PELABELAN *E-CORDIAL* PADA BEBERAPA GRAF CERMIN

[1]Ermi Suwarni, [2]Lucia Ratnasari, S.Si, M.Si, [3]Drs. Bayu Surarso, M.Sc.PhD

[1,2,3]Jurusan Matematika FSM UNDIP

Jl. Prof. Soedarto, S.H, Tembalang Semarang 54275

[1]ermi.suwarni@yahoo.co.id, [2]ratnasari.lucia@yahoo.com, [3]bayus@undip.ac.id

Abstract: Let G be a graph with vertex set $V(G)$ and edge set $E(G)$. Difine on function f of $E(G)$ to $\{0,1\}$, for $v \in V(G)$ value $f(v)$ is obtained by two modulo price of amount of edges label than have insident to the vertex v. The function f is called an E-*cordial* labeling of G if conditions absolute value from difference the number of vertexs having label 0 and the number having label 1 less or equal 1, and absolute value from difference the number of edges having label 0 and the number of edges having label 1 less or equal 1. Graph which admits of E-*cordial* labeling is *E-cordial* graph. The mirror graph $M(G)$ is a bipartite graph with a partite sets V_1 and V_2 and G' be the copy of G with corresponding partite sets V'_1 and V'_2. The mirror graph is obtained by joining each vertex of $v_i \in V_2$ to its corresponding vertex in $v'_i \in V_2{}'$ by an edge. In this paper we study about $E-cordial$ labeling of mirror graph for cycle graph, path graph, hypercube graph and bipartite complite graph. The mirror graph of cycle graph, path graph, hypercube graph, and bipartite complite graph are *E-cordial* graphs.

Key words : *E-cordial* labeling, mirror graph, bipartite graph.

I. PENDAHULUAN

Pelabelan pada suatu graf adalah suatu pemetaan (fungsi) yang memasangkan unsur-unsur graf (titik atau sisi) dengan bilangan (biasanya bilangan bulat) yang disebut label. Jika domain dari pemetaan ini adalah himpunan titik, maka pelabelan disebut pelabelan titik (*vertex labelling*). Jika domainnya adalah himpunan sisi, maka disebut pelabelan sisi (*edge labelling*), dan jika domainnya himpunan titik dan himpunan sisi, maka disebut pelabelan total (*total labelling*).[2] Pelabelan graf pertama diperkenalkan oleh Rosa(1967), ada banyak pelabelan yang telah dikembangkan, salah satunya adalah pelabelan *E-Cordial*. [3] R. Yilman dan I.Cahit (1997) mengatakan bahwa pelabelan E-*Cordial* didefinisikan sebagai pemberian label pada sisi suatu graf G dengan fungsi $f: E(G) \rightarrow \{0,1\}$ dan untuk titiknya diperoleh dari $f(v) = \sum_{uv \in E(G)} f(uv) (\text{mod}2)$. Dengan demikian, pelabelan E-*Cordial* merupakan salah satu bentuk pelabelan pada sisi sedangkan label titiknya menjadi akibat dari adanya label sisi. Fungsi

f disebut pelabelan E-*cordial* dari G jika $|v_f(0) - v_f(1)| \le 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| \le 1$. Suatu graf disebut E-*cordial* jika memenuhi pelabelan E-cordial.[6] Dalam tugas akhir ini penulis membahas tentang pelabelan E-*Cordial* pada graf cermin dari graf sikel, graf cermin dari graf *path*, graf cermin dari graf *hypercube*, dan graf cermin dari graf bipartit komplit.

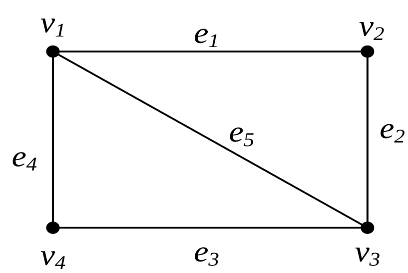
II. DASAR TEORI

Definisi 2.1 [6]

Graf $G = (V, E)$ terdiri atas himpunan yang tidak kosong dari elemen-elemen yang disebut titik dan suatu daftar pasangan tidak terurut dari elemen itu disebut sisi. Himpunan titik dari graf G dinotasikan dengan $V(G)$, sedangkan himpunan sisi dari graf G dinotasikan dengan $E(G)$. Sisi yang dinotasikan dengan (v,w) atau (w,v) dikatakan menghubungkan titik v dan w.

Contoh 2.1

Diberikan graf $G_1 = (V, E)$ sebagai berikut :



Gambar 2.1 Graf G_1

Gambar 2.1 merupakan graf dengan himpunan titik $V(G_1) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(G_1) = \{e_1, e_2, e_3, e_4, e_5\}$ dimana $e_1 = (v_1, v_2), e_2 = (v_2, v_3), e_3 = (v_3, v_4)$, $e_4 = (v_1, v_4)$, dan $e_5 = (v_1, v_3)$.

Definisi 2.4 [1]

Misalkan a adalah bilangan bulat dan m adalah bilangan bulat positif. Dinotasikan dengan *a mod m* yaitu sisa ketika a dibagi dengan m.

Ini didasari dari definisi sisa bahwa a mod m adalah bilangan bulat r dimana $a = mq + r$ dan $0 \le r < m$.

contoh 2.4

Diberikan $a = 22$ dan $m = 5$, maka 22 *mod* 5 = 2 karena 22 dibagi 5 memberikan hasil (q) = 4 dan sisa (r) = 2 atau ditulis sebagai $22 = 5 \cdot 4 + 2$.

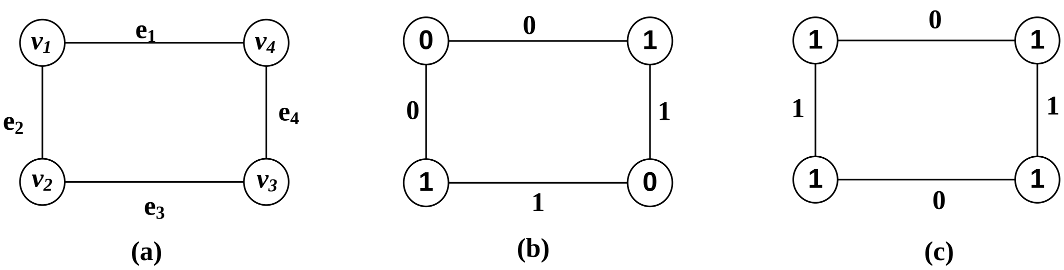
III. PEMBAHASAN

Definisi 3.1 [4]

Misal diberikan graf G dengan fungsi $f: E(G) \to \{0,1\}$ dan $f(v) = \sum_{uv \in E(G)} f(uv)(\mathrm{mod}2)$. Fungsi f disebut pelabelan *E-cordial* dari G jika $|v_f(0) - v_f(1)| \le 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| \le 1$. Suatu graf disebut *E-cordial* jika memenuhi pelabelan *E-cordial*.

Contoh 3.1

Diberikan pelabelan *E-cordial* pada graf G_4 sebagai berikut :



Gambar 3.1 (a) Graf G_4 (b) Pelabelan *E-cordial* pada graf G_4 dan (c) Bukan Pelabelan *E-cordial* pada graf G_4

Pelabelan pada Graf G_4 Gambar 3.1(b) memiliki $v_f(0) = 2$, $v_f(1) = 2$ sedangkan $e_f(0) = 2$, $e_f(1) = 2$, sehingga merupakan pelabelan *E-cordial* karena memenuhi syarat $|v_f(0) - v_f(1)| = |2-2| = |0| \le 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| = |2-2| = |0| \le 1$.

Teorema 3.2 [6]

Graf sikel C_n merupakan graf E-*cordial* untuk $n \not\equiv 2(mod4)$.

Bukti :

Misalkan diberikan graf sikel C_n dengan *n* banyaknya titik. Bila $v_1, v_2, \dots, v_n$ merupakan titik-titik dan $e_1, e_2, \dots, e_n$ merupakan sisi-sisi dari sikel C_n sehingga berlaku :

$e_i = v_i v_{i+1}\, ;untuk\ i = 1, \dots, n-1$

$e_i = v_1 v_n \quad ;untuk\ i = n$

Untuk pelabelan sisinya didefinisikan sebagai berikut :

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & jika\ i \equiv 1{,}2(mod4) \\ 1 & jika\ i \equiv 0{,}3(mod4) \end{cases}$$

Contoh 3.2

Diberikan pelabelan *E-cordial* pada graf C_4 seperti pada Gambar 3.2 dengan himpunan titik $V(C_4) = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ dan himpunan sisi $E(C_4) = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$. Berdasarkan definisi pelabelan sisi E-*Cordial* pada graf sikel diperoleh pelabelan sisinya $f(e_1) = 0$, $f(e_2)= 0$, $f(e_3)= 1$, $f(e_4)=1$.Sedemikian sehingga pelabelan titik $f : V(C_4) \to \{0,1\}$ dengan $f(v) = \sum_{uv \in E(G)} f(uv)(\text{mod}2)$

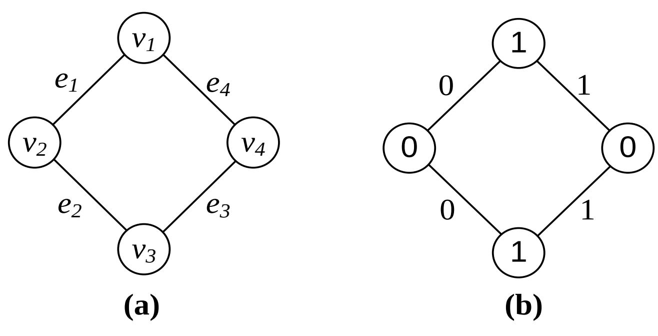
diperoleh sebagai berikut :

$f(v_1) = (f(e_1) + f(e_4))(\text{mod } 2) = 1 \text{ mod } 2 = 1$, maka label titik $v_1 = 1$

$f(v_2) = (f(e_1) + f(e_2))(\text{mod } 2) = 0 \text{ mod } 2 = 0$, maka label titik $v_2 = 0$

$f(v_3) = (f(e_2) + f(e_3))(\text{mod } 2) = 1 \text{ mod } 2 = 1$, maka label titik $v_3 = 1$

$f(v_4) = (f(e_3) + f(e_4))(\text{mod } 2) = 2 \text{ mod } 2 = 0$, maka label titik $v_4 = 0$



Gambar 3.2 (a) Graf C_4 dan (b) Pelabelan *E-Cordial* pada graf C_4

Pelabelan pada Graf C_4 gambar 3.2(b) memiliki $v_f(0) = 2,\ v_f(1) = 2,$ sedangkan $e_f(0) = 2,\ e_f(1) = 2,$ sehingga merupakan pelabelan *E-Cordial* karena memenuhi ketentuan $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$.

Teorema 3.3

Graf *path* P_n merupakan graf *E-cordial* untuk $n \not\equiv 2(mod4)$.

Bukti :

Misalkan diberikan graf P_n dengan n titik. Bila $v_1, v_2, \dots, v_n$ merupakan titik-titik dan $e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$ merupakan sisi-sisi dari P_n sehingga berlaku :

$e_i = v_i v_{i+1}$; $untuk\ i = 1, \dots, n-2$

$e_i = v_{i-1} v_n$; $untuk\ i = n-1$

Pendefinisian pelabelan sisi biner $f: E(P_n) \rightarrow \{0,1\}$ dibagi menjadi 2 kasus sebagai berikut :

Kasus 1 ($\boldsymbol{n\ ganjil}$) :

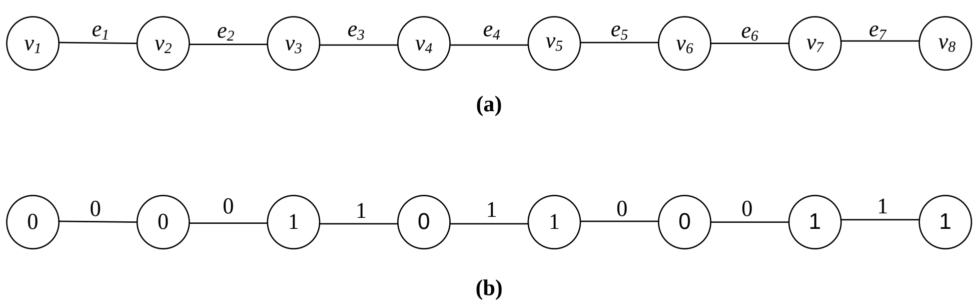
$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & jika\ i \equiv 0,1(mod4) \\ 1 & jika\ i \equiv 2,3(mod4) \end{cases}$$

Kasus 2 ($\boldsymbol{n\ genap}$) :

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & jika\ i \equiv 1,2(mod4) \\ 1 & jika\ i \equiv 0,3(mod4) \end{cases}$$

Contoh 3.3

Diberikan pelabelan *E-Cordial* pada graf P_8 seperti pada Gambar 3.8 berikut :



Gambar 3.3 (a) Graf P_8 dan (b) Pelabelan *E-Cordial* pada graf P_8

Pelabelan pada graf P_8 Gambar 3.3(b) memiliki $v_f(0) = 4$, $v_f(1) = 4$, sedangkan $e_f(0) = 4, e_f(1) = 3$, sehingga merupakan pelabelan E-*Cordial* karena memenuhi ketentuan $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$.

Teorema 3.4

Graf *hypercube* merupakan graf *E-cordial* untuk $k \geq 2$

Bukti :

Diberikan graf *hypercube* Q_k dengan *n* titik dimana $n = 2^k$ dan sisi $m = k \times 2^{(k-1)}$. Bila $v_1, v_2, \dots, v_n$ merupakan titik-titik dan $e_1, e_2, \dots, e_m$ merupakan sisi dari graf *hypercube* sedemikian sehingga untuk penamaan titik-titiknya dimulai dari dalam ke luar searah jarum jam, sedangkan untuk sisinya berlaku hal yang sama.

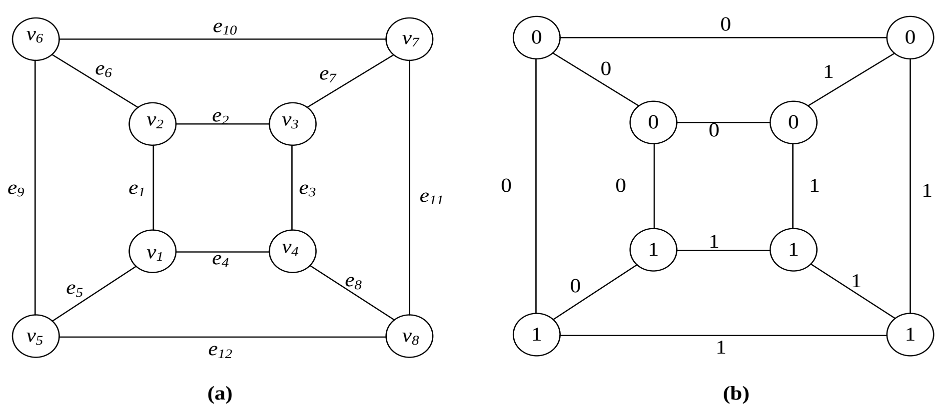
Dalam hal ini pelabelan sisinya didefinisikan sebagai berikut :

Untuk $1 \leq i \leq m$

$$f(e_i) = \begin{cases} 0 & jika\ \ i \equiv 1{,}2(mod 4) \\ 1 & jika\ \ i \equiv 0{,}3(mod 4) \end{cases}$$

Contoh 3.4

Diberikan pelabelan *E-cordial* pada graf Q_3 sebagai berikut :



Gambar 3.4(a) Graf Q_3 dan (b) Pelabelan E-cordial pada graf Q_3

Pelabelan pada graf Q_3 Gambar 3.4(b) memiliki $v_f(0) = 4$, $v_f(1) = 4$, sedangkan $e_f(0) = 6, e_f(1) = 6$, sehingga merupakan pelabelan *E-cordial* karena memenuhi ketentuan $\left|v_f(0) - v_f(1)\right| \leq 1$ dan $\left|e_f(0) - e_f(1)\right| \leq 1$.

Teorema 3.5 [6]

Graf bipartite komplit $K_{m,n}$ merupakan graf *E-cordial* untuk m dan n ganjil dengan $m + n \not\equiv 2(mod4)$ dan $m > n$

Bukti :

Misalkan diberikan graf $G = K_{m,n}$ dengan titik $m + n$ dan sisinya $m \times n$. Bila himpunan titik $V_1 = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}$ dan $V_2 = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. Bila $e_{u_i v_j}$ merupakan sisi dari graf G dimana $i = 1,2, \dots, m$ dan $j = 1,2, \dots, n$.

Bila f sebagai pelabelan E-cordial dari $K_{m,n}$, sedemikian sehingga pelabelan sisinya didefinisikan sebagai berikut :

$$f(e_{i,j}) = \begin{cases} 0 & i = u_1, \dots, u_{\frac{m+1}{2}}, \qquad j = v_1, \dots, v_n \\ 1 & i = u_{\frac{m+3}{2}}, \dots, u_m, \qquad j = v_1, \dots, v_n \end{cases}$$

Jika $\boldsymbol{m \equiv 1(mod4)}$

$$f(e_{\frac{m+1}{2},j}) = \begin{cases} 0 & j = v_1, \dots, v_{\frac{n+1}{2}} \\ 1 & j = v_{\frac{n+3}{2}}, \dots, v_n \end{cases}$$

Jika $\boldsymbol{m \equiv 3(mod4)}$

$$f(e_{\frac{m+1}{2},j}) = \begin{cases} 0 & j = v_1, \dots, v_{\frac{n-1}{2}} \\ 1 & j = v_{\frac{n+1}{2}}, \dots, v_n \end{cases}$$

Teorema 3.6

Graf bipartite komplit $K_{m,n}$ merupakan graf *E-cordial* untuk $m = n \equiv 2(mod4)$.

Bukti :

Pelabelan sisinya didefinisikan sebagai berikut :

Untuk $1 \leq i \leq m$

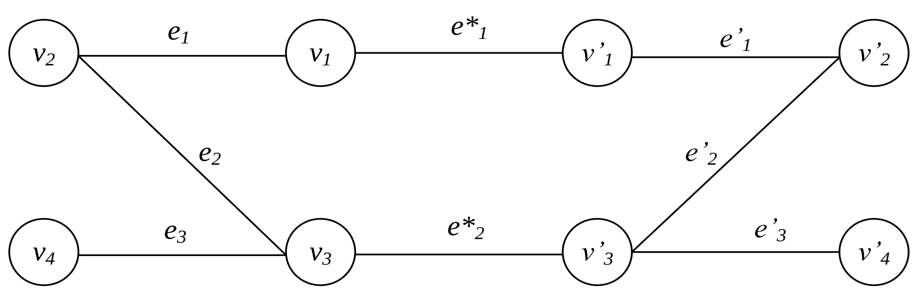
$$f(e_{ij}) = \begin{cases} 1 & jika\ j = 1,3, \dots, n-1 \\ 0 & jika\ j = 2,4, \dots, n \end{cases}$$

Definisi 3.7 [5]

Misalkan G sebuah graf bipartit dengan himpunan titik V_1 dan V_2, sedangkan $G^{'}$ merupakan salinan dari G, $V_1^{'}$ salinan dari V_1 dan $V_2^{'}$ salinan dari V_2. Graf cermin $M(G)$ dari G adalah suatu graf yang diperoleh dari G dan G' yang menghubungkan setiap titik dari $v_i \in V_2$ ke $v'_i \in V_2^{'}$ dengan sebuah sisi.

Contoh 3.7

Diberikan suatu graf G dengan himpunan titik $V_1 = \{v_2, v_4\}$ dan $V_2 = \{v_1, v_3\}$ sedangkan untuk salinannya G' memiliki himpunan titik $V'_1 = \{v'_2, v'_4\}$ dan $V'_2 = \{v'_1, v'_3\}$. Graf cermin M(G) dari G diperoleh dengan menghubungkan v_1 dan v'_1 dengan e^*_1 kemudian v_2 dan v'_2 dengan e^*_2 seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.7 sebagai berikut :



Gambar 3.7 Graf $\boldsymbol{M(G)}$

Teorema 3.8 [4]

Graf cermin dari graf sikel C_n merupakan graf E-*Cordial* untuk *n* genap

Bukti :

Bila $f : E(M(C_n)) \to \{0,1\}$ dan didefinisikan pelabelan f sebagai berikut :

Untuk $1 \leq i \leq n$

$f(e_i) = 1 \ ; i \equiv 0,1 (mod 4)$

$= 0 \ ; lainnya$

$f(e'_i) = 1 \ ; i \equiv 1{,}2(mod4)$

$\quad\quad = 0 \ ; lainnya$

Untuk $1 \le j < \frac{n}{2}$

$f(e^*_j) \ = 1 \ ; j \equiv 1(mod2)$

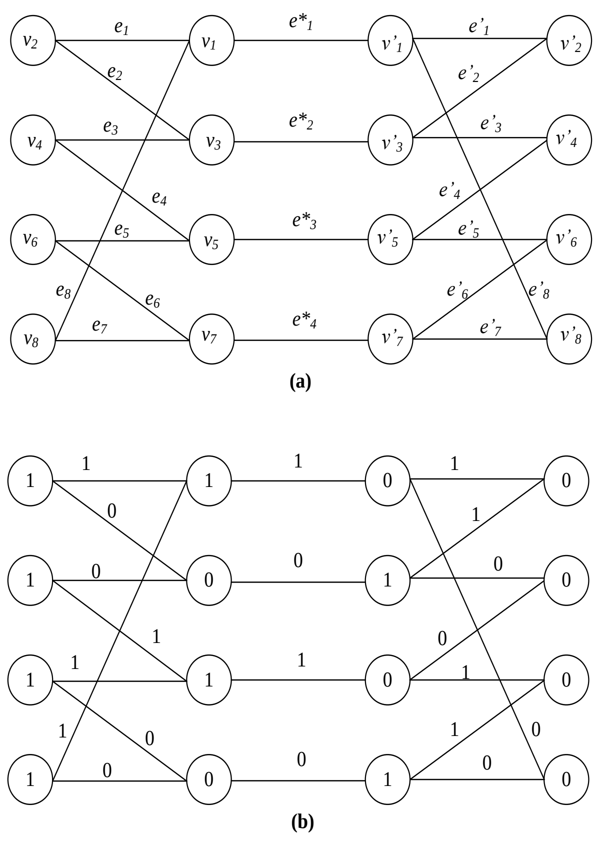
$\quad\quad = 0 \ ; lainnya$

Untuk $j = \frac{n}{2}$

$f(e^*_j) \ = 0$

Contoh 3.8

Diberikan pelabelan E-*Cordial* graf cermin dari graf $sikel \ M(C_8)$ sebagai berikut:



Gambar 3.8 (a) Graf M(C_8) dan (b) Pelabelan *E-Cordial* pada graf M(C_8)

Pelabelan pada graf $M(C_8)$ Gambar 3.8(b), diperoleh $v_f(0) = 8$, $v_f(1) = 8$, sedangkan $e_f(0) = 10$, $e_f(1) = 10$, sehingga merupakan pelabelan E-*Cordial* karena memenuhi ketentuan $|v_f(0) - v_f(1)| = |8-8| = |0| = 0 \leq 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| = |10-10| = |0| = 0 \leq 1$.

Teorema 3.9 [4]

Graf cermin dari graf *Path* P_n merupakan graf E-*Cordial* untuk n genap.

Bukti :

Bila $f : E(M(P_n)) \to \{0,1\}$ dan didefinisikan pelabelan f sebagai berikut :

Untuk $1 \leq i < n-1$

$f(e_i) = 1$; $i \equiv 0,1(mod4)$

$= 0$; $lainnya$

Untuk $i = n-1$

$f(e_i) = 1$

Untuk $1 \leq i \leq n-1$

$f(e'_i) = 1$; $i \equiv 0,3(mod4)$

$= 0$; $lainnya$

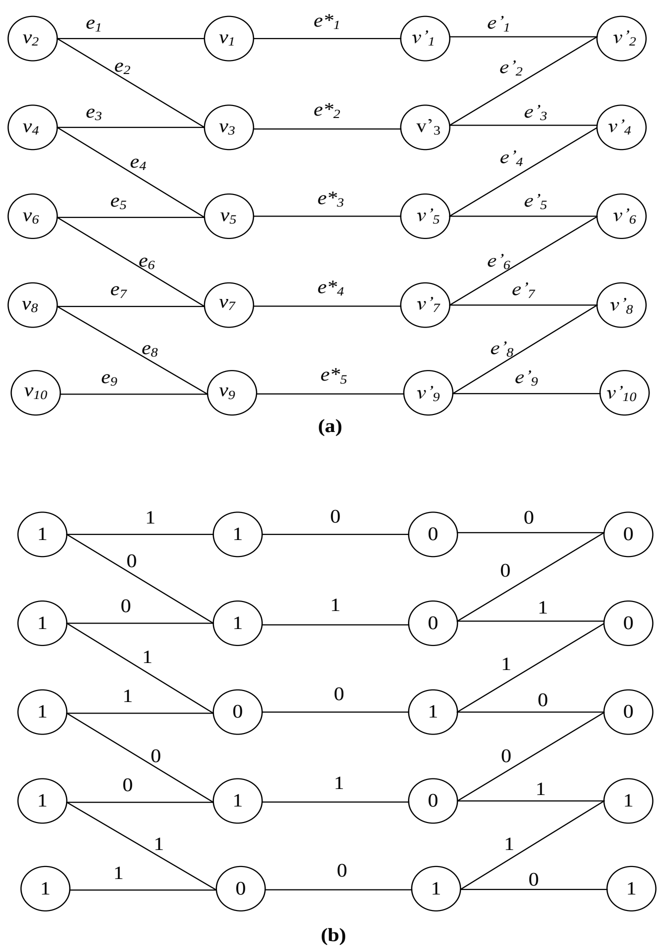
Untuk $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$

$f(e^*_j) = 1$; $j \equiv 0(mod2)$

$= 0$; $lainnya$

Contoh 3.9

Diberikan pelabelan E-*Cordial* pada graf cermin $M(P_{10})$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.9 berikut :



Gambar 3.9 (a) Graf M(P_{10}) dan (b) Pelabelan *E-Cordial* pada graf M(P_{10})

Pelabelan pada graf $M(P_{10})$ Gambar 3.9(b) diperoleh $v_f(0) = 10$, $v_f(1) = 10$, sedangkan $e_f(0) = 12$, $e_f(1) = 11$, sehingga merupakan pelabelan E-Cordial karena memenuhi ketentuan $|v_f(0) - v_f(1)| \leq 1$ dan $|e_f(0) - e_f(1)| \leq 1$.

Teorema 3.10 [4]

Graf cermin dari graf *Hypercube* Q_k merupakan graf *E-Cordial* untuk $k \geq 2$

Bukti :

Bila $f : E(M(Q_k)) \to \{0,1\}$, didefinisikan pelabelan f sebagai berikut:

1. Untuk $\boldsymbol{k \equiv 0(mod2)}$

Semua sisi yang insiden terhadap titik v_{1j} dan v'_{2j} dimana $j \equiv 1(mod2)$ ditetapkan berlabel 0 sedangkan sisi yang insiden pada titik v_{1j} dan v'_{2j} dimana $j \equiv 0(mod2)$ ditetapkan berlabel 1.

Untuk $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$

$f\left(e^{*}{}_{j}\right) \ = 1 \ ; j \equiv 0(mod2)$

$\qquad = 0 \ ; lainnya$

2. Untuk $\boldsymbol{k \equiv 1(mod2)}$

Untuk $1 \leq i \leq m$

$f(e_i) \ = 1$.

Untuk $1 \leq i \leq m$

$f(e'_i) \ = 0$.

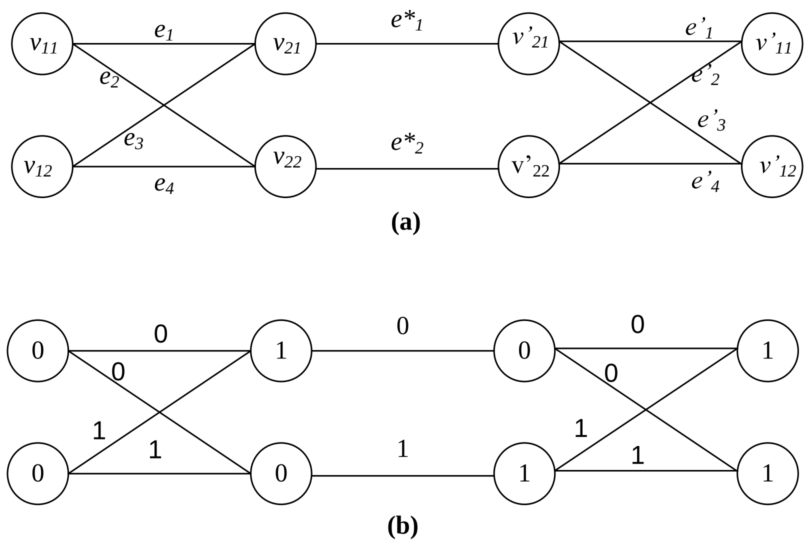
Untuk $1 \leq j \leq \frac{n}{2}$

$f\left(e^{*}{}_{j}\right) \ = 1 \ ; j \equiv 0(mod2)$

$\qquad = 0 \ ; lainnya$

Contoh 3.10

Sebagai ilustrasi berikut diberikan pelabelan *E-Cordial* graf cermin $M(Q_2)$ dimana $k = 2$ maka titik $n = 2^k = 2^2 = 4$ dengan himpunan titik $V_1 = \{v_{11}, v_{12}\}$ salinannya $V'_1 = \{v'_{11}, v'_{12}\}$ dan $V_2 = \{v_{21}, v_{22}\}$ salinannya $V'_2 = \{v'_{21}, v'_{22}\}$ kemudian setiap titik dari $v_{21}, v_{22} \in V_2$ dihubungkan terhadap titik $v'_{21}, v'_{22} \in V'_2$ oleh sisi $e^{*}{}_1, e^{*}{}_2$ seperti yang ditunjukkan pada Gambar 3.21 dibawah ini :



Gambar 3.10(a) Graf M(Q_2) dan (b) Pelabelan *E-Cordial* pada Graf M(Q_2)

Pelabelan pada graf $M(Q_2)$ Gambar 3.10(b) diperoleh $v_f(0)=4, v_f(1)=4$, sedangkan $e_f(0)=5, e_f(1)=5$ sehingga merupakan pelabelan E-*Cordial* karena memenuhi ketentuan $|v_f(0)-v_f(1)|\le 1$ yaitu $|4-4|=|0|=0\le 1$ dan $|e_f(0)-e_f(1)|\le 1$ yaitu $|5-5|=|0|=0\le 1$.

Teorema 3.11

Graf cermin dari graf Biparti Komplit $M(K_{m,n})$ merupakan graf E-*Cordial* untuk $m+n$ genap dan $m=n$

Bukti :

Bila $f : E\left(M(K_{m,n})\right) \to \{0,1\}$, didefinisikan pelabelan f sebagai berikut :

Kasus 1 : (*m* dan *n* ganjil)

Untuk $1 \le i \le m$

$f\left(e_{u_i v_j}\right) = 1 \quad ; j = 1,2,\dots,n$

Untuk $1 \leq i \leq m$

$f\left(e'_{u_i v_j}\right) = 0 \quad ; j = 1,2, \dots, n$

Untuk $1 \leq j \leq n$

$f(e^*_j) = 1 \; ; j \equiv 0(mod2)$

$\qquad = 0 \; ; lainnya$

Kasus 2 : (*m* dan *n* genap)

Untuk $u_1 \leq i \leq u_m$

$f(e_{ij}) = 1 \quad ; j = v_1$

$\qquad = 0 \quad ; j = v_2, v_3, \dots, v_n$

Untuk $v_1 \leq j \leq v_n$

$f(e'_{ij}) = 1 \quad ; i = u_m$

$\qquad = 0 \quad ; i = u_1, u_2, \dots, u_{m-1}$

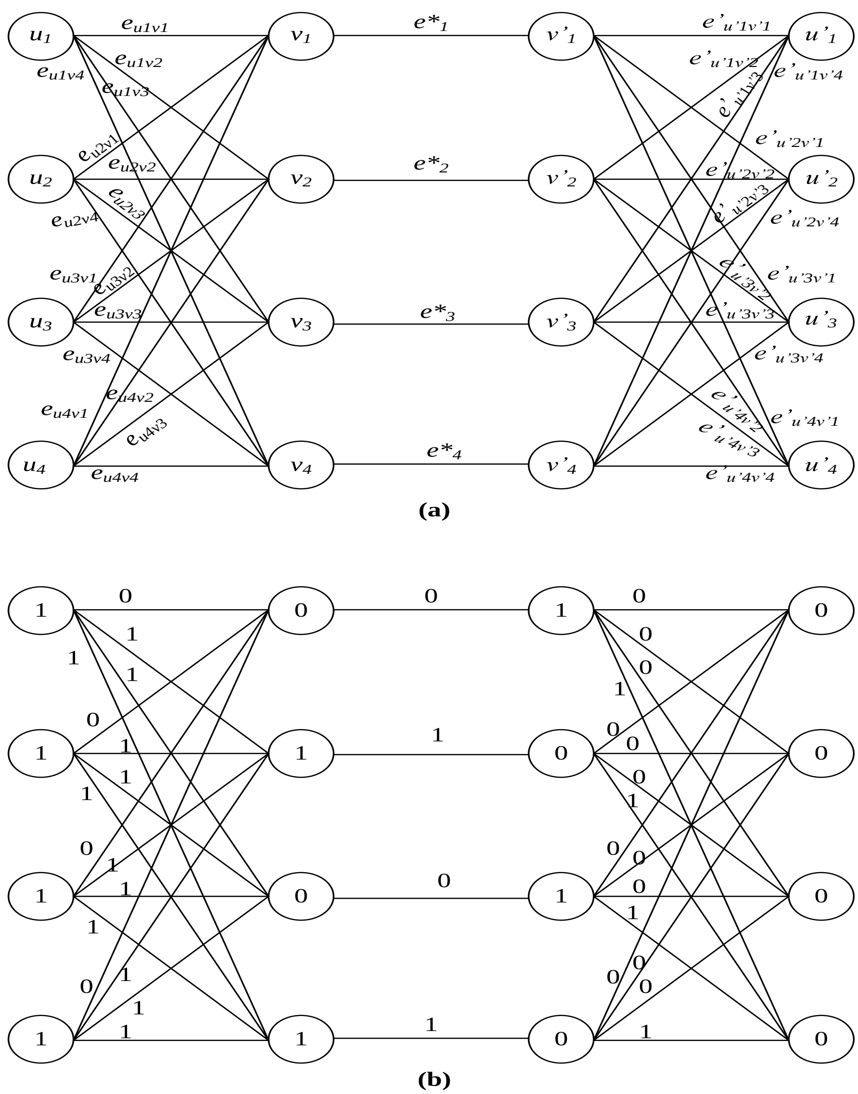
Untuk $1 \leq k \leq n$

$f(e^*_k) = 1 \; ; k \equiv 0(mod2)$

$\qquad = 0 \; ; lainnya$

Contoh 3.11

Diberikan pelabelan E-*Cordial* pada graf $M(K_{4,4})$ sebagai berikut :



Gambar 3.11 (a) Geaf $M(K_{4,4})$ dan (b) Pelabelan E-cordial pada graf $M(K_{4,4})$

Pelabelan pada graf $M(K_{4,4})$ Gambar 3.11(b) memiliki $v_f(0)=8, v_f(1)=8$, sedangkan $e_f(0)=18, e_f(1)=18$, sehingga merupakan pelabelan *E-Cordial* karena memenuhi ketentuan $|v_f(0)-v_f(1)|=|8-8|=|0|=0\leq 1$ dan $|e_f(0)-e_f(1)|=|18-18|=|0|=0\leq 1$.

IV. PENUTUP

Berdasarkan pembahasan dari bab sebelumnya mengenai pelabelan $E-Cordial$ pada beberapa graf cermin dapat diambil kesimpulan bahwa Graf sikel C_n, graf *path* P_n, graf *hypercube* Q_k, dan graf bipartit komplit $K_{m,n}$ dapat dilabeli dengan pelabelan E-cordial sehingga merupakan graf E-*cordial*. Dan Graf Cermin dari graf sikel $M(C_n)$, graf cermin *path* $M(P_n)$, graf cermin *hypercube* $M(Q_k)$ dan graf cermin bipartit komplit $M(K_{m,n})$ dapat dilabeli dengan pelabelan E-*cordial* sehingga merupakan graf E-*cordial*.

V. DAFTAR PUSTAKA

1. Bambang Irawanto dan Bambang Yisminto. 2003. Matematika Diskrit I. Lab Matematika Undip: Semarang.
2. Chartrand, G. and Lesniak, L. 1996. "*Graphs & Digraphs,* 3^{rd} *ed*", Chapman & Hill. London.
3. Gallian J. A, *A dynamic survey of graph lebelling*, The Electronic journal of Combinatorics (2010).
4. Vaidya S. K. and Vyas, N. B. (2011). *E-Cordial Labeling of Some Mirror Graphs*, International Journal of Contemporary Advanced Mathematics, *2*(1), 22-27.
5. Wilson, J. Robin and John J. Watskin. 1990. *"Graphs An Introductory Approach"*. New York: University Course Graphs, Network, and Design.
6. Yilmaz R and Cahit I, E-cordial graphs, Ars. Combin. 46(1997),251-26