

STUDI PENGARUH KETINGGIAN DAN KEMIRINGAN SUDUT *STEP* TERHADAP KARAKTERISTIK ALIRAN *THERMAL* PADA *BACKWARD-FACING STEP*

Muhammad Jalaal Ikraam^{1*}, Khoiri Rozi², Muchammad²

¹Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

²Dosen Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

Jl. Prof. Soedarto, SH., Tembalang-Semarang 50275, Telp. +62247460059

*Email : jalaal.ikraam@gmail.com

Abstrak

Model aliran separasi *backward facing step* (BFS) memiliki peran yang sangat penting dalam pengembangan teoritis dan rekayasa. Studi aliran BFS menunjukkan kompleksitas aliran dengan fenomena seperti separasi, *recirculation*, *vortex*, dan *reattachment*. Fenomena separasi aliran dan *reattachment* berdampak besar pada *drag*, penurunan tekanan, dan perpindahan panas. Temuan dari penelitian ini menunjukkan bahwa zona resirkulasi berperan penting dalam mempengaruhi perpindahan panas pada BFS. Tinggi relatif terhadap lebar step (h/H) memengaruhi ukuran zona resirkulasi, yang kemudian berdampak pada penurunan suhu fluida di sepanjang aliran downstream. Distribusi tekanan menurun seiring peningkatan rasio h/H , dengan energi kinetik turbulen dominan di daerah dekat permukaan wall. Penambahan kemiringan step menyebabkan penurunan energi kinetik turbulen, sementara peningkatan rasio h/H cenderung meningkatkannya. Kecepatan maksimum di zona resirkulasi bertambah dengan pertambahan rasio h/H dan sudut kemiringan. Meskipun sudut kemiringan step memengaruhi panjang daerah fluktuasi koefisien friksi, nilai fluktuasi tersebut cenderung menurun seiring pertambahan rasio h/H . Nilai koefisien tekanan umumnya meningkat seiring penurunan rasio h/H .

Kata Kunci: *backward facing step*; *computational fluid dynamics*; $k-\epsilon$ realizable

Abstract

Backward facing step (BFS) flow is a significant separation flow model in theoretical and engineering development.. The phenomenon of separation and reattachment in BFS flow has an important impact on drag, pressure drop, and heat transfer. Studies of BFS show the complexity of flow with phenomena such as separation, recirculation, vortex, and reattachment. Flow separation, which is influenced by flow geometry, steps, and temperature, is a major topic in flow research. The results of this study suggest that the recirculation zone plays a role in influencing heat transfer in BFS. A high h/H ratio results in a larger recirculation zone, resulting in a decrease in fluid temperature in the downstream flow. The pressure distribution decreases with increasing h/H height ratio, with the predominance of turbulent kinetic energy in the area near the wall surface. The addition of slope causes a decrease in turbulent kinetic energy, while the addition of the h/H height ratio increases it. The maximum speed in the recirculation zone increases with the increase in the ratio of step height and tilt angle. Although the slope angle of the step affects the length of the fluctuation area of the friction coefficient, the value of such fluctuations decreases with increasing step height ratio. The value of the pressure coefficient tends to increase as the step height ratio decreases.

Keywords: *backward facing step*; *computational fluid dynamics*; $k-\epsilon$ realizable

1. Pendahuluan

Salah satu model aliran separasi yang sangat penting dalam pengembangan teoritis dan *engineering* adalah aliran Backward Facing Step [3]. Beberapa aplikasi praktis aliran *Backward Facing Step* atau *sudden expansion* antara lain adalah, aerofoil pesawat terbang, *diffuser*, *filter*, kontruksi bangunan, perpipaan, pendingin, *turbine blade*, dan sebagainya [5]. Secara umum, separasi dan *reattachment* aliran dalam ekspansi menyebabkan *drag* yang lebih besar dan penurunan tekanan, yang mengakibatkan perpindahan panas [9]. Menurut Swift [8] dalam tesisnya pada tahun 2009, perubahan distribusi tekanan akibat separasi aliran dapat meningkatkan gaya hambat dan menurunkan gaya dorong secara signifikan

Aliran *Backward Facing Step* mengalami fenomena aliran yang sangat kompleks. Fenomena seperti separasi, *recirculation*, *vortex*, dan *reattachment* dapat terjadi dalam aliran pipa tersebut [9]. Separasi aliran terjadi ketika aliran fluida terpisah dari permukaan suatu objek. Resirkulasi aliran dan *vortex* menyebabkan terjadinya aliran balik yang mengacaukan aliran utama. *Reattachment* merujuk pada penggabungan kembali aliran utama setelah terjadi separasi. Perubahan geometri, step, maupun suhu aliran memiliki pengaruh terhadap karakteristik aliran terseparasi, karena itu *Flow separation* menjadi salah satu topik utama dalam aliran [3]. Lapisan batas yang terseparasi karena adverse pressure gradient pada aliran *Backward Facing Step* (BFS) adalah model konfigurasi yang paling banyak dipelajari karena kesederhanaan relatif dari konfigurasi ini memungkinkan untuk menyoroti beberapa fenomena tidak stabil yang secara jelas terkait dengan separasi aliran (*separated flow*) [4] baik aliran dalam maupun luar. Salah satu faktor dominan pada *flow separation* adalah *free shear layer*. Menurut Brown dan Roshko, *shear layer* memang mendefinisikan struktur yang koheren setelah transisi stabilitas aliran, *vortex mixing*, dan proses *pairing*. [2].

BFS dianggap sebagai model aliran separasi yang representatif, dan diketahui bahwa pada BFS, terjadi separasi aliran yang dapat menyebabkan hambatan aliran. Pemahaman umum mengenai fisika aliran dalam konteks BFS telah menjadi fokus perhatian yang signifikan dalam beberapa tahun terakhir. [3]. Pengujian secara eksperimental telah dilakukan oleh Ötügen [7] yang mempelajari pengaruh rasio ekspansi terhadap *separated shear layer* dan aliran *reattachment*. Parameter yang mempengaruhi aliran dan perpindahan panas menjadi fokus utama pada beberapa studi numerik mengenai *backward facing step*. Armaly et al. [1] menguji secara numerik dan eksperimental tentang variasi bilangan Reynold terhadap panjang zona *reattachment* dan menemukan bahwa panjang zona *reattachment* akan meningkat pada aliran laminar ($RE < 1200$), menurun pada aliran transisi ($1200 < RE < 6600$), dan relatif stabil pada aliran turbulen ($RE > 6600$). Menurut Nie dan Amaly tinggi step pada *backward facing step* memiliki pengaruh terhadap perpindahan panas dan aliran dalam kondisi laminar Nusselt number dan zona resirkulasi meningkat seiring dengan meningkatnya ketinggian step. Selain itu, ketinggian step yang semakin besar juga menyebabkan kenaikan nilai koefisien gesekan pada zona resirkulasi [6]. Togun dkk mempelajari secara numerik perpindahan panas aliran turbulen dan laminar melalui saluran BFS. Kisaran bilangan Reynolds (Re) yang digunakan 5000 dan 20.000 untuk aliran turbulen, dan 50 hingga 200 untuk aliran laminar. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa *Expansion ratio* (ER) mempengaruhi peningkatan perpindahan panas yang terjadi [10]. Selain itu, untuk mengamati karakteristik aliran yang melewati saluran BFS terbatas pada metode laser doppler, atau PIV (*Particle Image Velocimetry*), sedangkan studi mengenai *backward vortex* dan efek dari perpindahan panas masih jarang ditemukan [3].

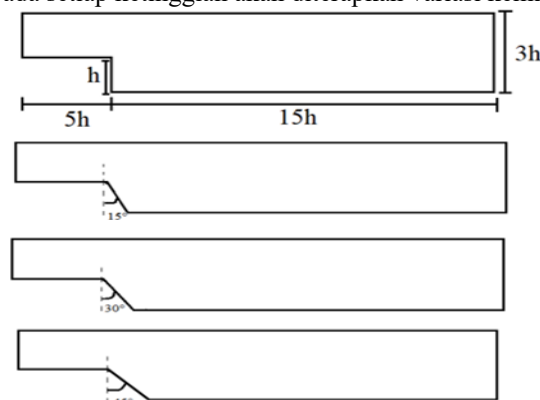
Untuk memahami lebih lanjut mengenai karakteristik aliran pada aliran *backward facing step* Perlu dilakukan penelitian secara berkelanjutan, baik dalam kerangka teoritis maupun eksperimental. Meskipun sudah banyak studi tentang *backward facing step* hingga saat ini, masih terdapat beberapa parameter yang memerlukan pemeriksaan lebih lanjut guna mendapatkan pemahaman yang lebih rinci mengenai kompleksitas aliran. Dalam penelitian ini, fenomena aliran melalui *backward facing step* diteliti secara numerik menggunakan perangkat lunak ANSYS Fluent. Efek-efek perubahan kemiringan, perubahan *slope* pada step, suhu aliran, dan kecepatan aliran terhadap karakteristik aliran pada *backward facing step* disimulasikan.

2. Metode Perancangan

Pada perancangan ini, data-data yang digunakan merupakan hasil simulasi dari *software* ANSYS Fluent dan juga hasil studi literatur. Hasil pada *software* didapatkan dengan memasukkan data input yaitu model geometri, *meshing*, dan setup permodelan. Dengan memasukkan data awal, *software* dapat melakukan perhitungan sehingga muncul data-data hasil komputasi yang kemudian akan digunakan sebagai hasil simulasi. Penjelasan mengenai metode pengambilan data secara lebih rinci dijelaskan pada bagian berikut:

2.1. Model Geometri

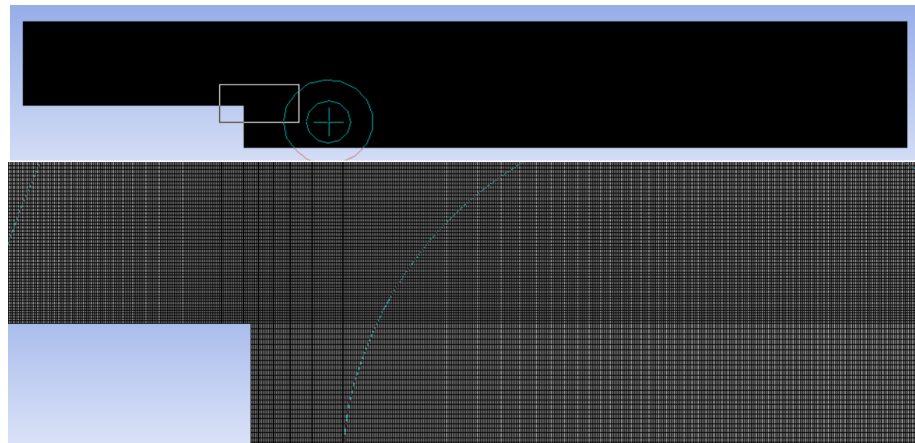
Model Geometri yang digunakan pada studi ini merupakan model 2 dimensi dengan 3 model variasi ketinggian step yaitu $h/H = 0,33; 0,41; 0,50$. Pada setiap ketinggian akan diterapkan variasi kemiringan sudut $\theta = 15^\circ; 30^\circ; 45^\circ$.



Gambar 1 Model Geometri 2D

2.2. Meshing

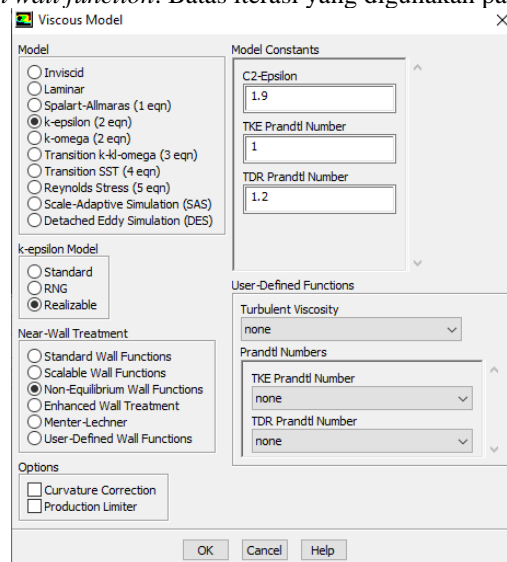
Meshing adalah langkah dalam proses di mana domain dibagi menjadi elemen-elemen kecil yang kemudian akan digunakan dalam perhitungan persamaan konservasi energi, massa, momentum, dan persamaan lainnya menggunakan perangkat lunak CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Tujuan dari proses *meshing* ini adalah untuk meningkatkan tingkat detail dan akurasi perhitungan selama proses running. Selain dari ukuran elemen, bentuk dari *meshing* juga memengaruhi jalannya simulasi. Dalam penelitian ini, *meshing* pada model yang diuji dilakukan dengan menggunakan metode *near-wall treatment*, di mana grid disusun di sekitar permukaan dinding dengan kepadatan yang lebih tinggi, dan kemudian diperluas secara bertahap menjauhi permukaan dinding, baik pada arah *upstream* maupun *downstream*. Selanjutnya, untuk susunan grid di sekitar langkah (*step*), grid disusun lebih rapat pada area dekat *step* dan diperluas secara perlahan menjauhi *step*, baik ke arah *upstream* maupun *downstream*. Konfigurasi *meshing* model ini dapat dilihat pada Gambar 2



Gambar 2 Contoh Hasil Meshing

2.3. Setup Model Aliran BFS

Studi ini menggunakan simulasi dengan model turbulensi SST $k-\epsilon$ Realizable. Model ini dipilih karena dapat memberikan performa yang baik pada analisa aliran separasi dan pusaran (*eddy*). Kemudian untuk *near-wall treatment* yang dipilih adalah *non-equilibrium wall function*. Batas iterasi yang digunakan pada simulasi ini adalah 6.000.



Gambar 3 Setup Model Aliran pada ANSYS Fluent

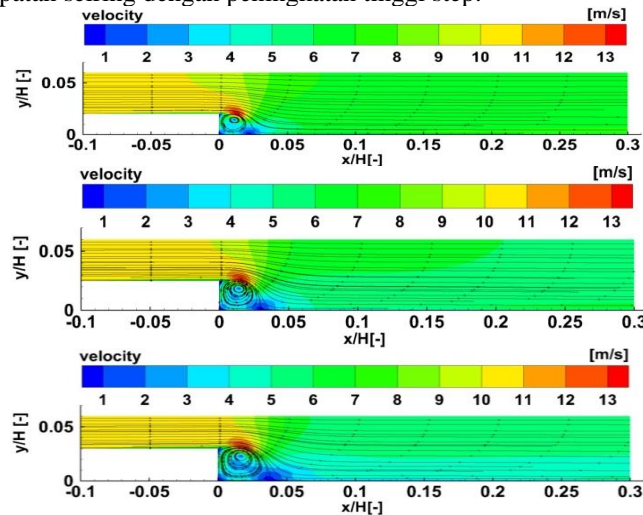
3. Hasil dan Pembahasan

3.1. Struktur Aliran dan Distribusi Kecepatan

Hasil-hasil simulasi struktur aliran dengan variasi ketinggian $h/H = 0,33; 0,41; \text{ dan } 0,50$ pada $v = 10 \text{ m/s}$ diisajikan pada Gambar 4. Plot disusun secara vertikal berdasarkan urutan rasio tinggi *step* dari yang terkecil hingga terbesar. Besar kecepatan direpresentasikan oleh gradien warna pada skala di atas plot. Kecepatan rendah ditunjukkan oleh warna biru, sementara kecepatan tinggi ditunjukkan oleh warna merah. Hasil simulasi struktur aliran menunjukkan bahwa zona *recirculation* cenderung membesar seiring dengan peningkatan rasio tinggi.

Pada plot, terlihat adanya tiga zona *resirkulasi* di pojok bawah *step* di bagian *upstream*, di atas *step* di bagian

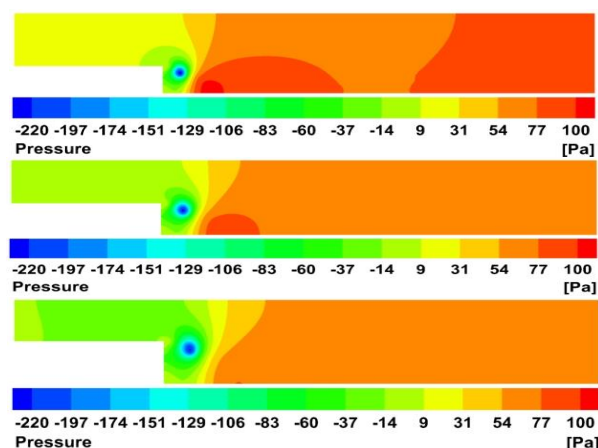
downstream, dan di pojok bawah step di bagian downstream. Pada variasi tinggi $h/H = 0,33$, dapat dilihat adanya resirkulasi di ujung bawah step dengan ukuran yang lebih kecil, namun cenderung membesar seiring dengan peningkatan tinggi step. Variasi tersebut juga menunjukkan ukuran zona resirkulasi yang lebih besar di bagian *downstream*, yang kemudian mengalami peningkatan seiring dengan peningkatan tinggi step. plot juga menunjukkan adanya area aliran dengan kecepatan rendah dan tinggi, dimana kecepatan rendah terfokus pada zona resirkulasi, sedangkan kecepatan tinggi tersebar di bagian *downstream* di atas zona resirkulasi. Area-aliran, baik yang berkecepatan rendah maupun tinggi, mengalami peningkatan kecepatan seiring dengan peningkatan tinggi step.



Gambar 4 Struktur Aliran dan Distribusi Kecepatan

3.2. Distribusi Tekanan

Gambar 5 menunjukkan hasil Simulasi distribusi tekanan dilakukan dengan memvariasikan tiga tinggi step, yaitu $h/H = 0,33, 0,41, \text{ dan } 0,5$, pada kecepatan $v = 10 \text{ m/s}$. Plot disusun secara berurutan dari atas ke bawah, mengikuti urutan variasi tinggi step dari yang terkecil hingga yang terbesar. Representasi besar tekanan diberikan oleh gradasi warna di bawah plot, dengan warna biru menunjukkan tekanan rendah dan warna merah menunjukkan tekanan tinggi. Pada bagian upstream, terlihat tekanan relatif rendah yang ditunjukkan oleh kontur berwarna kuning. Sebaliknya, pada bagian downstream tekanan mengalami peningkatan sepanjang sumbu x , tergambar dari gradasi warna yang berubah dari hijau dan kuning di sekitar step menjadi merah di bagian outlet. Area resirkulasi aliran, yang terdapat pada bagian *downstream*, menunjukkan tekanan yang rendah, bahkan lebih rendah daripada bagian upstream. Dalam perbandingan tekanan pada setiap tinggi step ($h/H = 0,33, 0,41, \text{ dan } 0,5$), terlihat kecenderungan penurunan nilai tekanan seiring kenaikan tinggi step. Perubahan tekanan yang terdistribusi untuk setiap variasi ketinggian step memiliki tren yang hampir sama untuk ketiga kecepatan.

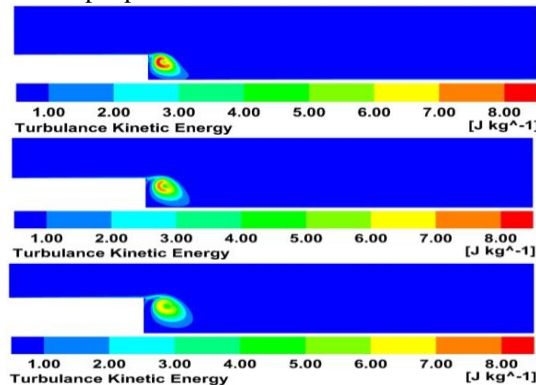


Gambar 5 Distribusi Tekanan

3.3. Distribusi Energi Kinetik Turbulen

Hasil simulasi menunjukkan distribusi energi kinetik turbulen pada kecepatan aliran sebesar 10 m/s dengan tiga variasi perbandingan ketinggian step terhadap tinggi saluran (h/H) yaitu $0,33, 0,41, \text{ dan } 0,5$. Disajikan dalam Gambar 6 diurutkan dari atas ke bawah sesuai dengan urutan ketinggian step dari yang terkecil hingga yang terbesar. Penyebaran energi kinetik turbulen direpresentasikan melalui gradasi warna dari biru hingga merah, dengan biru mencerminkan nilai energi kinetik turbulen rendah dan merah menunjukkan energi kinetik turbulen tinggi. Berbeda dengan grafik sebelumnya,

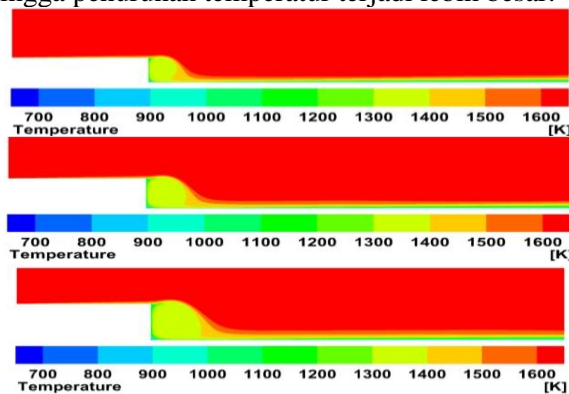
plot energi kinetik turbulen kali ini lebih fokus pada daerah downstream, karena di daerah upstream perubahan energi kinetik hanya sedikit terjadi. Dari hasil simulasi, terlihat bahwa nilai energi kinetik turbulen cenderung berbanding terbalik dengan ukuran step. Energi kinetik turbulen tertinggi terlihat pada simulasi dengan perbandingan ketinggian step $h/H = 0.33$, sementara yang terendah terdapat pada $h/H = 0.5$.



Gambar 6 Distribusi Energi Kinetik Turbulen

3.4. Distribusi Temperatur

Gambar 7 menggambarkan hasil simulasi distribusi temperatur dengan variasi tiga ketinggian step, yaitu $h/H = 0.33$, 0.41 , dan 0.5 , pada kecepatan aliran $v = 10$ m/s. Rangkaian grafik tersebut disusun secara vertikal sesuai dengan urutan variasi ketinggian, dari yang terkecil ke yang terbesar. Besarnya temperatur direpresentasikan oleh degradasi warna di bawah grafik, dengan warna biru mencerminkan temperatur rendah dan warna merah menunjukkan temperatur tinggi. Seperti halnya dengan plot energi kinetik turbulen, plot temperatur juga lebih difokuskan pada daerah *downstream*, mengingat perubahan temperatur di daerah *upstream* sangat minim. Daerah *upstream* terlihat memiliki temperatur yang relatif tinggi, ditunjukkan oleh kontur berwarna merah. Sebaliknya, bagian *downstream* mengalami penurunan temperatur sepanjang sumbu x , terlihat dari gradasi warna dari merah di area step menjadi hijau di bagian outlet. Pentingnya dicatat bahwa daerah *downstream* yang memiliki temperatur rendah, bahkan lebih rendah daripada bagian *upstream*, menunjukkan adanya daerah resirkulasi aliran. Dengan kata lain, daerah resirkulasi tidak hanya memiliki kecepatan dan tekanan yang rendah, tetapi juga memiliki temperatur yang lebih rendah. Dapat dilihat bahwa pada $h/H = 0.5$ memiliki daerah dengan temperatur yang lebih rendah, hal ini terjadi karena daerah resirkulasinya lebih besar, sehingga penurunan temperatur terjadi lebih besar.

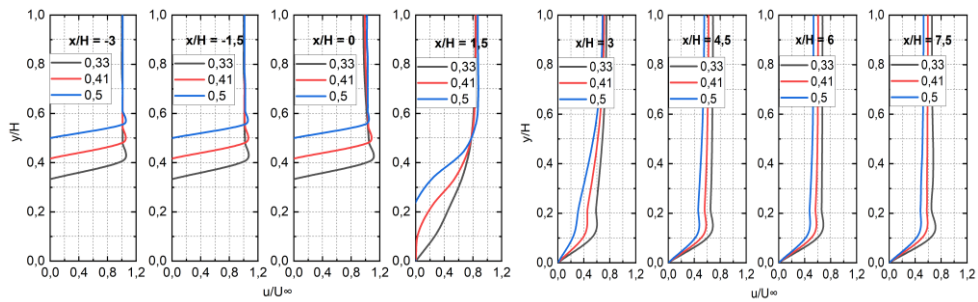


Gambar 7 Kontur Distribusi temperature

3.5. Profil Kecepatan

Gambar 8 menampilkan hasil simulasi profil kecepatan pada tiga variasi ketinggian step $h/H = 0.33$; 0.41 ; dan 0.5 dengan $v = 10$ m/s. Dapat dilihat pada bentuk grafik dimana kecepatan pada daerah *wall* bernilai 0 dan kemudian secara signifikan meningkat hingga pada kecepatan *free stream*. Pada daerah *upstream* ($x/H < 0$), nilai kecepatan aliran *free stream* cenderung sama pada ketiga variasi ketinggian. Pada titik $x/H = 1.5$ memiliki grafik yang sangat tidak seragam dan tidak teratur. Hal ini menandakan adanya turbulensi akibat separasi aliran. Pada titik $x/H = 4.5$ yang merupakan daerah setelah zona resirkulasi, memiliki grafik yang mulai stabil akibat adanya transfer energi dari aliran resirkulasi menuju aliran mula. Jika dilihat pada daerah setelah zona resirkulasi, kecepatan *free stream* semakin menurun pada variasi ketinggian step terbesar. Hal ini

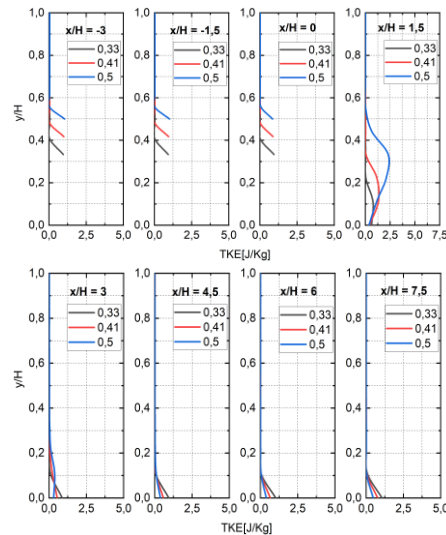
menunjukkan rasio ekspansi yang semakin besar menimbulkan adanya pengurangan kecepatan yang semakin signifikan.



Gambar 8 Profil Kecepatan

3.6. Profil Energi Kinetik Turbulen

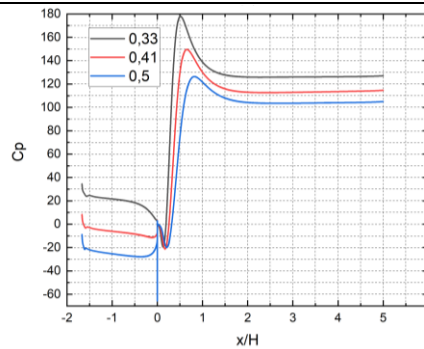
Hasil simulasi energi kinetik turbulen pada $v = 10$ m/s. Untuk tiga variasi tinggi step $h/H = 0.33, 0.41,$ dan 0.5 diplot pada Gambar 9. Terlihat energi kinetik turbulen pada daerah $x/H > 3$ sangat stabil karena kondisi aliran yang terjadi adalah *free stream*. Pada daerah *upstream* energi kinetik turbulen cenderung semakin tinggi seiring bertambahnya rasio ketinggian step. Hal ini berhubungan erat dengan kecepatan inlet yang berbeda pada setiap variasi ketinggian. Energi kinetik turbulen terlihat sangat tidak teratur pada titik $x/H = 1,5$ yang merupakan daerah resirkulasi.



Gambar 9 Profil Energi Kinetik Turbulen

3.7. Profil Koefisien Tekanan

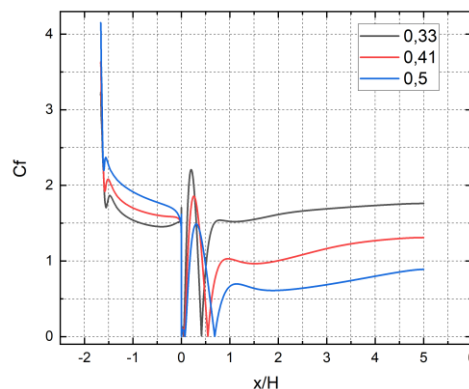
Gambar 10 menampilkan hasil simulasi dari profil koefisien tekanan statis untuk variasi ketinggian step $h/H = 0.33, 0.41,$ dan 0.5 pada kecepatan aliran $v = 10$ m/s. Perlu diperhatikan bahwa dari ketiga variasi tinggi step yang diuji, terlihat bahwa nilai C_p pada daerah *upstream* semakin menurun seiring dengan besarnya tinggi step. Setelah melewati $x/H = 0$, nilai C_p mengalami penurunan tiba-tiba dan sedikit naik pada daerah awal step yang menunjukkan daerah resirkulasi sekunder. Nilai C_p kemudian meningkat secara drastis setelah melewati inti resirkulasi hingga mencapai titik *reattachmeint*. Penurunan secara perlahan cenderung terjadi setelah titik *reattachmeint* hingga mencapai zona *recovery boundary layer*. Berdasarkan hasil simulasi profil C_p dengan variasi ketinggian step, semakin rendah rasio ketinggian step maka semakin panjang jarak yang dibutuhkan untuk mencapai tekanan stabil. Dengan kata lain ketinggian step mempengaruhi *recovery* aliran setelah mengalami separasi.



Gambar 10 Profil Koefisien Tekanan

3.8. Profil Koefisien Friksi

Gambar 11 menampilkan hasil simulasi dari profil koefisien friksi untuk variasi ketinggian step $h/H = 0.33, 0.41,$ dan 0.5 pada kecepatan aliran $v = 10$ m/s. Dari ketiga variasi tinggi step yang diuji, teramati bahwa nilai koefisien friksi hampir seragam pada bagian upstream. Pada kecepatan $v = 5$ m/s, terlihat bahwa dua dari tiga tinggi step yang diuji memiliki nilai koefisien friksi yang hampir identik, dengan kurva keduanya berdekatan dari inlet hingga permukaan step. Secara keseluruhan, nilai koefisien friksi pada sisi *upstream* cenderung meningkat untuk ketiga variasi ketinggian yang diuji. Namun, di antara tiga kecepatan yang diuji, koefisien friksi malah menunjukkan peningkatan, dengan nilai C_f tertinggi ada pada simulasi dengan kecepatan lebih tinggi, yaitu $v = 15$ m/s. Penting untuk dicatat bahwa koefisien friksi dapat menjadi parameter yang membantu dalam memperkirakan panjang *reattachment* di daerah *downstream*. Saat koefisien friksi mencapai nilai nol, *shear velocity* juga menjadi nol, mengindikasikan kemungkinan adanya *reattachment* aliran pada lokasi tersebut. Semakin meningkatnya rasio ketinggian maka panjang *reattachment* akan semakin besar. Seperti yang terlihat pada grafik Gambar 11, terdapat tiga titik yang menunjukkan lokasi *reattachment* untuk setiap penerapan ketinggian step yang berbeda.



Gambar 11 Profil Koefisien Tekanan

4. Kesimpulan

1. Zona resirkulasi memiliki pengaruh terhadap perpindahan panas pada aliran *backward facing step*, semakin tinggi rasio h/H maka semakin besar juga zona resirkulasi yang dihasilkan sehingga temperatur fluida pada aliran *downstream* dengan $h/H = 0,5$ lebih rendah dibanding $h/H = 0,33$.
2. Distribusi tekanan secara substansial menurun seiring meningkatnya rasio ketinggian h/H . Area dengan energi kinetik turbulen tinggi mendominasi pada daerah dekat permukaan *wall* baik pada *upstream* maupun *downstream*. Efek penambahan kemiringan berpengaruh terhadap penurunan energi kinetik turbulen. Sedangkan penambahan rasio ketinggian h/H mengakibatkan peningkatan energi kinetik turbulen. Kecepatan maksimal pada area resirkulasi meningkat seiring bertambahnya rasio ketinggian step.
3. Semakin bertambahnya sudut kemiringan step maka kecepatan maksimum pada zona resirkulasi juga meningkat. Hal ini juga mengakibatkan pertambahan panjang daerah fluktuasi koefisien friksi. Nilai fluktuasi koefisien friksi juga semakin menurun seiring bertambahnya rasio ketinggian step. Nilai koefisien tekanan cenderung meningkat seiring mengalami penurunan seiring bertambahnya rasio ketinggian step

Daftar Pustaka

- [1] Armaly B. F., Durst F., Pereira J. C. F., & Schonung B. (1983). *Experimental and Theoretical Investigation of Backward-Facing Step Flow*. *Journal of Fluid Mechanics* 127, 473-496.
- [2] Brown, G. & Roshko, A., 1974. density effects and large structure in turbulent mixing layers. In: *Fluid*

-
- Mechanic. s.l.:s.n., pp. 775-816.
- [3] Chen Lin, dkk. (2018). *A review of Backward-Facing Step (BFS) flow mechanisms, heat transfer and control*. Thermal Science and Engineering Progress 6, 194.
 - [4] Graziani A., et.al. (2017). *Scaling and flow dependencies over forward-facing steps*. International Journal of Heat and Fluid Flow 67, 220.
 - [5] Guo, Z.-Y., Li, D.-Y. & Liang, X.-G., 1996. Thermal effect on the recirculation zone in sudden-expansion gas flows. International Journal of Heat and Mass Transfer , pp. 2619-2624.
 - [6] Nie J. H. & Armaly B. F. (2002). *Three-dimensional convective flow adjacent to backward-facing step effects of step height*. International Journal of Heat and Mass Transfer 45, 2431-2438.
 - [7] Ötügen M. V. (1991). *Expansion ratio effects on the separated shear layer and reattachment downstream of a backward-facing step*. Experiments in Fluids 10, 273-280.
 - [8] Swift K. M. (2009). *An Experimental Analysis of the Laminar Separation Bubble At Low Reynolds Numbers*. Master Thesis, University of Tennessee.
 - [9] Talib, A. R. A. & Hilo, A. K., 2021. Fluid flow and heat transfer over corrugated backward facing step channel. *Case Studies in Thermal Engineering*.
 - [10] Togun, H. et al., 2014. Numerical simulation of laminar to turbulent nanofluid flow and heat transfer over a backward-facing step. Applied Mathematics and Computation, Volume 153-170, p. 239.