi dan negasi pada E maka E2 terpenuhi ■

**Preposisi 2.2.2 [2]** Misalkan E adalah fuzzy Xor maka  $N_E: U^2 \rightarrow U$  yang didefinisikan dengan:  $N_E(x) = E(1, x)$ . Adalah fuzzy negasi, disebut fuzzy negasi natural dari Xor.

**Preposisi 2.2.3 [1]** Misalkan T, S, dan N adalah sebuah t-norm, t-conorm, dan fuzzy negasi secara terpisah. Sebuah fuzzy Xor connective dapat diberikan dengan fungsi  $E_T: U^2 \rightarrow U$ , yang didefinisikan sebagai :

$$E_T(x, y) = T(S(x, y), N(T(x, y))).$$

### Bukti

Fungsi  $E_S: U^2 \rightarrow U$  yang didefinisikan dengan  $E_S(x, y) = S(T(N(x), y), T(x, N(y)))$  memenuhi sifat sifat pada definisi 3.1 :

$E_0: E(1, 1) = E(0, 0)$ , dan  $E(0, 1) = 1$

$$\begin{aligned} E_S(1, 1) &= S(T(N(1), 1), T(1, N(1))) & E_S(x, y) &= S(T(N(0), 0y), T(0, N(0))) \\ &= S(0, 0) = 0 & &= S(0, 0) = 0 \\ E_S(0, 1) &= S(T(N(0), 1), T(0, N(1))) \\ &= S(1, 0) = 1 \end{aligned}$$

$E_1$  : Berdasarkan sifat komutatif pada T dan S (t-norm dan t-conorm) maka :

$$\begin{aligned} E_S(x, y) &= S(T(N(x), y), T(x, N(y))) \\ &= S(T(N(y), x), T(y, N(x))) = E_S(y, x) \end{aligned}$$

$E_2$  Jika  $x \leq y$  maka  $E(0, x) \leq E(0, y)$  (partial isotonicity yang berkaitan dengan 0) dan  $E(1, x) \geq E(1, y)$  (partial antitonicity yang berkaitan dengan 1).

$$\begin{aligned} E_S(0, x) &= S(T(N(0), x), T(0, N(x))) \leq E_S(0, y) = S(T(N(0), y), T(0, N(y))) \\ &S(x, 0) \leq S(y, 0) \\ &x \leq y \end{aligned}$$

Berdasarkan sifat dari negasi maka E2 terbukti ■

**Contoh 2.2.3** Misalkan dalam semesta  $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$  diketahui himpunan fuzzy  $\tilde{A} = \{(0, 0.1); (1, 0.3); (2, 0.5); (3, 0.7); (4, 0.9)\}$  dan  $\tilde{B} = \{(1, 0.1); (2, 0.25); (3, 0.5); (4, 0.75); (5, 1)\}$  dengan  $x \in \tilde{A}$  dan  $y \in \tilde{B}$ , maka  $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$  dengan menggunakan Lukasiewicz Xor yaitu mensubstitusikan T dan S dengan t-norm dan

t-conorm yang ada pada Lukasiewicz norm didapat fuzzy penghubung Xornya (  $E(x, y) = \min(x + y, 2 - (x + y))$  ) dengan menggunakan prinsip perhitungan operasi baku pada himpunan fuzzy maka perhitungannya :

$$E(x, y) = \min(x + y, 2 - (x + y))$$

$$\begin{aligned} E(0.1, 0) &= \min(0.1 + 0, 2 - (0.1 + 0)) \\ &= \min(0.1, 1.9) = 0.1 \end{aligned}$$

Sehingga didapat fungsi keanggotaan  $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(0, 0.1); (1, 0.4); (2, 0.75); (3, 0.7); (4, 0.35); (5, 1)\}$ .

**Preposisi 2.2.4 [1]** Misalkan T, S dan N adalah t-norm, t-conorm dan fuzzy negasi secara terpisah. Sebuah fuzzy Xor connective dapat diberikan dengan fungsi  $E_S: U^2 \rightarrow U$ , yang didefinisikan sebagai berikut :

$$E_S(x, y) = S(T(N(x), y), T(x, N(y)))$$

**Contoh 2.2.4** Misalkan dalam semesta  $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$  diketahui himpunan fuzzy  $\tilde{A} = \{(0, 0.1); (1, 0.3); (2, 0.5); (3, 0.7); (4, 0.9)\}$  dan  $\tilde{B} = \{(1, 0.1); (2, 0.25); (3, 0.5); (4, 0.75); (5, 1)\}$  dengan  $x \in \tilde{A}$  dan  $y \in \tilde{B}$ , maka  $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$  dengan menggunakan Lukasiewicz Xor yaitu mensubstitusikan T dan S dengan t-norm dan t-conorm yang ada pada Lukasiewicz norm didapat fuzzy penghubung Xornya ( $E_{SL}(x, y) = |x - y|$ ) dengan menggunakan prinsip perhitungan operasi baku pada himpunan fuzzy maka perhitungannya

$$\begin{aligned} E_{SL}(x, y) &= |x - y| \\ &= |0.1 - 0| = 0.1 \end{aligned}$$

Maka fungsi keanggotaan yang didapat dari  $\tilde{A} \oplus \tilde{B} = \{(0, 0.1); (1, 0.2); (2, 0.25); (3, 0.2); (4, 0.2); (5, 1)\}$ . Berdasarkan hasil dari contoh 3.7 dan contoh 3.9 walaupun menggunakan t-norm dan t-conorm yang sama akan tetapi menghasilkan fungsi keanggotaan yang berbeda.

**Preposisi 2.2.5 [1]** Misalkan T, S dan N adalah t-norm, t-conorm dan fuzzy negasi. Maka  $N_{TL} = N_{SL} = N$ .

**Contoh 2.2.5** Misalkan dalam semesta  $X = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5 \}$  diketahui himpunan fuzzy  $\tilde{A} = \{(0, 0.1); (1, 0.3); (2, 0.5); (3, 0.7); (4, 0.9)\}$  dengan  $x \in \tilde{A}$ . Jika menggunakan operasi baku negasi atau komplemen dan menggunakan negasi dari Xor yaitu  $N_{TL}(x) = E_{TL}(x, 1)$  hal ini berlaku pada semua struktur penghubung

Xor yang disubstitusikan dengan t-norm dan t-conorm sebelumnya. Dengan mensubstitusikannya maka didapat fungsi keanggotaan dari negasi

$$\tilde{A}=\{(0, 0.9); (1, 0.7); (2, 0.5); (3, 0.3); (4, 0.1)\}$$

### 2.3 Implikasi Xor dan Implikasi E

Berikut akan dijelaskan mengenai implikasi yang dibangun berdasarkan t-norm, t-conorm, negasi dan penghubung Xor

**Preposisi 2.3.1 [1]** Misalkan S, N, dan E adalah t-conorm, fuzzy negasi dan fuzzy Xor *connective* secara terpisah. Fungsi  $I_{E,S,N}:U^2 \rightarrow U$  yang didefinisikan sebagai

$$I_{E,S,N}(x, y) = E(x, S(N(x),N(y))):$$

#### Bukti

$$I_{E;S;N} (0,0) = E(0, S(N(0),N(0))) = E(0, S(1, 1)) = E(0, 1) = 1;$$

$$I_{E;S;N} (0,1) = E(0, S(N(0),N(1))) = E(0, S(1, 0)) = E(0, 1) = 1;$$

$$I_{E;S;N} (1,1) = E(1, S(N(1),N(1))) = E(1, S(0, 0)) = E(1, 0) = 1;$$

$$I_{E;S;N} (1,0) = E(1, S(N(1),N(0))) = E(1, S(0, 1)) = E(1, 1) = 0 \blacksquare$$

**Contoh 2.3.1** Misalkan dalam semesta  $X = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ , dan  $x \in$  Besar adalah beberapa preposisi kebalikan untuk  $y \in$  Kecil. untuk mengetahui formula ini akan digunakan formula aturan fuzzy IF-THEN ;

Jika x Besar, maka y Kecil

Dimana himpunan fuzzy besar dan kecil didefinisikan sebagai

$$\text{Besar}=\{(1, 0); (2, 0.1); (3, 0.5); (4, 1)\}$$

$$\text{Kecil}=\{(1, 1); (2,0.5); (3,0.1)\}$$

dengan menggunakan implikasi Xor yang S dan T disubstitusikan dengan standar norm yaitu  $T= \min(x,y)$  dan  $S=\max(x,y)$  maka didapat implikasinya adalah  $I_{ESN} (x, y) = E(x, \max(N(x), N(y)))$  dan  $E(x,y) = \max(\min(N(x), y), \min(x, N(y)))$  maka didapat fungsi keanggotaannya adalah  $=\{((1,1), 1); ((1,2),1); ((1,3), 1); ((2,1),0.9); ((2,2),0.9); ((1,3),0.9); ((3,1),0.5); ((3,2),0.5); ((3,3), 0.5); ((4,1), 1); ((4,2), 0.5); ((4,3), 0.1)\}$

**Preposisi 2.3.2 [1]** Andaikan I adalah implikasi Xor dan E adalah dasar dari Xor, maka  $N_I: U^2 \rightarrow U$  yang didefinisikan dengan  $N_I(x) = I(x, 0)$ , dan  $N_E = N_I$  adalah fuzzy negasi.

**Bukti**

Diberikan S adalah t-conorm, N adalah fuzzy negasi dari I, maka

$$\begin{aligned} N_I(x) &= I(x, 0) \\ &= E(x, S(N(x), N(0))) \\ &= E(x, S(N(x), 1)) \\ &= E(x, 1) = N_E(x). \end{aligned}$$

Terbukti bahwa  $N_I(x) = N_E(x)$  adalah fuzzy negasi ■

**Contoh 2.3.2** Sebuah fuzzy Xor didefinisikan sebagai

$$E(x, y) = \max(\min(N(x), y), \min(x, N(y)))$$

dengan implikasinya

$$I_{E;S;N}(x, y) = E(x, \max(N(x), N(y))):$$

Akan tunjukan bahwa implikasi  $I_{E;S;N}(x, 0)$  adalah negasi dari I

$$\begin{aligned} I_{E;S;N}(x, 0) &= E(x, \max(N(x), N(0))) \\ &= E(x, \max(N(x), 1)) \\ &= E(x, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{E;S;N}(x, 0) &= \max(\min(N(x), 1), \min(x, N(1))) \\ &= \max(N(x), 0) = N(x) = N_E(x) = N_I(x) \end{aligned}$$

**Preposisi 2.3.3 [1]** Misalkan S, N dan E adalah t-conorm, sebuah fuzzy negasi dan fuzzy Xor connective, secara terpisah. Maka fungsi  $I_{S,N,E}: U^2 \rightarrow U$  merupakan implikasi, yang didefinisikan sebagai berikut

$$I_{S,N,E}(x, y) = S(N(x), E(N(x), y)):$$

Sebuah fuzzy implikasi harus memenuhi minimal syarat batas dari fuzzy implikasi yaitu sesuai dengan tabel kebenaran implikasi. Sehingga  $I_{S,N,E}(x, y)$  harus memenuhi sifat dari fuzzy implikasi

$$\begin{aligned} I_{S,N,E}(0, 0) &= S(N(0), E(N(0), 0)) = S(1, E(1, 0)) = S(1, 1) = 1; \\ I_{S,N,E}(0, 1) &= S(N(0), E(N(0), 1)) = S(1, E(1, 1)) = S(1, 0) = 1; \\ I_{S,N,E}(1, 1) &= S(N(1), E(N(1), 1)) = S(0, E(0, 1)) = S(0, 1) = 1; \\ I_{S,N,E}(1, 0) &= S(N(1), E(N(1), 0)) = S(0, E(0, 0)) = S(0, 0) = 0. \end{aligned}$$

Karena hasil operasi logika sudah sesuai dengan tabel kebenaran implikasi maka  $I_{S;N;E}$  dapat disebut fuzzy implikasi ■

**Contoh 2.3.3** Misalkan dalam semesta  $X = \{ 1, 2, 3, 4 \}$ , dan  $x \in$  Besar adalah beberapa preposisi kebalikan untuk  $y \in$  Kecil. untuk mengetahui formula ini kan digunakan formula aturan fuzzy IF-THEN:

Jika  $x$  Besar, maka  $y$  Kecil

Dimana himpunan fuzzy besar dan kecil didefinisikan sebagai :

Besar  $= \{(1, 0); (2, 0.1); (3, 0.5); (4, 1)\}$

Kecil  $= \{(1, 1); (2, 0.5); (3, 0.1)\}$

dengan menggunakan implikasi Xor  $I_{S;N;E}(x, y) = S(N(x), E(N(x), y))$  dengan Xor connective  $E(x,y) = \max(\min(N(x), y), \min(x, N(y)))$

maka substitusikan  $(x,y) = (1,1)$  maka didapat

$$E(x,y) = \max(\min(N(0), 1), \min(0, N(1))) = 1$$

$$S_L(N(x), y) = \max(N(0), 1) = 1,$$

untuk selanjutnya substitusikan nilai  $x$  dan  $y$  yang lain, maka didapat fungsi keanggotaannya  $= \{((1,1), 1); ((1,2), 1); ((1,3), 1); ((2,1), 0.9); ((2,2), 0.9); ((2,3), 0.9); ((3,1), 0.5); ((3,2), 0.5); ((3,3), 0.5); ((4,1), 1); ((4,2), 0.5); ((4,3), 0.1)\}$

**Preposisi 2.3.3 [1]** Misalkan  $I$  adalah E implikasi dengan E sebagai komponen utama, dan E memenuhi  $E(x,0) = x$  maka  $N_I : U^2 \rightarrow U$  yang di definisikan dengan  $N_I(x) = I(x,0)$  adalah sebuah fuzzy negasi dengan menggunakan operasi  $I$  sebagai operatornya

**Bukti**

Misalkan  $S$  dan  $N$  adalah tconorm dan fuzzy negasi dari  $I$ , maka

$$\begin{aligned} N_I(x) &= I(x,0) \\ &= S(N(x), E(N(x),0)) \\ &= S(N(x), N(x)) \\ &= N(x). \end{aligned}$$

Terbukti bahwa nilai semua negasi itu sama walaupun komponen fungsi yang dibangun untuk membentuk implikasi berbeda . Hal ini sesuai dengan preposisi 3.7, bahwa nilai dari semua negasi itu sama ■



**Contoh 3.20** Sebuah fuzzy Xor didefinisikan sebagai berikut

$$E(x, y) = \min(\max(x, y), \max(1 - x, 1 - y))$$

akan dibuktikan bahwa walaupun komponen pembentuk implikasi berbeda namun nilai negasinya tetap sama. Maka

$$\begin{aligned} I(x, 0) &= S(N(x), E(N(x); 0)): \\ &= S(N(x), \min(\max(N(x), 0), \max(1 - N(x), 1 - 0))) \\ &= S(N(x), \min(N(x), 1)) \\ &= \max(N(x), N(x)) = N(x) \end{aligned}$$

## II. KESIMPULAN

Dari pembahasan yang dilakukan pada bab sebelumnya diperoleh bahwa terdapat tiga jenis penghubung Xor yaitu  $E_T$ ,  $E_S$ ,  $N_E$ .  $E_T$  dibangun dengan menggunakan t-norm sebagai struktur utamanya dan  $E_S$  menggunakan t-conorm sebagai struktur utamanya. Kedua penghubung tersebut didefinisikan masing-masing  $E_T(x, y) = T(S(x, y), N(T(x, y)))$  dan  $E_S(x, y) = S(T(N(x), y), T(x, N(y)))$ .

Masing-masing penghubung mempunyai keunikan sendiri, karena struktur pembentuk utamanya berbeda. Karena perbedaan hasil itulah maka penggunaannya harus sesuai dengan jenis kasus yang akan diselesaikan. Tetapi untuk negasi E hasil yang diperoleh sama dengan mengoperasikan negasi.

Dengan menggunakan penghubung Xor maka didapat dua jenis implikasi yaitu implikasi Xor dan implikasi E. Implikasi tersebut juga dibangun berdasarkan Xor dan t-conorm sehingga didapat Implikasi Xor  $I_{E,S,N}(x, y) = E(x, S(N(x), N(y)))$ , sedangkan Implikasi E  $I_{S,N,E}(x, y) = S(N(x), E(N(x), y))$ :

Dari hasil analisis diperoleh bahwa pada beberapa kasus jika struktur penghubung Xornya berbeda maka akan menghasilkan fungsi keanggotaan implikasi yang sama, dengan syarat t-norm dan t-conorm sama, walaupun menggunakan struktur implikasi yang berbeda. t-norm dan t-conorm yang berbeda

akan menghasilkan fungsi keanggotaan yang berbeda walaupun menggunakan struktur implikasi yang sama

### III. DAFTAR PUSTAKA

- [1] Bedregal, Benjamin C. Reiser, Renata H.S. and Dimuro, Gracaliz PP. 2009. *Xor-implications and E-Implications: Classes of Fuzzy Implications Based on Fuzzy Xor*. Electronic Notes in Theoretical Computer Science 247 5-18.
  
- [2] Bedregal, Benjamin C. Reiser, Renata H.S. and Dimuro, Gracaliz PP. 2013. *Revisiting Xor Implications: Classes of Fuzzy (Co) Implications Based on  $f$ -Xor( $f$ -XNor) Connective*. International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems Vol. 21, No. 6. Hal 899-925.