Pelabelan *E-cordial* pada Graf Hasil *Cartesian Product*

Kholis Widyasmedi, R. Heri Soelistyo

Program Studi Matematika Jurusan Matematika

Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro

Email: widyasmedi@gmail.com

ABSTRAK

Diberikan sebuah graf $G = (V, E)$. Pelabelan *e-cordial* adalah pemetaan biner $f: E \to \{0,1\}$ yang menginduksi pelabelan titik yang didefinisikan dengan $f^* = \sum_{uv\epsilon E} f(uv)(mod\ 2)$; sehingga memenuhi $|e_f(0) - e_f(1)| \le 1$ dan $|v_f(0) - v_f(1)| \le 1$. Syarat perlu untuk sebuah graf *G*, untuk memenuhi sebuah pelabelan *e-cordial* adalah $n \not\equiv 2(mod\ 4)$. Sedangkan Graf K_n adalah *e-cordial* untuk semua $n \not\equiv 2(mod\ 4)$ dan graf W_n adalah *e-cordial* jika dan hanya jika $n \not\equiv 1(mod\ 4)$. Graf *G* merupakan graf hasil *cartesian product* untuk beberapa graf yang dioperasikan dengan graf path P_2yaitu $K_n \times P_2$ dan $P_n \times P_2$ adalah *e-cordial* untuk *n* genap serta $W_n \times P_2$ dan $K_{1,n} \times P_2$ adalah *E-cordial* untuk *n* ganjil.

Kata kunci : Pelabelan *E-cordial*, *cartesian product*

1. Pendahuluan

Pelabelan *E-Cordial* adalah sebuah pelabelan biner pada sisi yang menginduksi pelabelan pada titik dalam sebuah graf, dimana pelabelan *E-cordial* merupakan perluasan materi dari pelabelan *Cordial* yang dikenalkan oleh Cahit (1987) dan bersama Yilmaz memperkenalkan pelabelan *E-cordial* (1997).

2. Dasar Teori

Permasalahan dibatasi mengenai pelabelan *e-cordial* dengan graf sederhana, berhingga, terhubung dan tak berarah. Dan beberapa definisi sebagai berikut.

Definisi 2.1

Sebuah Pemetaan $f : V(G) \to \{0,1\}$dari graf *G* disebut pemetaan titik biner dari *G* dan $f(v)$ adalah pelabelan pada titik v dimana fungsi pemetaan tersebut menginduksi pelabelan pada sisi $e = uv$yang dinyatakan dengan $f^* : E(G) \to \{0,1\}$ dan memenuhi rumus pelabelan sisi $f^*(e = uv) = |f(u) - f(v)|$, sehingga didapatkan $v_f(i)$ menyatakan banyaknya titik yang dilabelkan dengan i dan $e_f(i)$ menyatakan banyaknya sisi yang dilabelkan dengan i dimana i berbobot 0 dan 1.

Definisi 2.2

Sebuah pelabelan titik biner dari graf *G* disebut pelabelan *cordial* jika $|v_f(0) - v_f(1)| \le 1$ dan $|e(0) - e(1)| \le 1$ terpenuhi dan sebuah graf *G* disebut graf *cordial* jika kondisi diatas terpenuhi.

Definisi 2.3

Hasilkali kartesianantarahimpunan*A*danhimpunan*B*,ditulis*A*x*B*adalahsemuapasanganterurut (*a*,*b*) untuk*a*∈*A*dan*b*∈*B*.

3. Pelabelan *E-cordial*

3.1 Pelabelan *e-cordial* pada Graf

Definisi 3.1.1

Misalkan f adalah sebuah pelabelan sisi biner dari graf *G=(V,E)* yang memenuhi *f:E(G)*→ {0,1} dan menginduksi pelabelan pada titik yang didefinisikan sebagai $f^*(v) = \sum_{uv\epsilon E} f(uv)(mod\ 2)$, dimana $v \in V$ dan $(uv) \in E$.

Fungsi f disebut fungsi pemetaan *E-Cordial* dari G jika memenuhi kondisi sebagai berikut:

1) $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$;
2) $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$;

Dimana $e_f(0)$, $e_f(1)$berturut-turut menyatakan banyaknya sisi yang berlabel 0 dan 1, $v_f(0)$, $v_f(1)$ berturut-turut menyatakan banyaknya titik yang berlabel dengan 0 dan 1.

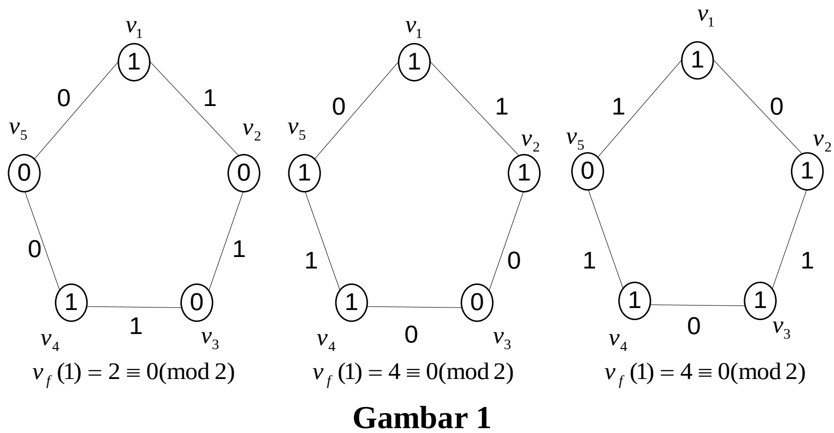
Lemma 3.1.2

Jika dalam sebuah pelabelan f dari beberapa graf memenuhi$|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$, maka $v_f(1) \equiv 0(mod\ 2)$.

Bukti

Diberikan sebuah pelabelan f, jika dalam pelabelan sisi dari sebuah graf G diberikan label 1, maka label sisi tersebut akan menginduksi dua titik yang insiden terhadap garis tersebut. Titik yang dilabelkan dengan 1, akan selalu berjumlah genap jika pada pelabelan sisinya memenuhi $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$ tanpa memperhatikan banyak titik yang dilabelkan dengan 0. Sehingga banyaknya titik yang dilabelkan dengan 1 adalah $v_f(1) \equiv 0(mod\ 2)$. ■

Contoh



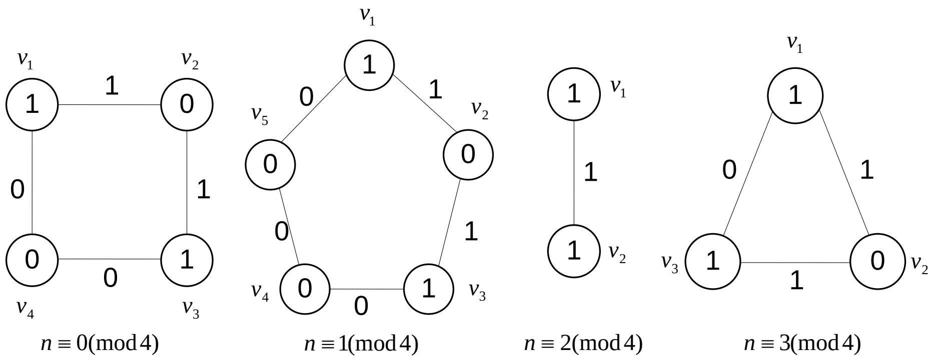
Gambar 1

Teorema 3.1.3

Syarat cukup dari pelabelan *e-cordial*, diberikan Graf *G* dengan *V(G)=n*. Jika $n \not\equiv 2(mod\ 4)$, maka Graf G memenuhi pelabelan *e-cordial*.

Bukti

Diberikan sebuah graf G yang memiliki titik sebanyak $n \equiv 2(mod\ 4)$. Untuk memenuhi sebuah pelabelan *e-cordial* dibutuhkan titik yang memiliki pelabelan dengan pelabelan yang sama yaitu $v_f(0) = v_f(1) = \frac{n}{2}$. Didapatkan $v_f(0) = v_f(1) = \frac{n}{2} = 1(mod\ 2)$, sehingga kontradiksi dengan Lemma 3.1.2. Jadi Graf G memenuhi Pelabelan *e-cordial* jika $n \not\equiv 2(mod\ 4)$. ■



Gambar 2

Akibat 3.1.4

Jika G adalah sebuah graf dengan $n \equiv 1(mod\ 4)$ dan f adalah sebuah pelabelan *e-cordial* dari G maka $v_f(0) = v_f(1) + 1$

Bukti

Diberikan sebuah graf G dengan titik sebanyak $n \equiv 1(mod\ 4)$. Untuk memenuhi pelabelan *e-cordial*, $v_f(0)$ dan $v_f(1)$ haruslah memenuhi $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$ dan menurut Lemma 3.1.2 banyaknya titik yang diberi label 1 adalah $v_f(1) \equiv 0(mod\ 2)$. Agar memenuhi syarat tersebut, dimisalkan bahwa titik *n=a+b*, dimana a adalah jumlah titik yang berlabel 1 dan harus mempunyai banyak pelabelan genap sehingga nilai $a = \frac{n-1}{2} = 0(mod\ 2)$ dan b adalah titik yang berlabel 0 sebanyak $b = n - a = n - \left(\frac{n-1}{2}\right) = \frac{2n}{2} - \frac{n+1}{2} = \frac{n+1}{2}$, sehingga didapatkan nilai $b = \frac{n+1}{2} = \frac{n-1}{2} + 1 = a + 1$. Dari penjabaran tersebut didapatkan $v_f(0) = v_f(1) + 1$ di mana$v_f(1) = a$ dan $v_f(0) = b$. ■

Akibat 3.1.5

Jika *G* adalah sebuah graf dengan titik sebanyak $n \equiv 3(mod\ 4)$, dan f adalah sebuah pelabelan *e-cordial* dari *G* maka $v_f(1) = v_f(0) + 1$

Bukti

Diberikan sebuah graf G dengan titik sebanyak $n \equiv 3(mod\ 4)$.. Untuk memuhi pelabelan *e-cordial*, $v_f(0)$ dan $v_f(1)$ harus memenuhi $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$ dan menurut Lemma 3.1.2 nilai titik yang berlabel 1 adalah $v_f(1) \equiv 0(mod\ 2)$. Agar memenuhi syarat tersebut, dimisalkan bahwa titik *n=a+b*, dimana a adalah jumlah titik yang berlabel 1 dan harus mempunyai banyak pelabelan genap sehingga nilai $a = \frac{n+1}{2} = 0(mod\ 2)$ dan b adalah titik yang berlabel 0 bernilai $b = n - a = n - \left(\frac{n+1}{2}\right) = \frac{2n}{2} - \frac{n-1}{2} = \frac{n-1}{2}$, sehingga didapatkan nilai $b = \frac{n-1}{2} = \frac{n+1}{2} - 1 = a - 1$. Dari penjabaran tersebut didapatkan $v_f(1) - 1 = v_f(0)$ atau $v_f(1) = v_f(0) + 1$ di mana $v_f(1) = a$ dan $v_f(0) = b$. ■

3.2 Pelabelan *E-cordial* pada graf komplit K_n dan graf Roda W_n

Teorema 3.2.1[7]

Graf komplit K_n adalah E-*Cordial* untuk semua $n \not\equiv 2(mod\ 4)$

Bukti

Dari Teorema 3.1.3 terbukti bahwa untuk memenuhi pelabelan *E-cordial* dari graf G adalah $n \not\equiv 2(mod\ 4)$ dimana n adalah banyaknya titik dari G. Pada teorema 3.2.1 akan dibuktikan dengan induksi matematika dengan menambahkan sebuah titik v_{n+1}yang *adjacent* terhadap semua titik pada graf K_n yang menghasilkan sebuah graf komplit K_{n+1}, bahwa ketika sebuah graf komplit K_{n+1} mempunyai titik sebanyak $n + 1 \equiv 2(mod\ 4)$, tidak memenuhi pelabelan *E-cordial* yang disajikan pada **tabel 1.**

Untuk kasus	Titik K_n	Sisi K_n	Titik K_{n+1}	Sisi K_{n+1}
$n \equiv 3(\text{mod}4)$	$v_f(1) = v_f(0)+1$	$e_f(0) = e_f(1)+1$	$v_f(1) = v_f(0)$	$e_f(1) = e_f(0)$
$n \equiv 0(\text{mod}4)$	$v_f(1) = v_f(0)$	$e_f(1) = e_f(0)$	$v_f(1) = v_f(0)+1$	$e_f(1) = e_f(0)$
$n \equiv 1(\text{mod}4)$	$v_f(0) = v_f(1)+1$	$e_f(1) = e_f(0)$	$v_f(1) = v_f(0)+2$	$e_f(1) = e_f(0)+1$
$n \equiv 2(\text{mod}4)$	$v_f(1) = v_f(0)+2$	$e_f(1) = e_f(0)+1$	$v_f(1) = v_f(0)+1$	$e_f(1) = e_f(0)+1$

Teorema 3.2.2[7]

Graf Roda W_n adalah *e-cordial* jika dan hanya jika $n \not\equiv 1(mod\ 4)$

Bukti

$\longrightarrow$

Diketahui W_n*e-cordial*. Akan dibuktikan dengan kontraposisi, graf W_n merupakan graf yang *e-cordial* ketika $n \not\equiv 1(mod\ 4)$. Diberikan graf rodaW_n dengan $n \equiv 1(mod\ 4)$. Dari definisi graf rodaW_n, graf tersebut memiliki titik sebanyak $n + 1$. Yang berakibat ketika $n \equiv 1(mod\ 4)$, banyaknya titik pada graf roda W_n adalah $n + 1 \equiv 2(mod\ 4)$ dan dari Teorema 3.1.3, graf roda W_n bukan merupakan pelabelan *e-cordial.*

$\longleftarrow$

Akan dibuktikan graf roda W_n*E-Cordial* jika $n \equiv 0(mod\ 4), n \equiv 2(mod\ 4)$, $n \equiv 3(mod\ 4)$, kecuali untuk $n \equiv 1(mod\ 4)$. Diberikan $v_1, v_2, \ldots v_n, v_{n+1}$ sebagai titik penyusun dari graf W_n , dimana $n + 1$ adalah

banyaknya titik yang ada pada graf W_n dimana $e_1, e_2, \ldots e_n$ sebagai sisi penyusun dari sisi sikel ke titik pusat graf W_n dan $e_{1,2}, e_{2,3}, \ldots e_{n,1}$ sisi luar sikel dari graf C_n, dimana $C_n \subset W_n$.
Didefinisikan pemetaan dari titik pada sisi sikel ke titik pusat dari graf roda W_n sebagai berikut

$$f(e_i) = \begin{cases} 1 \text{ jika } 1 \leq i \leq \dfrac{n+1}{2} \\ 0 \text{ jika } \dfrac{n-1}{2} \leq i \leq n \end{cases}$$

dan didefinisikan pemetaan sisi dari titik sikel dari graf roda W_n sebagai berikut

$$f(e_{i,i+1}) = \begin{cases} 1 \text{ jika } i \equiv 0 (mod\ 2) \\ 0 \text{ jika } i \equiv 1 (mod\ 2) \end{cases}$$

Dari definisi tersebut akan dibuktikan bahwa graf roda W_n memenuhi pelabelan *e-cordial* melalui 4 kasus sebagai berikut.
Jika $n \equiv 0\ (mod\ 4)$ maka didapatkan $v_f(0) = v_f(1) + 1$,
Jika $n \equiv 2\ (mod\ 4)$ maka didapatkan $v_f(1) = v_f(0) + 1$,
Jika $n \equiv 3\ (mod\ 4)$ maka didapatkan $v_f(1) = v_f(0)$.
Sehingga, W_n adalah *e-cordial* jika $n \not\equiv 1 (mod\ 4)$. ■

3.3 Pelabelan *e-cordial* pada Graf Hasil *Cartesian Product*

Teorema 3.3.1
Graf *Cartesian Product* $K_n \times P_2$ adalah *E-cordial* untuk *n* bilangan genap.
Bukti

Misalkan *G* adalah sebuah graf hasil *cartesian product* dari $K_n \times P_2$ dimana $V(G) = \{v_{ij} | i = 1,2,\ldots,n \text{ } dan \text{ } j = 1,2\}$ adalah titik dari graf G. Pemetaan sisi pada graf $K_n \times P_2$ untuk $1 \leq i, k \leq n$ didefinisikan sebagai berikut

$$f(v_{i1}v_{k1}) = 0$$
$$f(v_{i2}v_{k2}) = 1$$
$$f(v_{i1}v_{i2}) = \begin{cases} 1; & i \equiv 0 (mod 2) \\ 0; & \text{yang lain} \end{cases}$$

Selanjutnya akan dibuktikan pelabelan titik pada graf *cartesian product* $K_n \times P_2$ memenuhi rumus $f^*(v) = \sum_{uv \in E} f(uv) (mod\ 2)$.

Sesuai definisi untuk pelabelan sisi, diperoleh perhitungan untuk pelabelan titik graf K_n pertama sebagai berikut,

$$f^*(v_{i1}) = \left(f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i \neq k \\ k=1}}^{n} f(v_{i1}v_{k1}) \right) (mod\ 2) \qquad k = 1,2,\ldots,n$$

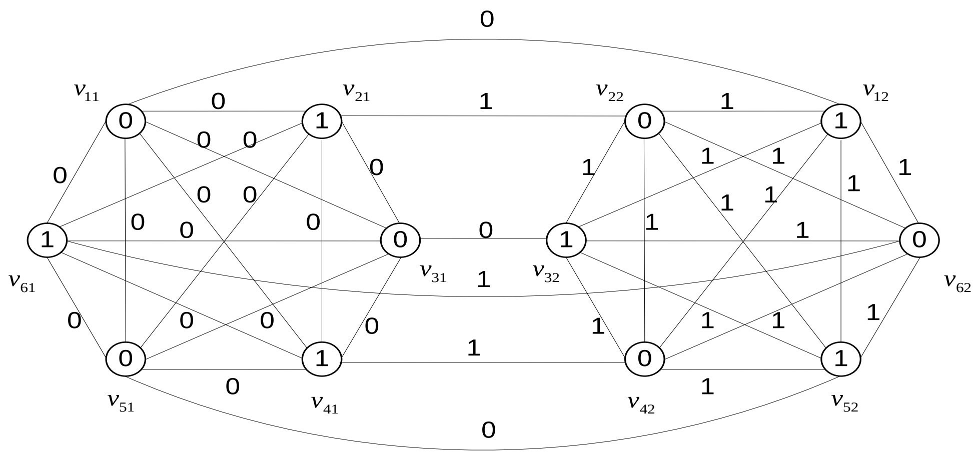
Analog dengan graf K_n pertama, pelabelan titik graf K_n kedua sebagai berikut

$$f^*(v_{i2}) = \left(f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i \neq k \\ k=1}}^{n} f(v_{i2}v_{k2}) \right) (mod\ 2) \quad k = 1,2,\dots,n$$

Kondisi sisi dan titik Graf *Cartesian Product*$K_n \times P_2$yang *e-cordial* disajikan pada tabel 2.

	Kondisi titik	Kondisi sisi
$\boldsymbol{n}$	$v_f(0) = v_f(1) = n$	$v_f(0) = v_f(1) = \frac{n^2}{2}$

Illustrasi 3.3.2



Gambar 3

Teorema 3.3.3

Graf *Cartesian Product* $W_n \times P_2$ adalah *E-Cordial* untuk *n* bilangan ganjil

Bukti

Misalkan G adalah sebuah graf hasil *cartesian product* dari $W_n \times P_2$ dimana $V(G) = \{v_{ij}\,|i = 1,2,\dots,n,n+1\ dan\ j = 1,2\}$ adalah titik dari graf G. Pemetaan sisi pada graf $W_n \times P_2$ untuk $1 \leq i,k \leq n+1$ didefinisikan sebagai berikut

$$f(v_{i1}v_{k1}) = 0$$
$$f(v_{i2}v_{k2}) = 1$$
$$f(v_{i1}v_{i2}) = \begin{cases} 1; & i \equiv 0(mod2) \\ 0; & \text{yang lain} \end{cases}$$

Selanjutnya akan dibuktikan pelabelan titik pada graf *cartesian product*$W_n \times P_2$ memenuhi rumus $f^*(v) = \sum_{uv \in E} f(uv)(mod\ 2)$.

Sesuai definisi untuk pelabelan sisi, diperoleh perhitungan untuk pelabelan titik graf W_n pertama sebagai berikut,

$$f^*(v_{i1}) = \left((f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i \neq k \\ k \neq 0 \\ k = i-1}}^{i+1} f(v_{i1}v_{k1}) + f\big(v_{i1}v_{p1}\big) \right) (mod\ 2) \quad \begin{matrix} k = 1,2,..n(mod\ n) \\ k \neq 0 \\ k = 0 = n \end{matrix}$$

Analog dengan graf W_n pertama, pelabelan titik graf W_n kedua sebagai berikut

$$f^*(v_{i2}) = \left((f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i \neq k \\ k \neq 0 \\ k = i-1}}^{i+1} f(v_{i1}v_{k2}) + f\big(v_{i2}v_{p2}\big) \right) (mod\ 2) \quad \begin{matrix} k = 1,2,..n(mod\ n) \\ k \neq 0 \\ k = 0 = n \end{matrix}$$

Untuk titik pusat

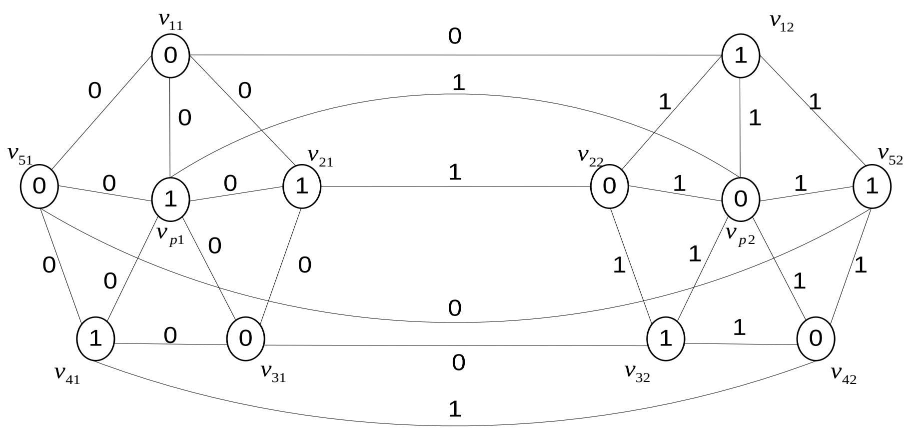
$$f^*\big(v_{p1}\big) = (f\big(v_{p1}v_{p2}\big) + \sum_{k=1}^{n} f(v_{p1}v_{k1}))\ (mod\ 2) \quad k = 1,2,\dots,n$$

$$f^*\big(v_{p2}\big) = (f\big(v_{p1}v_{p2}\big) + \sum_{k=1}^{n} f(v_{p2}v_{k2}))\ (mod\ 2) \quad k = 1,2,\dots,n$$

Kondisi sisi dan titik Graf *Cartesian Product* $W_n \times P_2$ yang *e-cordial* disajikan pada **tabel 3**

	Kondisi titik	Kondisi sisi
$\boldsymbol{n}$	$v_f(0) = v_f(1) = n + 1$	$v_f(0) = v_f(1) = \frac{5n+1}{2}$

Illaustrasi 3.3.4



Gambar 4

Teorema 3.3.5
Graf *Cartesian Product*$L_n = P_n \times P_2$ (dikenal sebagai graf tangga) adalah *E-Cordial* untuk *n* bilangan genap.
Bukti

Misalkan G adalah sebuah graf hasil *cartesian product* dari $P_n \times P_2$ dimana $V(G) = \{v_{ij}\,|i = 1,2,\dots,n\ dan\ j = 1,2\}$ adalah titik dari graf G. Pemetaan sisi pada graf $P_n \times P_2$ untuk $1 \le i, k \le n$ didefinisikan sebagai berikut

$$f(v_{i1}v_{k1}) = 0$$
$$f(v_{i2}v_{k2}) = 1$$
$$f(v_{i1}v_{i2}) = \begin{cases} 1; & i \equiv 0(mod2) \\ 0; & \text{yang lain} \end{cases}$$

Selanjutnya akan dibuktikan pelabelan titik pada graf *cartesian product*$P_n \times P_2$ memenuhi rumus $f^*(v) = \sum_{uv\in E} f(uv)(mod\ 2)$.

Sesuai definisi untuk pelabelan sisi, diperoleh perhitungan untuk pelabelan titik graf P_n pertama sebagai berikut,

$$f^*(v_{i1}) = (f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i\neq k \\ k=i-1}}^{i+1} f(v_{i1}v_{k1})(mod\ 2) \qquad k = i-1\,, i+1$$

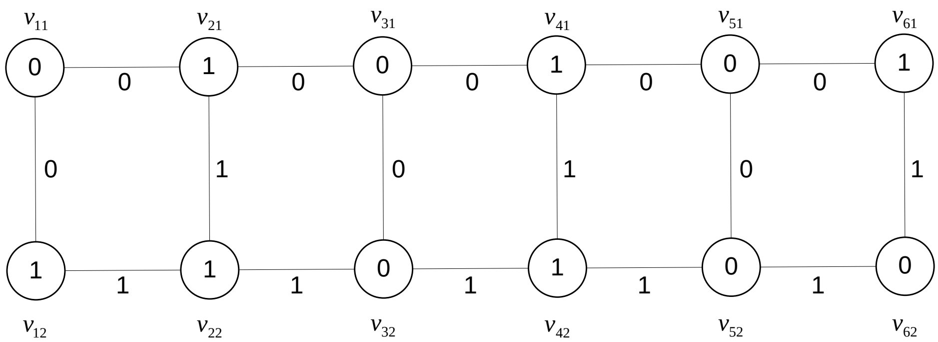
Analog dengan graf P_n pertama, pelabelan titik P_n kedua sebagai berikut

$$f^*(v_{i2}) = (f(v_{i1}v_{i2}) + \sum_{\substack{i\neq k \\ k=i-1}}^{i+1} f(v_{i2}v_{k2})(mod\ 2) \qquad k = i-1\,, i+1$$

Kondisi sisi dan titik Graf *Cartesian Product*$P_n \times P_2$yang *e-cordial* disajikan pada tabel 4.

	Kondisi titik	Kondisi sisi
$\boldsymbol{n}$	$v_f(0) = v_f(1) = n$	$v_f(0) = v_f(1) = \frac{3n-2}{2}$

Illustrasi 3.3.6



Gambar 5

Teorema 3.3.7

Graf *Cartesian Product*$B_n = K_{1,n} \times P_2$ (dikenal sebagai graf buku) adalah *E-Cordial* untuk *n* bilangan ganjil.

Bukti

Misalkan *G* adalah sebuah graf hasil *cartesian product* dari $K_{1,n} \times P_2$ dimana $V(G) = \{v_{ij} \mid i = 1,2,\dots,n+1 \; dan \; j = 1,2\}$ adalah titik dari graf G. Pemetaan sisi pada graf $K_{1,n} \times P_2$ untuk $1 \le i,k \le n+1$ didefinisikan sebagai berikut

$$f(v_{i1}v_{k1}) = 0$$
$$f(v_{i2}v_{k2}) = 1$$
$$f(v_{i1}v_{i2}) = \begin{cases} 1; & i \equiv 0(mod 2) \\ 0; & \text{yang lain} \end{cases}$$

Selanjutnya akan dibuktikan pelabelan titik pada graf *cartesian product*$K_{1.n} \times P_2$ memenuhi rumus $f^*(v) = \sum_{uv \in E} f(uv)(mod\ 2)$.

Sesuai definisi untuk pelabelan sisi, diperoleh perhitungan untuk pelabelan titik graf $K_{1,n}$ pertama sebagai berikut,

$$f^*(v_{i1}) = (f(v_{i1}v_{i2}) + f(v_{i1}v_{p1}))(mod\ 2) \qquad p = n+1$$

Analog dengan graf $K_{1,n}$ pertama, pelabelan titik $K_{1,n}$ kedua sebagai berikut

$$f^*(v_{i1}) = (f(v_{i1}v_{i2}) + f(v_{i2}v_{p2}))(mod\ 2) \qquad p = n+1$$

Sedangkan untuk titik pusat v_p

Untuk titik pusat pertama

$$f^*(v_{p1}) = (f(v_{p1}v_{p2}) + \textstyle\sum_{j=1}^{n} f(v_{p1}v_{j1}))(mod\ 2) \qquad j = 1,2,\dots n$$

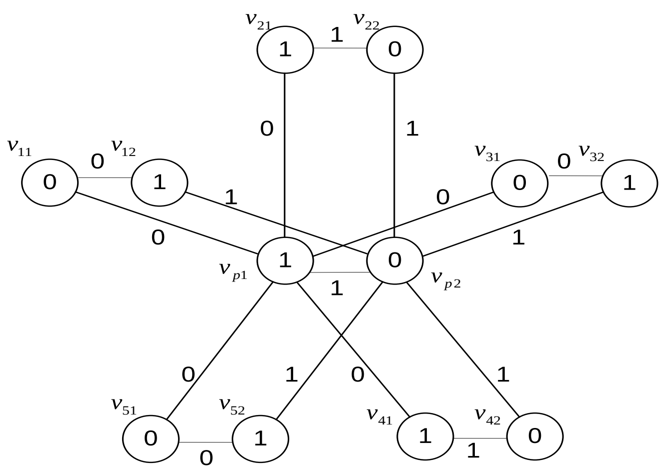
Untuk titik pusat pertama

$$f^*(v_{p2}) = (f(v_{p1}v_{p2}) + \textstyle\sum_{j=1}^{n} f(v_{p2}v_{j2}))(mod\ 2) \qquad j = 1,2,\dots n$$

Kondisi sisi dan titik Graf *Cartesian Product*$K_{1,n} \times P_2$yang *e-cordial* disajikan pada **tabel 5**

	Kondisi titik	Kondisi sisi
$\boldsymbol{n}$	$v_f(0) = v_f(1) = n$	$v_f(0) = v_f(1) = \dfrac{3n+1}{2}$

Illustrasi 3.3.8



Gambar 6

4. Kesimpulan

Sebuah graf merupakan graf *e-cordial* bila memenuhi syarat pelabelan pada sisi $\left|e_f(0) - e_f(1)\right| \leq 1$, pelabelan titik terinduksi dari pelabelan sisi dan diperoleh $\left|v_f(0) - v_f(1)\right| \leq 1$, dan memiliki titik sebanyak $n \not\equiv 2\ (mod\ 4)$.Graf Komplit K_n merupakan *e-cordial* bila $n \not\equiv 2\ (mod\ 4)$ dan graf Roda W_n merupakan *e-cordial* bila $n \not\equiv 1\ (mod\ 4)$.Graf hasil operasi *cartesian product* yang dioperasikan dengan graf path P_2 merupakan *e-cordial* bila memiliki jumlah titik $n \equiv 0 (mod\ 2)$ pada graf penyusun utamanya.

5. Daftar Pustaka

[1] Wilson, Robin J. dan John J Watkins. 1992. "*GrafPengantar"*. Terjemahan oleh Theresia dan Tirta Seputro. Surabaya: University Press IKIP Surabaya.

[2] Chartrand, G. and Lesniak, L. 1996. "*Graphs & Digraphs*, 3^{rd} *ed*", London: Chapman & Hill.

[3] Munir, Rinaldi. 2007. "*Matematika Diskrit"*. Bandung: Informatika Bandung.

[4] Lipschutz Seymour dan Lipson, Marc Lars. 2002. "*Seri Penyelesaian Soal Schaum Matematika Diskrit".* Terjemahan oleh Tim Editor Penerbit Salemba Teknika. Jakarta: Salemba Teknika.

[5] Kumala, F. Z. 2012. "*Pelabelan Cordial pada Graf* $C_n(C_n)$*".* Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro.2012. Semarang : Undip.

[6] Vaidya S. K., and N. B. Vyas. 2011. "*E-Cordial Labelling for Cartesian Product of Some Graphs*". CSCanada, Vol 3, No. 2, 11-15,.

[7] Yilmaz, R. And Cahit, I. (1997). '*E-Cordial Graphs*", Ars.Combinatoria, No. 46 , 251-266.