

PENGARUH VARIASI TINGGI *STEP* PADA *FORWARD-FACING STEP* TERHADAP SEPARASI DAN RESIRKULASI ALIRAN DENGAN $Re = 9,0 \times 10^4$

*Bima Putra Redanno¹, Khoiri Rozi², Berkah Fajar³

¹Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

^{2,3}Dosen Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

Jl. Prof. Sudharto, SH., Tembalang-Semarang 50275, Telp. +62247460059

*E-mail: bimaredanno@gmail.com

Abstrak

Studi ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh perubahan geometri *step* terhadap karakteristik aliran dalam *forward-facing step*. Perubahan geometri dari ketinggian *step* $h/H = 0,33$; $h/H = 0,47$; dan $h/H = 0,60$ pada bilangan Reynolds sebesar $9,0 \times 10^4$ disimulasikan. Simulasi dalam studi ini menggunakan software ANSYS Fluent 2019 R3 dengan model turbulen menggunakan *k-ε realizable*. Hasil-hasil penelitian didapatkan bahwa perubahan bentuk berupa variasi ketinggian *step* dapat mempengaruhi karakteristik aliran fluida diantaranya ukuran zona resirkulasi pada daerah *upstream* yang semakin dapat memperpendek titik reattachment pada sisi *downstream* seiring bertambahnya kenaikan *step*. Ketinggian *step* yang bertambah juga menyebabkan distribusi aliran tekanan tinggi semakin luas serta energi kinetik turbulen pada daerah *downstream* turun. Koefisien friksi pada bagian *upstream* didapati menurun seiring bertambahnya ketinggian *step* namun pada bagian *downstream* cenderung *uniform*.

Kata kunci: *forward-facing step*; *k-ε realizable*; *step height*

Abstract

This study was conducted to determine the effect of changing the step geometry on the flow characteristics in the *forward-facing step*. Change of geometry from step height $h/H = 0.33$; $h/H = 0.47$; and $h/H = 0.60$ at a simulated Reynolds number of 9.0×10^4 . The simulation in this study uses ANSYS Fluent 2019 R3 software with a turbulent model using *k-ε realizable*. The research results show that changes in shape in the form of variations in step height can affect the characteristics of fluid flow, including the size of the recirculation zone in the upstream area, which can shorten the reattachment point on the downstream side as the step increases. The increased step height also causes the high-pressure flow distribution to become more expansive, and the turbulent kinetic energy in the downstream area decreases. The friction coefficient in the upstream section decreases with increasing step height, but it tends to be uniform in the downstream section.

Keywords: *forward-facing step*; *k-ε realizable*; *step height*

1. Pendahuluan

Aliran terseparasi banyak ditemui pada berbagai aplikasi praktis seperti aliran melewati *heat exchanger*, aliran melewati sudu-sudu turbin, aliran pada saluran *sudden contraction* dan *expansion*, dll. Aliran terseparasi adalah salah satu topik fluida yang paling banyak dipelajari yang telah mendapat banyak perhatian baik di bidang akademik maupun teknik terapan [1]. Salah satu faktor utama yang menyebabkan pemisahan aliran adalah adanya *sudden contraction*. Aliran melalui saluran melingkar dengan *sudden contraction* memiliki dua daerah pusaran yang berbeda sebelum dan sesudah kontraksi. Pusaran sesudah daerah kontraksi membuat *drag* dan *flow resistant* pada daerah tersebut meningkat [2].

Hubungan antara daerah resirkulasi sebelum dan sesudah pada konfigurasi *Forward-facing step* (FFS) menarik untuk dianalisis. FFS dibagi menjadi tiga bagian utama, yaitu: *upstream*, *downstream*, dan *redevelopment*. Daerah *upstream* terbentuk karena adanya gradien penurunan tekanan di permukaan *step* yang berinteraksi dengan aliran bebas. Aliran kembali (*redevelopment*) terbentuk karena terdapat separasi yang terjadi pada ujung tepian *step* dan memanjang ke daerah *downstream* sampai menempel kembali ke permukaan [3]. Para peneliti telah banyak melakukan kajian secara numerik maupun eksperimental. Berbagai parameter seperti tinggi *step*, bentuk *step* (*sharp*, *inclined*, *rounded*), dan rezim aliran (*laminar* dan *turbulen*) telah diuji.

Awasthi et al [3] meneliti efek variasi tinggi *step* terhadap fluktuasi tekanan permukaan. Hasil studinya menunjukkan bahwa gerakan kuasi-periodik aliran membentuk reattachment di *downstream*. Eppink dan Casper [4] melakukan kajian mengenai pengaruh variasi ketinggian 81% dari ketebalan lapisan batas pada *step* dan variasi kemiringan dengan sudut 30° dan 45° . *Forward-facing step* memiliki dampak signifikan terhadap stabilitas vortisitas

crossflow stasioner. Kemiringan pada step mengubah aliran rata-rata, mengurangi atau menghilangkan separasi dan membalikan aliran silang di daerah *downstream*. Dampak dari aliran bubble diteliti oleh Koto [9] yang menemukan bahwa terjadi kenaikan pressure drop yang disebabkan volume fluida yang bertambah seiring dengan terus berjalannya aliran. Ji dan Wang [5] meneliti efek ketinggian step terhadap fluktuasi pada tekanan permukaan dengan variasi ketinggian *step* 53, 13, 3.3 dan 0.83% dari lapisan batas. Untuk *step* yang lebih besar, struktur vortex yang berkembang di *shear layer* dan fluktuasi kecepatan intens adalah sumber tekanan yang dominan. Largeau dan Moriniere [6] dalam penelitian mereka tentang fluktuasi tekanan dinding dan topologi aliran pada FFS dengan variasi tinggi step dan kecepatan aliran menghasilkan bahwa karakteristik aliran dengan bilangan Reynold tinggi bergantung pada rasio l/h dan δ/h . Graziani dkk [10] melakukan eksperimen dengan berdasarkan tinggi *step* dan kecepatan aliran bebas pada rentang ($110670 \leq Re \leq 412000$) dan studi komparasi terhadap beberapa penelitian lain, Hattori dan Nagano [11] dengan $Re = 900, 1800$ dan 3000 mengungkapkan bahwa pada rasio kontraksi yang sama dan dengan bertambahnya bilangan Reynold maka panjang reattachmet sisi *upstream* semakin pendek namun di sisi *downstream* akan semakin panjang

Perlu adanya penelitian berkelanjutan untuk mengetahui lebih detail karakteristik aliran yang melalui *forward facing step* baik membuat hipotesis, teoritis, parameter baru maupun dengan pengembangan penelitian yang sudah ada menggunakan simulasi numerik maupun secara eksperimental. Dalam penelitian ini, fenomena aliran melalui *forward facing step* dengan variasi ketinggian dan kemiringan step akan diteliti menggunakan simulasi numerik dengan *software* ANSYS FLUENT 2019 R3. Efek-efek perubahan geometri, rasio kontraksi dan bilangan Reynold akan menjadi parameter variasi utama yang akan disimulasikan.

2. Metode penelitian

Dalam penelitian ini memiliki beberapa tahapan yang digunakan yaitu.

2.1 Geometri model

Geometri *forward facing step* yang digunakan adalah dalam bentuk 2 Dimensi dengan variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$ dan bilangan Reynold $Re = 1,5 \times 10^4$. Geometri FFS yang digunakan dalam penelitian ini sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 1. Spesifikasi dimensi *forward-facing step* tinggi Inlet $H = 150$ mm, tinggi *step* $h = 50, 70, 90$ mm, panjang *upstream* $= 4H$, panjang *downstream* $= 6H$, rasio kontraksi $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$.

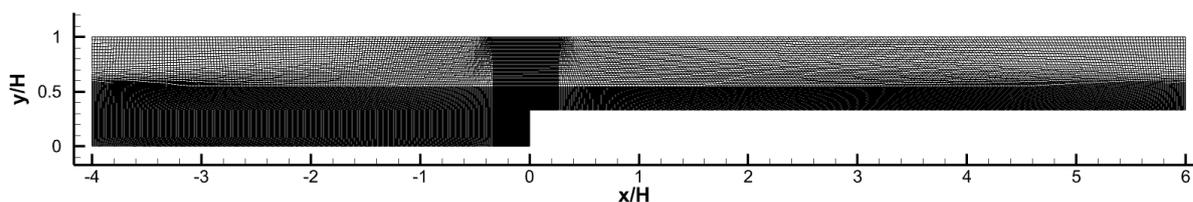


Gambar 1. Geometri model *forward-facing step*.

2.2 Mesh generation dan Kondisi Batas

Pada fase meshing komputasi dinamika fluida (CFD), domain dipisahkan menjadi daerah diskrit yang akan digunakan untuk menyelesaikan persamaan kekekalan energi, persamaan massa dan momentum, dan persamaan lainnya. Penelitian kali ini menggunakan strategi meshing near wall treatment, dimana susunan grid di dekat permukaan dinding disusun rapat dan akan merenggang ketika semakin jauh dari dinding. Grid lebih disusun lebih padat di dekat step (dalam rentang $-1 < x/H < 0$ di area upstream dan rentang $0 < x/H < 1$ di area downstream), kemudian disusun lebih renggang saat menjauh dari dinding. Tool face sizing dan face meshing digunakan untuk mendapatkan nilai kerapatan grid yang memiliki kualitas yang bagus. Skema diskretisasi *mesh* dengan kerapatan *mesh* yang tinggi di sekitar dinding sebagaimana diperlihatkan pada Gambar 2.

Kondisi-kondisi batas yang digunakan pada simulasi ini adalah pada sisi masuk didefinisikan sebagai *velocity inlet*; *stasionary wall* pada sisi *upstream*, *step* dan *downstream*; sisi atas didefinisikan dengan *symmetry*; adapun sisi *outlet* didefinisikan *outflow*



Gambar 2. Mesh pada *forward facing step*.

2.3 Model turbulen

Simulasi dalam studi ini menggunakan model turbulen $k-\epsilon$ *Realizable* dan *No-Equilibrium wall function* sebagaimana digunakan oleh Zhang [7]. Model ini dipilih dikarenakan dapat menangkap fenomena separasi dan resirkulasi aliran secara detail dan akurat. Masing-masing k dan ϵ dalam model turbulen ini dirumuskan sebagai:

- Nilai k (Turbulence kinetic energy)

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k \mathbf{U}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad } k \right] + 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \rho \epsilon \quad (1)$$

- Nilai epsilon- ϵ (Dissipation rate)

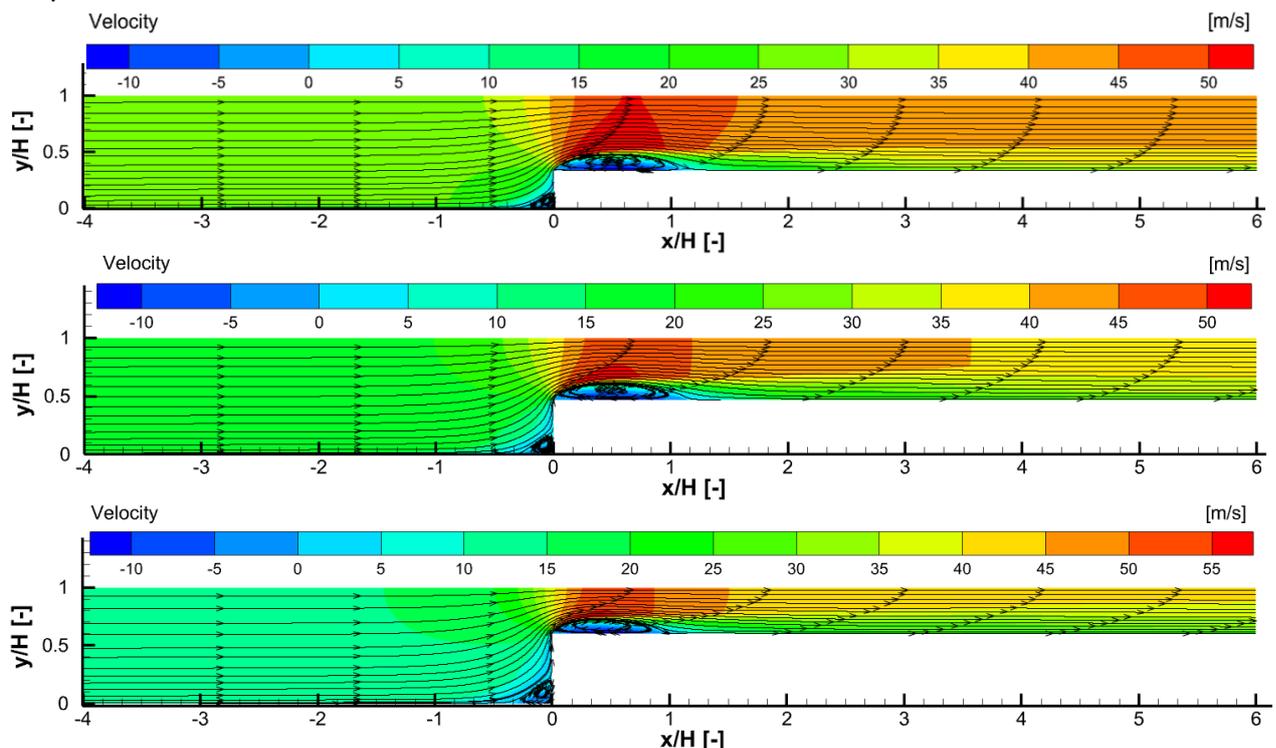
$$\frac{\partial(\rho \epsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \epsilon \mathbf{U}) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \text{grad } \epsilon \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (2)$$

dengan nilai konstanta $C_\mu = 0,09$; $\sigma_k = 1,0$; $\sigma_\epsilon = 1,30$; $C_1 = 1,44$ dan $C_2 = 1,92$ detail informasi tentang persamaan model turbulen ini bisa ditemukan dalam Versteeg and Malalasekera [8]. Properties fluida kerja dalam simulasi ini adalah udara dengan *density* (ρ) 1,225 kg/m³ dan *viskositas absolute* (μ) 1,7894 x 10⁻⁵ N.s/m².

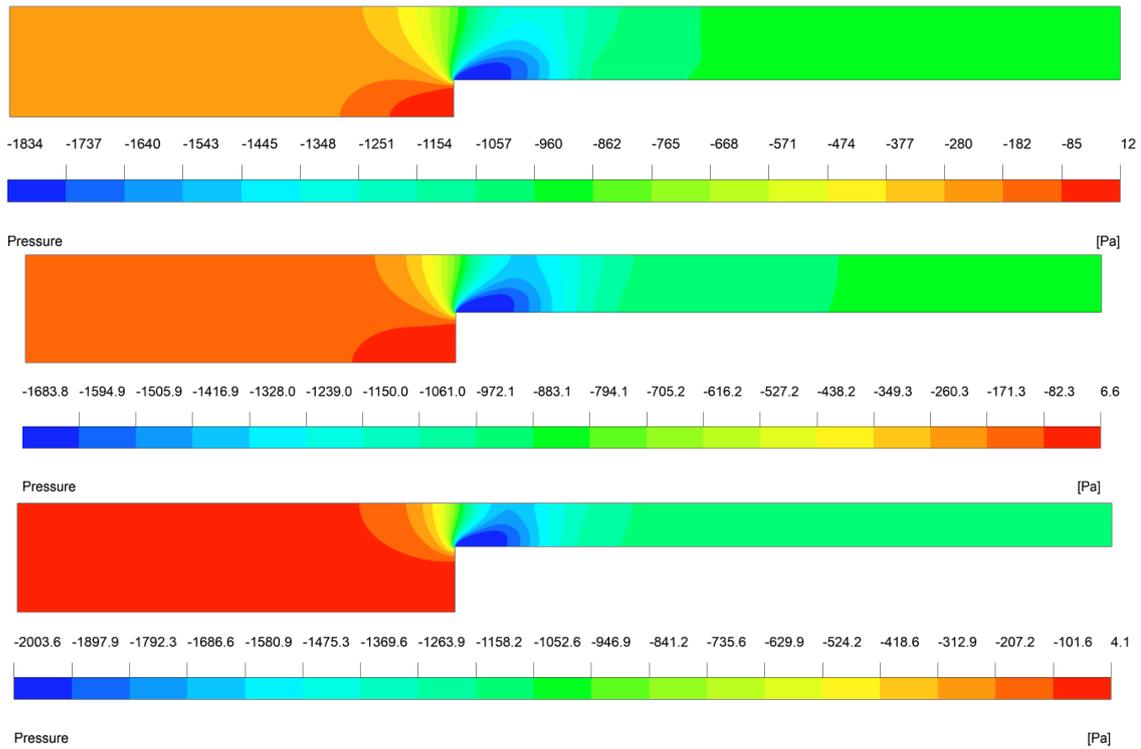
3. Hasil dan pembahasan

3.1 Struktur aliran dan distribusi kecepatan

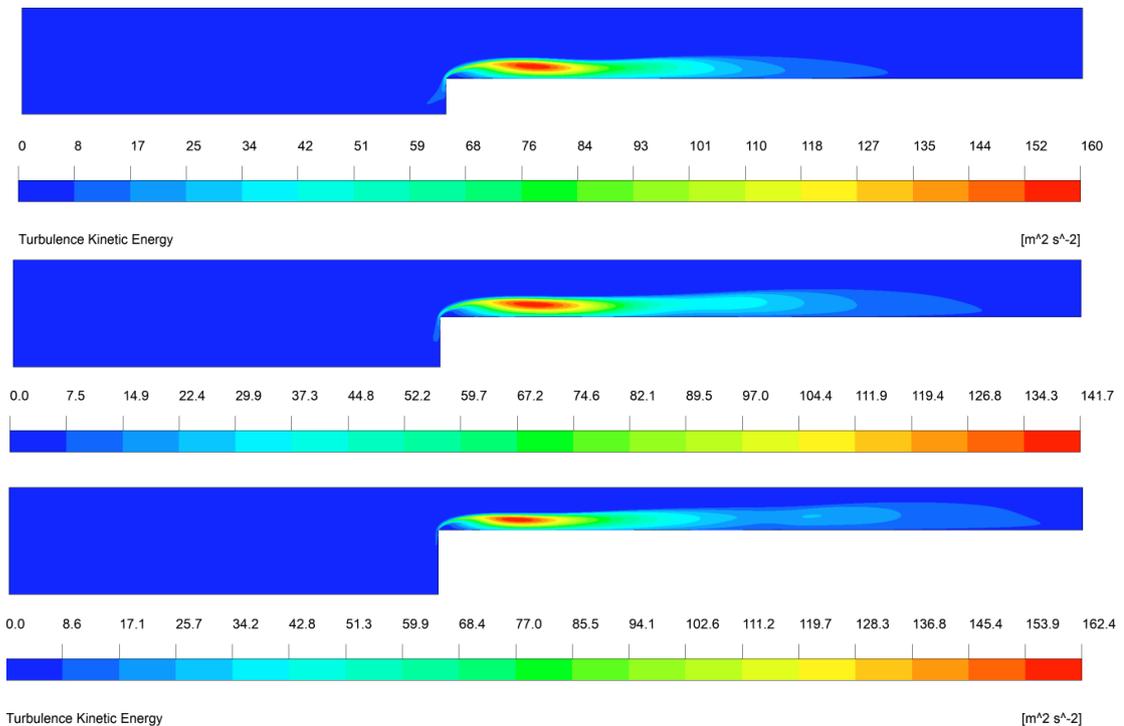
Hasil-hasil simulasi secara overlap struktur aliran dan distribusi kecepatan dengan variasi ketinggian step $h/H = 0,33$; 0,47; dan 0,60 pada bilangan Reynolds $9,0 \times 10^4$ diplot dalam Gambar 3. Plot ini disusun berdasarkan ketinggian step mulai dari atas ke bawah dari step yang terendah ke step yang tertinggi. Besar kecepatan direpresentasikan oleh degradasi warna yang ada di atas plot. Kecepatan rendah direpresentasikan dengan warna biru sementara kecepatan tinggi direpresentasikan dengan warna merah. Terlihat bahwa struktur aliran yang terbentuk bervariasi pada ketiga variasi ketinggian step. Ukuran zona resirkulasi terlihat ada perubahan seiring perubahan variasi ketinggian step. Daerah *upstream* pada ketinggian step $h/H = 0,33$ ditemukan muncul resirkulasi di ujung bagian bawah step kemudian pada tinggi step $h/H = 0,47$ zona resirkulasi tampak sedikit lebih besar dan pada tinggi step $h/H = 0,60$ zona resirkulasi menjadi sedikit lebih besar lagi. Sedangkan pada sisi *downstream*, terlihat zona resirkulasi berukuran besar pada $h/H = 0,33$ kemudian ukuran zona resirkulasi mengalami pengurangan panjang reattachment seiring bertambahnya ketinggian step pada $h/H = 0,47$ dan 0,60. Pada plot terlihat terdapat area dengan kecepatan rendah terkonsentrasi pada zona resirkulasi dan area dengan kecepatan tinggi terdistribusi pada daerah *downstream*. Area aliran berkecepatan tinggi di *downstream* mengalami pengurangan panjang seiring pertambahan ketinggian step.



Gambar 3. Struktur aliran dan distribusi kecepatan pada $Re = 9,0 \times 10^4$ dengan tiga variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33$; 0,47; dan 0,60.



Gambar 4. Distribusi tekanan statis pada $Re = 9,0 \times 10^4$ dengan tiga variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$.



Gambar 5. Distribusi energi kinetik turbulen pada $Re = 9,0 \times 10^4$ dengan tiga variasi tinggi *step* $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$.

3.2 Distribusi tekanan

Distribusi tekanan hasil simulasi dengan variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$ pada bilangan Reynold $9,0 \times 10^4$ disajikan pada Gambar 4. Seperti susunan plot sebelumnya, urutan dari atas ke bawah adalah dari ketinggian *step* rendah ke tinggi. Tekanan rendah direpresentasikan warna biru dan tekanan tinggi direpresentasikan oleh warna

merah. Area aliran tekanan tinggi terbentuk sepanjang sisi inlet hingga ujung pojok step di bagian *upstream* dan area aliran bertekanan rendah terdistribusi pada bagian *downstream*

Pada sisi *upstream* daerah tekanan minimum pada $h/H = 0,33$ kemudian dengan kenaikan tinggi step $h/H = 0,47$ menyebabkan penambahan luasan daerah tekanan tinggi pada ujung bawah step. Pada ketinggian $h/H = 0,60$ daerah tekanan semakin membesar.

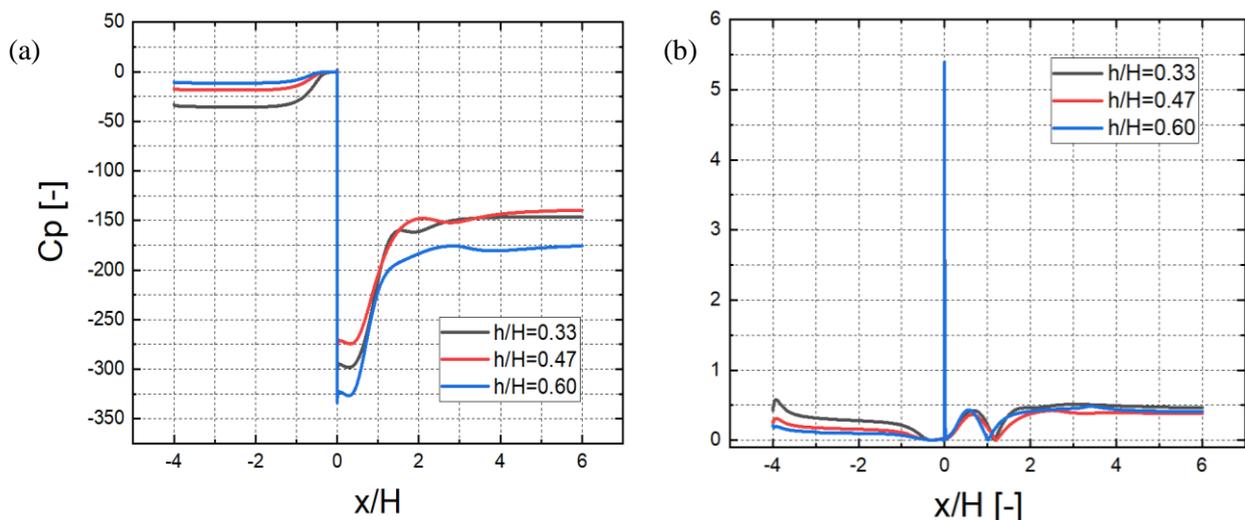
Pada bagian *downstream* ditemukan daerah tekanan terbesar di ketinggian $h/H = 0,33$ dan area tekanan ini cenderung mengecil seiring bertambahnya kenaikan ketinggian step pada $h/H = 0,47$ kemudian daerah tekanan semakin kecil dari sebelumnya yang terjadi pada variasi step tertinggi yaitu ketinggian $h/H = 0,60$.

3.3 Distribusi energi kinetik tubulen

Gambar 5 menunjukkan hasil-hasil studi distribusi energi kinetik turbulen pada variasi tinggi step $h/H = 0,33; 0,47;$ dan $0,60$ dengan bilangan Reynolds $9,0 \times 10^4$. Besar energi kinetik turbulen direpresentasikan oleh degradasi warna yang ada di bawah plot. Energi kinetik turbulen rendah direpresentasikan warna biru dan energi kinetik turbulen tinggi direpresentasikan oleh warna merah. Berdasarkan plot terlihat area berenergi kinetik turbulen rendah mendominasi aliran yang terdistribusi secara luas pada *upstream*. Hal ini mengindikasikan bahwa turbulensi aliran hanya terjadi pada daerah step dan permukaan wall bagian *downstream* akibat dari fenomena viskositas fluida. Sisi *upstream* menunjukkan distribusi energi kinetik memiliki nilai energi kinetik yang rendah yaitu sebesar $0 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Pada ketinggian step $h/H = 0,33$ terlihat zona resirkulasi energi kinetik turbulen memiliki sedikit turbulensi di dekat daerah step. Seiring dengan kenaikan ketinggian step turbulensi aliran semakin mengecil, di ketinggian $h/H = 0,60$ turbulensi yang terdapat di depan step sepenuhnya hilang. Pada ketinggian step $h/H = 0,33$ terlihat zona resirkulasi energi kinetik turbulen memiliki daerah turbulensi yang besar. Peningkatan tinggi step menyebabkan berkurangnya luas daerah turbulensi namun panjang *rattachment* terlihat lebih panjang dari sebelumnya

3.4 Koefisien tekanan (C_p)

Profil Gambar 6(a) menampilkan hasil-hasil simulasi profil koefisien tekanan statis untuk variasi ketinggian step $h/H = 0,33; 0,47;$ dan $0,60$ dengan $Re = 9,0 \times 10^4$. Antara ketiga variasi ketinggian yang diuji terdapat perbedaan nilai C_p pada daerah $x/H = 0$ hingga $x/H = 6$. Dari tiga variasi tinggi step yang diuji tersebut terlihat memiliki pola C_p hampir sama pada bagian *upstream*. Terlihat tren nilai koefisien tekanan pada awalnya turun pada daerah resirkulasi pada



Gambar 6. karakteristik permukaan *forward-facing step* dengan variasi tiga ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47;$ dan $0,60$ pada $Re = 9,0 \times 10^4$ untuk (a) Koefisien tekanan (C_p); (b) Koefisien friksi (C_f).

rentang $0 < x/H < 1$ kemudian ketiga nilai koefisien ini naik sesaat akan keluar dari zona resirkulasi dan jauh menuju *downstream* koefisien tekanan relatif konstan jauh di belakang step setelah titik reattachment tercapai seperti yang ditunjukkan pada gambar 6(a).

3.5 Koefisien friksi (C_f)

Hasil Hasil simulasi profil koefisien friksi untuk variasi ketinggian step $h/H = 0,33; 0,47;$ dan $0,60$ dengan $Re = 9,0 \times 10^4$ dipresentasikan Gambar 6(b). pada sisi *upstream* terlihat ketiga tinggi step yang diuji memiliki nilai C_f nilai koefisien friksi yang sedikit berbeda tergantung tinggi step, nilai koefisien friksi semakin menurun jika ketinggian step

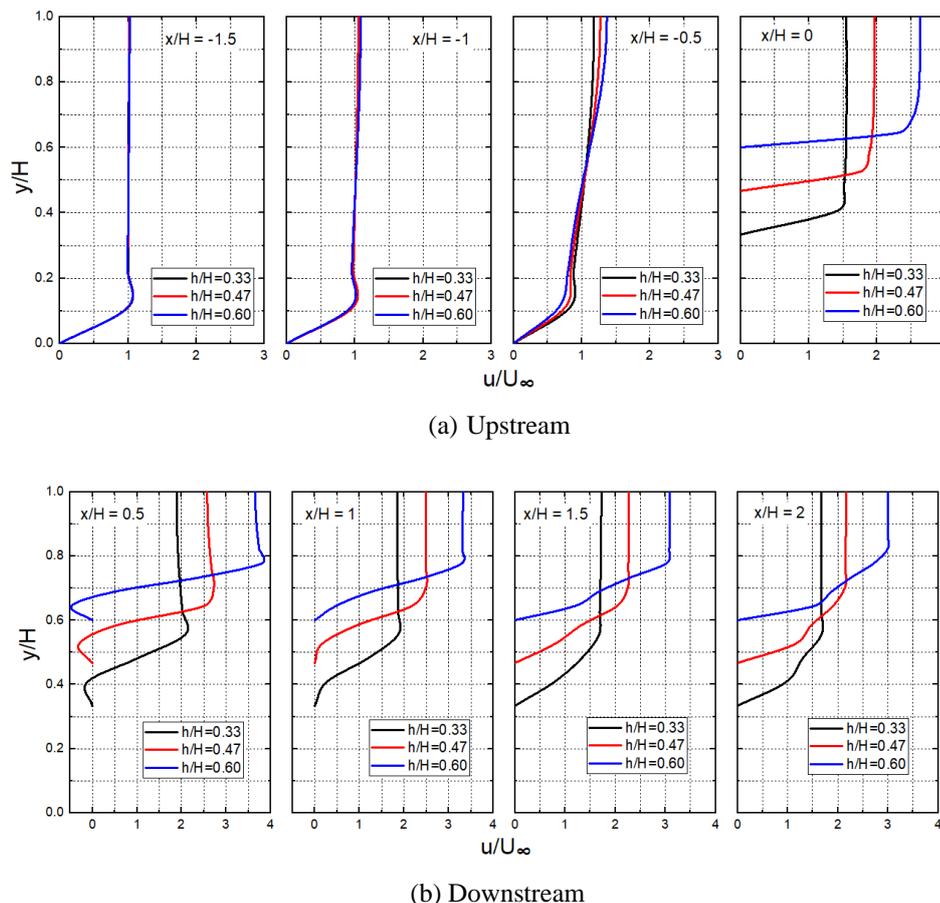
bertambah. Pada sisi *downstream* nilai koefisien friksi terlihat tidak banyak terpengaruh oleh ketinggian step. Hal ini ditunjukkan dengan berhimpitnya kurva ketiga variasi ketinggian. Daerah fluktuasi gesekan terjadi pada rentang $x/H = 0,0$ sampai sekitar $x/H = 1,0$ kemudian C_f mengalami perubahan secara konstan seperti ditampilkan pada plot

3.6 Profil kecepatan

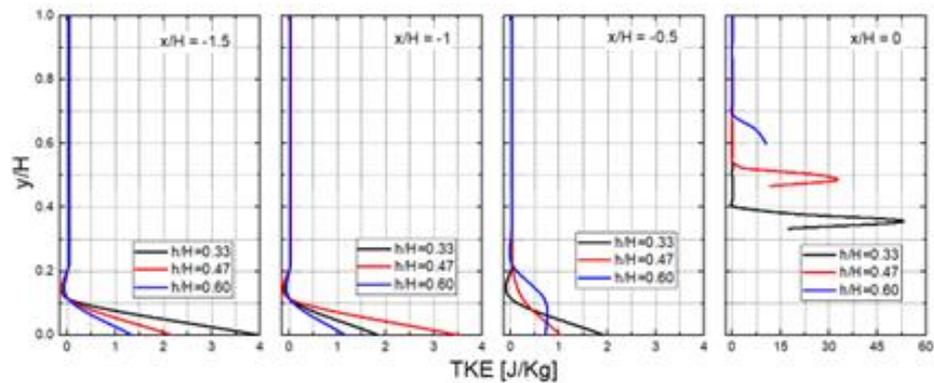
Gambar 7(a) dan (b) adalah profil kecepatan hasil-hasil simulasi pada tiga ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47$ dan $0,60$ dengan bilangan Reynold $Re = 9,0 \times 10^4$. Pada bagian *upstream*, terlihat jelas bahwa efek turbulen secara signifikan mempengaruhi kecepatan aliran pada daerah dari permukaan wall sampai $y/H = 0,2$. Pada daerah $y/H > 0,2$ pada $x/H = -1,5$ hingga mendekati step aliran menunjukkan nilai kecepatan yang uniform. Untuk $x/H = -1,5$ hingga $x/H = -1$ di ketiga variasi ketinggian step terlihat tidak menunjukkan perubahan kecepatan yang signifikan. Nilai kecepatan aliran terlihat mengalami gangguan di $x/H = -0,5$ sehingga menyebabkan nilai kecepatan menjadi lebih bervariasi. Pada daerah sekitar dinding step di $x/H = 0,0$, terlihat jelas nilai kecepatan bervariasi yang dipengaruhi oleh ketinggian step. Mulai dari jarak $x/H = 0$ nilai kecepatan dipengaruhi ketinggian step, semakin tinggi maka kecepatan aliran semakin besar. Untuk bagian *downstream* terlihat aliran mengalami resirkulasi pada posisi $x/H = 0,5$ ditandai dengan kecepatan bernilai negatif. Aliran akan kembali normal pada posisi $x/H = 1,0$ dan $1,5$ dimana aliran berada jauh dibelakang zona resirkulasi. Selain itu, di sini memperlihatkan perbedaan perubahan kecepatan cukup signifikan akibat adanya perubahan streamline aliran menuju *downstream* sebagaimana yang terlihat pada plot.

3.7 Profil energi kinetik turbulen

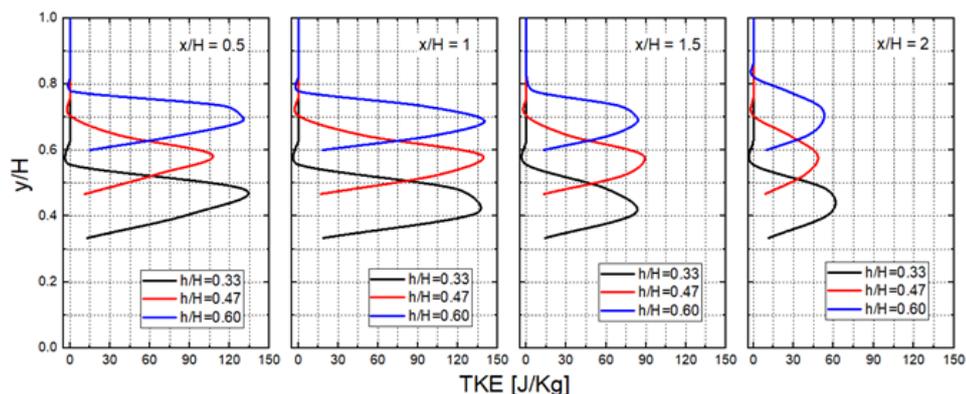
Profil energi kinetik turbulen pada $Re = 9,0 \times 10^4$ diplot pada gambar 8(a) dan (b). Sisi *upstream* pada $x/H = -1,5$ menunjukkan adanya energi kinetik turbulen pada sisi dekat wall. Pada daerah $x/H = -0,5$ TKE di dekat wall kembali melemah lalu terjadi kenaikan TKE yang signifikan pada daerah $x/H = 0$. Terlihat pada Gambar 8(a) perbedaan nilai TKE pada daerah $x/H = 0$ dipengaruhi oleh ketinggian step, nilai terbesar yaitu pada variasi ketinggian $h/H = 0,33$ dan nilainya menurun seiring pertambahan tinggi step. Energi kinetik turbulen terbesar terjadi pada $x/H = 0,5$ dan $1,0$ yang memiliki nilai yang hampir sama lalu mengecil seiring menjauhi step. Peningkatan nilai bilangan Reynold dari sebelumnya dapat dilihat adanya peningkatan juga terhadap energi kinetik turbulen baik pada daerah *upstream* dan *downstream* sehingga semakin tinggi Re maka semakin tinggi pula nilai energi kinetik turbulennya..



Gambar 7. Profil kecepatan dengan tiga variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47$; dan $0,60$ pada $Re = 9,0 \times 10^4$ untuk (a) *Upstream*; (b) *Downstream*.



(a) Upstream



(b) Downstream

Gambar 8. Profil energi kinetik turbulen dengan tiga variasi ketinggian *step* $h/H = 0,33; 0,47; \text{ dan } 0,60$ pada $Re = 9,0 \times 10^4$ untuk (a) *Upstream*; (b) *Downstream*.

4. Kesimpulan

Berdasarkan hasil-hasil penelitian pada aliran *forward-facing step*, dapat disimpulkan bahwa perubahan tinggi *step* berpengaruh terhadap pembentukan resirkulasi dan separasi baik pada *upstream* maupun *downstream*. Semakin meningkatnya ketinggian *step* maka area resirkulasi bertambah besar pada bagian *upstream*, sedangkan pada *downstream* area resirkulasi mengalami pengecilan. Ketinggian *step* juga berpengaruh terhadap rasio kecepatan pada sisi *downstream* yang nilainya semakin tinggi seiring dengan bertambahnya ketinggian *step*.

Distribusi tekanan pada sisi *upstream* mengalami peningkatan luas area distribusi tekanan tinggi seiring dengan meningkatnya ketinggian *step*. Ketinggian *step* terlihat mempengaruhi energi kinetik turbulen yang mengalami peningkatan panjang turbulensi di sisi *downstream* seiring dengan peningkatan ketinggian *step*.

5. Daftar Pustaka

- [1] A. Bekhradinasab, J. Al-Zaili, and S. Vakilipour, 'Large eddy simulation of separated flow to investigate heat transfer characteristics in an asymmetric diffuser subjected to constant wall heat flux', *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 128, Nov. 2021, doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2021.105634.
- [2] T. Ando and T. Shakouchi, 'Flow Characteristics Over Forward Facing Step and Through Abrupt Contraction Pipe and Drag Reduction', Tsu, 2004.
- [3] M. Awasthi, W. J. Devenport, S. A. L. Glegg, and J. B. Forest, 'Pressure fluctuations produced by forward steps immersed in a turbulent boundary layer', *J Fluid Mech*, vol. 756, pp. 384–421, Oct. 2014, doi: 10.1017/jfm.2014.405.
- [4] J. L. Eppink and C. Casper, 'Effects of Forward-Facing Step Shape on Stationary Crossflow Instability Growth and Breakdown'.

- [5] M. Ji and M. Wang, 'Surface pressure fluctuations on steps immersed in turbulent boundary layers', *J Fluid Mech*, vol. 712, pp. 471–504, Dec. 2012, doi: 10.1017/jfm.2012.433.
- [6] J. F. Largeau and V. Moriniere, 'Wall pressure fluctuations and topology in separated flows over a forward-facing step', *Exp Fluids*, vol. 42, no. 1, pp. 21–40, Dec. 2006, doi: 10.1007/s00348-006-0215-9.
- [7] C. X. Zhang, 'Numerical predictions of turbulent recirculating flows with a κ - ϵ model', *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 51, no. 2, pp. 177–201, Feb. 1994, doi: 10.1016/0167-6105(94)90003-5.
- [8] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, 'An Introduction to Computational Fluid Dynamics Second Edition'. [Online]. Available: www.pearsoned.co.uk/versteeg
- [9] I. Koto, 'Karakterisasi pressure drops pada aliran bubble dan slug air – udara searah vertikal ke atas melewati sudden contraction'.
- [10] A. Graziani, D. Uystepuyst, M. Lippert and L. Keirsbulck, 'Scaling and flow dependencies over forward-facing steps,' *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 67, pp. 220-229, 2017.
- [11] H. Hattori and Y. Nagano, 'Investigation of turbulent boundary layer over forward-facing step via direct numerical simulation', *Int J Heat Fluid Flow*, vol. 31, no. 3, pp. 284–294, Jun. 2010, doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.02.027