

ANALISA DINAMIK *FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS CURVED BEAM* MENGUNAKAN METODE ELEMEN HINGGA

*Pandyagalih Jayanimita¹, Ismoyo Haryanto² Achmad Widodo³

¹Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

²Dosen Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

Jl. Prof. Sudharto, SH., Tembalang-Semarang 50275, Telp. +62247460059

*E-mail: pandyagalih109@gmail.com

Abstrak

Kebutuhan akan jenis komposit pada perkembangan teknologi semakin kompleks dan rumit, untuk itu diperlukan adanya material komposit jenis baru yang dapat memenuhi kriteria tersebut. 30 tahun belakangan ini terciptanya material komposit jenis baru yang bernama *functionally graded material* yang dapat bertahan pada kondisi ekstrim. Konsep komposit jenis baru tersebut merupakan pengembangan yang terinspirasi dari alan dimana struktur antar lapisan kompositnya saling bergradasi. Penelitian mengenai komposit jenis FGM ini masih sangat sedikit dikarenakan proses produksi serta kecanggihannya dari komposit ini. Untuk memenuhi perkembangan teknologi komposit di Indonesia serta pengenalan material komposit jenis FGM ini, maka penelitian ini dilakukan. Tujuan penelitian ini meliputi perbandingan antara material komposit jenis *Functionally graded material* dan juga material mono material. Analisa ini menggunakan metode penelitian berjenis metode elemen hingga (*Finite element method*) menggunakan *software COMSOL Multiphysics*. Penelitian ini mencakup modus getar yang dapat menghasilkan frekuensi natural, massa efektif, energi kinetik, dan perubahan bentuk benda yang terjadi. Hasil ini juga meliputi kebutuhan akan kereta cepat yang membutuhkan material komposit tahan akan gaya luar, getaran tinggi, massa yang lebih ringan, dan kekuatan akan beban yang dapat ditahan oleh material komposit jenis ini. Setelah mengumpulkan data dari material FGM dan juga mono material kemudian dibandingkan, dan dikorelasikan dengan kebutuhannya dari kereta cepat tersebut. Setelah itu barulah dapat mengetahui kelebihan dari material komposit *functionally graded materials* tersebut. Tentunya material FGM ini tidak terbatas pada penggunaan pada kereta cepat, masih banyak aplikasi lainnya apabila FGM ini dikembangkan lebih lanjut.

Kata kunci: *curved beam; FEM; functionally graded material*

Abstract

The need for composite types in technological developments is increasingly complex and complicated, for which it is necessary to have a new type of composite material that can meet these criteria. In the past 30 years, a new type of composite material called *functionally graded material* has been created that can withstand extreme conditions. The concept of the new type of composite is a development inspired by alan where the structure between the composite layers is graded to each other. There is still very little research on FGM type composites due to the production process and sophistication of this composite. To meet the development of composite technology in Indonesia and the introduction of this type of FGM composite material, this research was conducted. The purpose of this study includes comparisons between functionally graded material and mono material. This analysis uses a finite element method using COMSOL MULTIPHYSICS Software This research includes a vibrating mode that can produce natural frequency, effective mass, kinetic energy, and changes in the shape of objects that occur. These results also include the need for high-speed rails that require composite materials that are resistant to outside forces, high vibration, lighter mass, and strength of the load that this type of composite material can withstand. After collecting data from FGM material and also mono material, it was then compared, and correlated with the needs of the high-speed train. After that, you can find out the advantages of the *functionally graded composite material*. Of course, this FGM material is not limited to use on fast trains, there are many other applications if this FGM is developed further.

Keywords: *curved beam; fem; functionally graded material*

1. Pendahuluan

Functionally graded materials (FGM) merupakan material multifungsi dimana mengandung beberapa variasi spasial pada komposisi dan mikrostrukturnya. kontrol material tersebut berdasarkan termal, struktural dan *functional properties*. FGM ini dibuat menggunakan berbagai macam proses[1]. Dan tentunya pengembangan dari FGM ini terus

dilakukan untuk sistem mikro elektro mekanik. Material FGM dapat bertahan pada lingkungan kerja yang keras tanpa kehilangan properti dan tidak menimbulkan adanya kegagalan ketika digunakan. *Functionally Graded Materials* (FGM) ditemukan oleh ilmuwan Jepang pada tahun 1984 untuk mengatasi masalah seperti tegangan sisa termal yang tinggi dan konsentrasi tegangan pada antarmuka bahan komposit konvensional (Kurtaran, 2015 Banyak metode dalam analisa material FGM, salah satunya adalah menggunakan metode elemen hingga (FEM) [2].

Metode elemen hingga (FEM) merupakan metode yang dipakai untuk menganalisa struktur dengan model material, kondisi batas, dan pembebanan. Tujuan dari metode elemen hingga ini adalah untuk menemukan solusi dari permasalahan yang rumit, dengan membuatnya menjadi lebih mudah [3]. Metode elemen hingga muncul dari kebutuhan untuk menganalisis analisis dan elastisitas struktur yang kompleks masalah di bidang teknik sipil dan penerbangan. Prosedur ini digunakan secara luas dalam analisis padatan dan struktur dan panas perpindahan dan cairan. Metode elemen hingga berguna dalam hampir semua bidang analisis teknik. yang terbatas Metode elemen digunakan untuk menyelesaikan masalah fisika dalam analisis dan desain rekayasa. Biasanya, beberapa iterasi perlu dilakukan untuk mendapatkan hasil yang optimal dan meningkatkan akurasi. Hal ini akan membantu mengurangi waktu henti pengembangan produk, peningkatan waktu hidup, dan akurasi ketidakpastian [4]. Maka dari itu penulis melakukan pemodelan dan analisa dinamik pada FGM *Curved Beams* untuk membahas distribusi tegangan yang terjadi menggunakan Metode Elemen Hingga

Beam adalah benta berjenis batang struktural yang dapat menahan beban yang diterapkan secara lateral pada sumbu batang (elemen yang dirancang untuk memikul beban aksial terutama adalah strut atau kolom). Modus defleksinya terutama dengan menekuk. Beban yang dimasukkan pada balok menciptakan gaya reaksi pada titik poros balok. Efek total dari semua gaya yang dihasilkan pada balok adalah menghasilkan gaya geser dan momen lentur di dalam balok, yang pada gilirannya menginduksi tegangan internal, regangan, dan defleksi balok. Balok dicirikan oleh cara menopang, profil (bentuk penampang), kondisi kesetimbangan, panjang, dan materialnya. Salah satu jenis balok adalah balok melengkung [5].

Balok melengkung atau yang biasa disebut dengan *curved beams* merupakan struktur balok melengkung dimana poros netral dan poros sentroidal berbeda. Sehingga besarnya tegangan Tarik dan tekan pada kedua sisi sumbu netral akan bervariasi [6]. Aplikasi dari *curved beam* biasa digunakan pada clamp, suspensi, peralatan, dll. Aspek arsitektur serta fungsi dari balok melengkung tentu akan menghasilkan penampilan dan fungsi yang ideal. Sebuah desain *curved beam* yang telah direkayasa dengan baik menghasilkan solusi kerja yang efisien dan mumpuni. Meningkatnya penggunaan balok lengkung menuntut model matematika yang akurat untuk melakukan analisis dan memahami perilakunya. Pendekatan paling populer untuk pemodelan struktur lengkung adalah dengan metode elemen hingga. Sebagian besar penelitian didasarkan pada elemen balok lurus. Pendekatan ini cukup akurat untuk balok melengkung ramping, yang produk dari kelengkungan awal dan tinggi balok jauh lebih kecil daripada satu [7].

Analisa dinamik dapat dikatakan sebagai analisis terhadap perilaku objek atau sistem, termasuk perubahan dari waktu ke waktu (mempertimbangkan waktu atau frekuensi). Secara representatif, analisis dinamik yang diterapkan pada desain jembatan meliputi analisis beban gerak dinamis jembatan rel kereta api dan desain seismik. pada Analisa dinamik, titik material struktur berubah posisi dengan waktu, maka mereka memiliki kecepatan dan percepatan. Karena struktur memiliki massa, gaya inersia dihasilkan karena percepatan titik material. Gaya inersia ini merupakan beban tambahan yang tidak dapat diabaikan [8].

2. Metodologi Penelitian

2.1. *Functionally Graded Material* (FGM)

Functionally graded material (FGM), sesuai dengan namanya, adalah material rekayasa canggih yang mampu bertahan di lingkungan kerja yang keras, tanpa kehilangan sifat-sifatnya, dan tanpa gagal selama digunakan. *Functionally Graded Materials* (FGM) dicirikan oleh gradien komposisi dari satu bahan ke bahan lain, yang sama sekali berbeda dari bahan komposit konvensional, yang merupakan campuran homogen yang melibatkan kompromi antara sifat-sifat bahan komponen, atau dua bahan berbeda yang digabungkan. bersama-sama seperti dalam kasus bahan komposit laminasi material yang dibuat berdasarkan fungsionalitas yang dibutuhkan dari material tersebut [9].

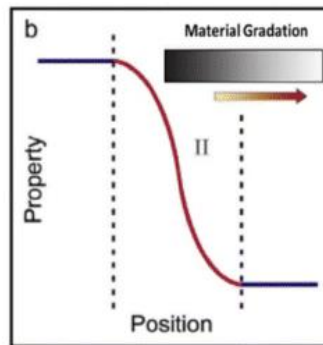
Perubahan terus menerus pada mikrostruktur FGM membedakannya dengan bahan komposit tradisional yang mengalami kegagalan (delaminasi) pada saat diberikan beban termal dan mekanis yg ekstrem. Hal ini dapat diatasi dengan memvariasikan bahan penyusun secara spasial sedemikian rupa buat menerima sifat mekanik yg diinginkan yaitu, modulus elastisitas, poisson rasio, modulus geser dan kepadatan material pada arah yg diinginkan. Contoh umum FGM yaitu komposit keramik-logam yang mana fase keramik mempunyai ketahanan korosi dan termal yang baik serta fase logam mempunyai ketangguhan dan kemampuan las yang unggul [10].

2.2. Pemodelan efektif sifat material *Functionally Graded Material* (FGM)

Lapisan FGM biasanya diperkirakan sebagai serangkaian interlayer yang terikat sempurna, dengan setiap lapisan memiliki sifat material yang sedikit berbeda dari tetangganya. Sifat material dengan demikian diasumsikan berubah terus menerus ke arah gradien. Studi numerik menggunakan model kontinum telah dirancang baru-baru ini untuk menyelidiki efek mikrostruktural lokal. Untuk model kontinum makrolevel, jelas kesulitan paling signifikan yang dihadapi adalah penentuan sifat material yang akurat untuk setiap interlayer. Komplikasi ini adalah faktor utama yang membedakan model FGM dari analisis standar. Untuk pencampurannya dapat menggunakan aturan campuran FGM, kemudian dapat juga

menggunakan model Mori-Tanaka. Menurut aturan campuran, sifat material yang dilambangkan sebagai P , dari FGM diasumsikan bervariasi terus-menerus sepanjang arah, sebagai fungsi dari fraksi volume dan sifat-sifat bahan penyusunnya. Seperti pelat FGM gambar 1 dimana arah yang bervariasi adalah arah ketebalan. Dalam konteks ini, P dapat mewakili sifat material, misalnya modulus elastisitas, densitas massa, dan/atau rasio *poisson*. Properti ini dapat dinyatakan sebagai kombinasi linier [11].

$$P(z) = P_1 V_1 + P_2 V_2 \quad (1)$$



Gambar 1. Pelat FGM

Dimana z adalah arah yang berubah-ubah, P_1, V_1 dan P_2, V_2 adalah sifat material dan fraksi volume dari bahan penyusun 1 dan 2. Fraksi volume dari semua bahan penyusunnya harus dijumlahkan menjadi satu

$$V_1 + V_2 = 1 \quad (2)$$

Fraksi volume V_1 diasumsikan memiliki distribusi hukum pangkat berikut :

$$V_1 = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n \quad (3)$$

dan sebagai akibatnya:

$$V_2 = 1 - \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n$$

Dimana h adalah tebal pelat. Gambar 1 menunjukkan variasi melalui ketebalan fraksi volume V_1 , dan akibatnya variasi sifat material. Parameter N adalah eksponen fraksi volume yang mengambil nilai riil positif dan menentukan profil variasi material melalui ketebalan. Bahan penyusun 1 dan 2 misalnya, keramik dan logam. Menurut distribusi ini, permukaan bawah, $z = -h/2$ dari pelat bergradasi fungsional adalah logam murni dan permukaan atas, $z = h/2$ adalah keramik murni. Asumsi *power-law* ini mencerminkan aturan sederhana campuran yang digunakan untuk mendapatkan sifat efektif FGM. Kandungan material 2 di pelat meningkat dengan meningkatnya nilai N . Nilai $N = 0$ merupakan bahan homogen 1 pelat FGM.

2.3. Skema gradasi FGM Mori-Tanaka

Model Mori-Tanaka digunakan untuk memperkirakan modulus bahan. Model memperkirakan interaksi antara inklusi tangga dan umumnya berlaku untuk wilayah mikro bergradasi yang memiliki matriks kontinu yang terdefinisi dengan baik dan fase partikulat terputus. Diasumsikan bahwa fase matriks, dilambangkan dengan subskrip 1, diperkuat oleh partikel bulat dari fase partikulat, dilambangkan dengan subskrip 2. Diketahui bahwa konstanta Lamè (λ) berhubungan dengan modulus elastisitas dan geser melalui hubungan berikut dimana μ = Shear Modulus (Pa) dan K = Modulus Young (Pa).

$$\lambda = K - \frac{2\mu}{3}$$

Menurut metode Mori-Tanaka untuk distribusi acak partikel isotropik dalam matriks isotropik, modulus bahan efektif lokal K dan modulus geser diberikan oleh:

$$\frac{K - K_1}{K_2 - K_1} = \frac{V_2}{1 + (V_1 - V_2) \frac{K_2 - K_1}{3K_1 + 4\mu_1}}$$

$$\frac{\mu_1 - \mu_1}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{V_2}{1 + (V_1 - V_2) \frac{\mu_2 - \mu_1}{\mu_1 + f_1}}$$

$$f_1 = \frac{9K_1 + 8\mu_1}{6(K_1 + 2\mu_1)}$$

Melalui variasi ketebalan V_2 diasumsikan diberikan oleh fungsi power-law berikut:

$$V_2 = V_2^- + (V_2^+ - V_2^-) \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^n$$

di mana superskrip + dan - masing-masing menandakan nilai kuantitas pada permukaan atas dan bawah elemen struktur, dan parameter N menggambarkan variasi Fase 2.

Misalnya, $N = 0$ dan $N = \infty$ sesuai dengan distribusi seragam Fase 2 dengan fraksi volume masing-masing V_2^+ dan V_2^- . Mengingat bahwa modulus curah K dan modulus geser terkait dengan modulus Young E dan rasio Poisson dengan hubungan sebagai berikut

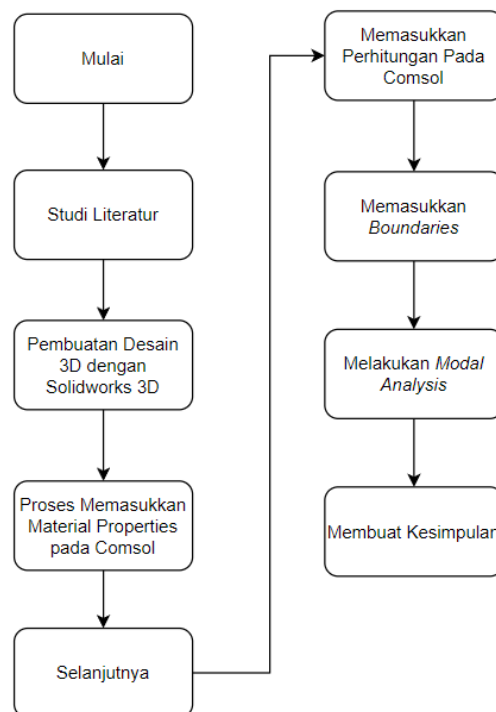
$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

nilai efektif modulus Young dan rasio Poisson :

$$E = \frac{9K\mu}{3(K - \mu)}, \quad \nu = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}$$

2.4. Diagram Alir Penelitian

Pada penelitian ini terdapat beberapa proses pemodelan dan analisis curved beam FGM Langkah- langkah penelitian yang akan dilakukan ditunjukkan pada Gambar 3 di bawah ini.

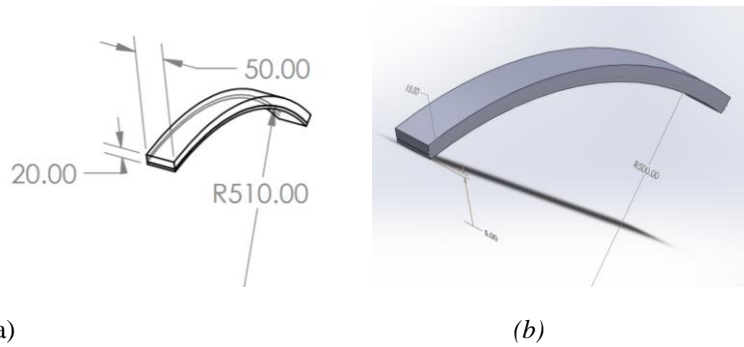


Gambar 2. Diagram alir penelitian

2.5. Pemodelan pada Solidworks 2018

Pemodelan *Curved Beam FGM* pada tugas akhir ini menggunakan *software solidworks 2018* Bentuk *Curved Beam FGM* yang dimodelkan memiliki dimensi jari-jari tengah $R = 500\text{mm}$, tebal $h = 20\text{mm}$, lebar $l = 50\text{mm}$, dan sudut kelengkungan $\theta = 1\text{rad}$. Sedangkan untuk material yang digunakan adalah *structural steel* dengan nilai *Young Modulus* $E = 214\text{ GPa}$, *Density* $\rho = 7800\text{ kg/m}^3$, *Poisson Ratio* $\nu = 0.3$ dan dan *shear modulus* $G = 82\text{ GPa}$ dan Al_2O_3 dengan nilai

Young Modulus $E = 390 \text{ Gpa}$, Density $\rho = 3200 \text{ kg/m}^3$, Poisson Ratio $\nu = 0.3$, dan shear modulus = 137 GPa. Desain utama dari curved beam pada Solidworks dapat dilihat pada gambar 5 dan 6 berikut:



Gambar 3. (a) dan (b) Permodelan curved beam pada Software Solidworks

2.6. Pemasukan Sifat Material FGM di Comsol Multiphysics 6.0

Parameter dari sifat material untuk FGM kemudian diisikan ke dalam variables seperti pada 6 berikut:

Name	Expression	Value	Description
v	0.3	0.3	Poisson rasio
F	50[kN]	50000 N	Gaya geser
N	1000[N]	1000 N	Gaya normal
tan_tip	pi/2[rad]	1.5708 rad	Besar sudut ujung curved...
mapped	140	140	Ukuran mesh jenis mapped
swept	20	20	Ukuran mesh jenis swept
s	pi/4[rad]	0.7854 rad	Besar sudut tengah curve...
Em	210[GPa]	2.1E11 Pa	Young Modulus Metal
Ec	380[GPa]	3.8E11 Pa	Young Modulus Ceramic
rin	495.2[mm]	0.4952 m	Jari-jari dalam curved be...
rout	494.5[mm]	0.4945 m	Jari-jari luar curved beam
b	50[mm]	0.05 m	Lebar curved beam
pr	2	2	Gradien index parameter...
th	(rout-rin)	-7E-4 m	Tebal curved beam
r0	(rin+rout)/2	0.49485 m	Jari-jari tengah curved be...
tan_mid	tan_tip/2	0.7854 rad	sudut tangential tengah
tan_0	0[rad]	0 rad	sudut tangential awal
ptan	4	4	Gradien index parameter...
pm	7800[kg/m^3]	7800 kg/m^3	Massa jenis Metal
pc	3200[kg/m^3]	3200 kg/m^3	Massa jenis Ceramic

Gambar 4. Pemasukan parameter FGM curved beam pada Comsol Multiphysics 6.0

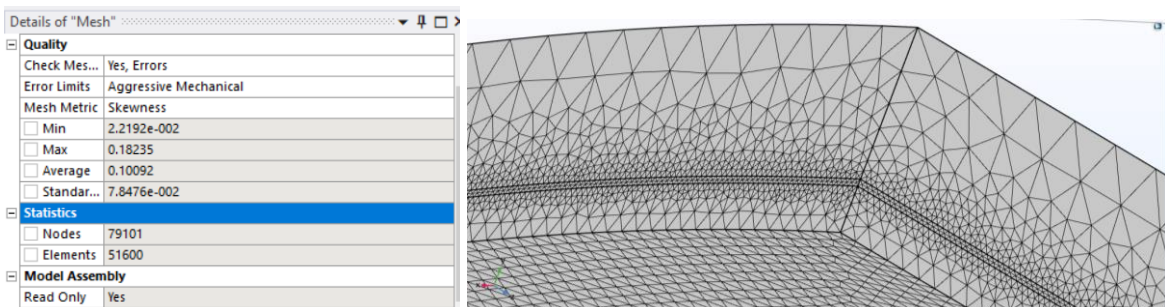
Kemudian adalah memasukkan variable dari perhitungan seperti pada gambar 7 berikut:

Name	Expression	Unit	Description
vc	$((0.5 - ((r-r_0)/th))^{pr})$		Fraksi Volume ceramic
r	$((x^2 + y^2)^{0.5})$	m	Jari-jari curved beam
Er	$((Ec - Em)^{vc}) + Em$	Pa	Young modulus efektif cu...
tan	$atan2(y, x)$	rad	sudut tangential
Pr	$((pc - pm)^{vc}) + pm$	kg/m^3	Mass Density efektif curv...

Gambar 5. Input variable pada Comsol Multiphysics

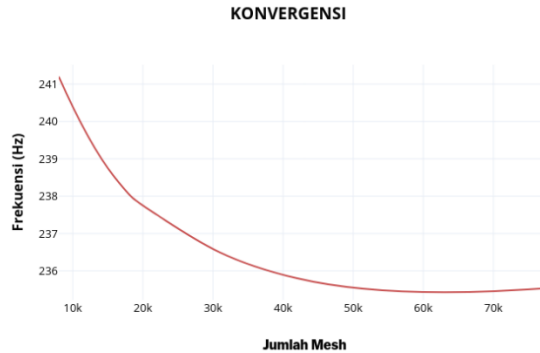
2.7. Uji Skewness dan Uji Konvergensi

Kemudian dilakukan uji kualitas mesh dengan uji skewness. Kualitas elemen adalah kuantitas tanpa dimensi antara 0 dan 1, di mana 1 mewakili elemen yang sangat teratur, dalam ukuran kualitas yang dipilih, dan 0 mewakili elemen yang mengalami degenerasi. Di lakukan uji skewness dengan nilai rata-rata yang didapat adalah 0,1 seperti gambar 8 dibawah ini:



Gambar 6. Uji Skewness pada Software Comsol Multiphysics 6.0

Kemudian adalah melakukan uji konvergensi dan didapat hasil dimana semakin kecil ukuran *meshing*, maka akan semakin kecil juga hasil dari frekuensi natural dimana akan semakin akurat juga hasil dari frekuensi natural yang didapatkan, dapat dilihat grafik pada gambar 10 dimana hasil dari konvergensi tersebut.



Gambar 7. Uji Konvergensi pada *Software Comsol Multiphysics 6.0*

2.8. Studi Perbandingan dengan model lain

Pada studi perbandingan hasil dimana membandingkan dengan jurnal “*The Dynamics of Thick Curved Beams Constructed with Functionally Graded Materials*” karangan Carlos P. Filipich dan Marcelo dengan material serta komposisi yang sama namun menggunakan metode penelitian yang berbeda, pada jurnal acuan menggunakan metode ID present model (PSM) pada penelitian tersebut, membandingkan antara 2 boundaries dimana memiliki Batasan *clamped-free* dan *clamped-clamped* memiliki hasil pada tabel berikut:

Tabel 1. Frekuensi natural *clamped-clamped support*

Modus	Frekuensi (Hz)	Penelitian Carlos P. Filipich dan Marcelo (Hz)	Eror	Jenis Modus
1	2354.40	2364.97	8,4%	<i>Bending</i>
2	3504.20	-	-	Torsi
3	3668.10	3588.57	2,7%	<i>Bending</i>
4	4869.50	-	-	Torsi
5	6337.60	6417.137	0,9%	<i>Bending</i>
6	8058.00	-	-	Torsi
7	8323.60	7657.86	8,2%	<i>Bending</i>

Tabel 2 Frekuensi natural *clamped-free support*

Modus	Frekuensi (Hz)	Penelitian Carlos P. Filipich dan Marcelo (Hz)	Eror	Jenis Modus
1	221.62	240.28	7,2%	<i>Bending</i>
2	445.43	-	-	Torsi
3	1311.4	123725	5,9%	<i>Bending</i>
4	1424	-	-	Torsi
5	3436.9	3394.78	2,9%	<i>Bending</i>
6	3474	-	-	Torsi
7	4013.6	4397.86	8,6%	<i>Bending</i>

3. Hasil dan Pembahasan

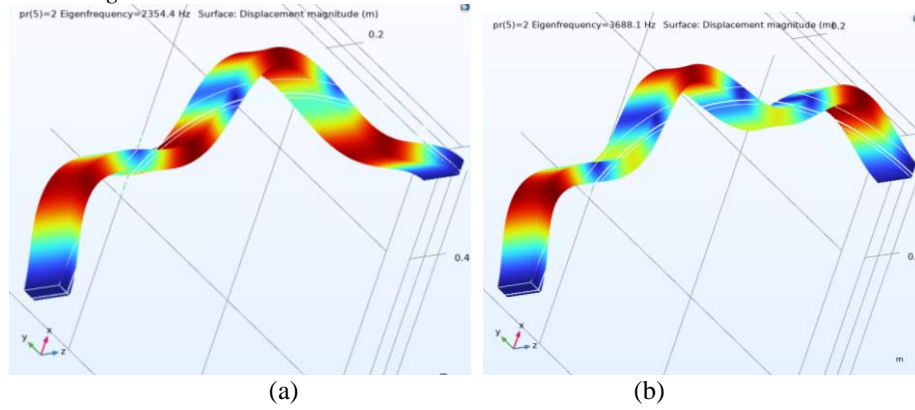
3.1 Frekuensi Natural *Clamped-Clamped Boundary*

Dari data tabel 3 diatas, mendapatkan beberapa hasil pada Analisa frekuensi natural yang dilakukan menggunakan 3D metode elemen hingga, diantara adalah mendapatkan bentuk dari modus getar, participation factor, massa efektif, periode, dan *modal mass*, untuk hasil dari masing-masing Analisa dengan boundary yang telah ditetapkan adalah sebagai berikut:

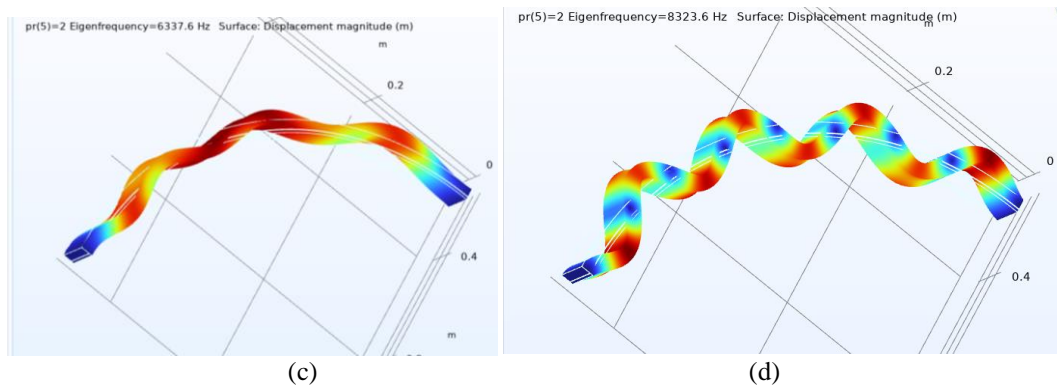
A. Perubahan Bentuk Benda

Perubahan bentuk benda terbagi menjadi dua, yaitu jenis modus *bending* dan *torsi*, pada hasilnya dapat dilihat pada gambar dibawah berikut:

1. Jenis Modus *Bending*

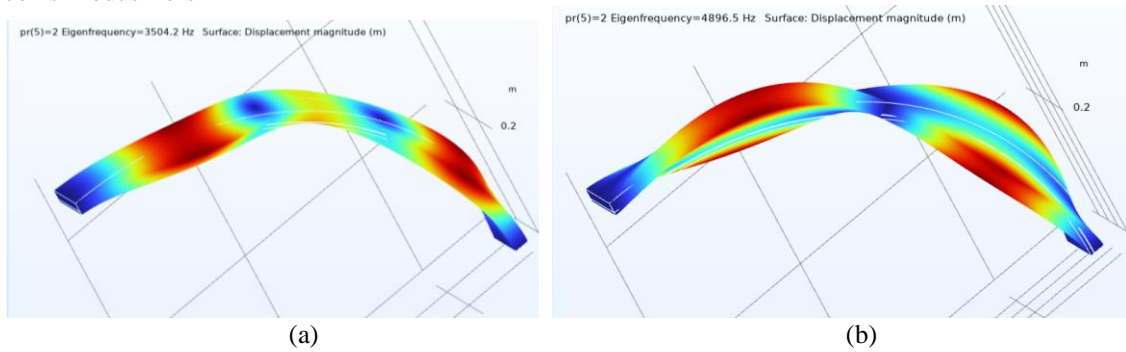


Gambar 8. (a) Modus *bending* pertama, (b) Modus *bending* kedua

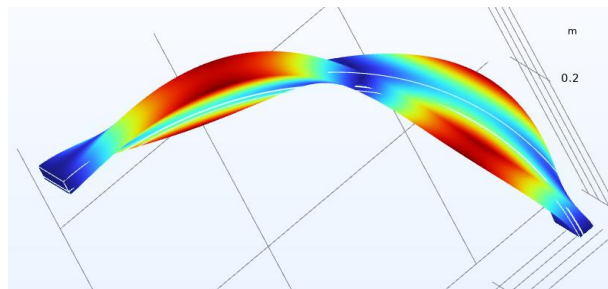


Gambar 9. (c) Modus *bending* ketiga, (d) Modus *bending* keempat

2. Jenis Modus Torsi



Gambar 10. (a) Modus torsi pertama, (b) Modus torsi kedua



Gambar 11. Modus torsi ketiga

B. Modal masses dan energi kinetic

Modal masses adalah massa total yang bergerak pada setiap sumbu Analisa modus getar yang dilakukan, untuk hasil dari modal masses serta energi kinetic dapat dilihat pada tabel berikut:

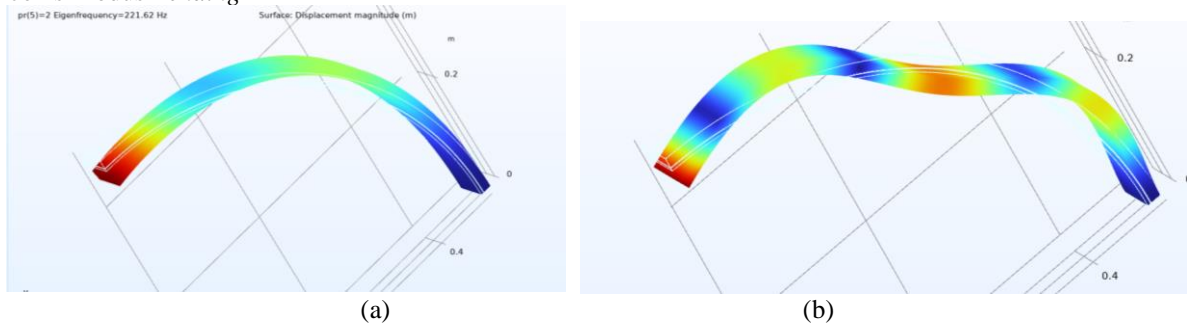
Tabel 3. Modal masses dan energi kinetic

Modus	Frekuensi (Hz)	Modal Mass (Kg)	Energi Kinetik (J)
1	2354.4	0.674	$6.839.10^7$
2	3504.2	0.458	$1.579.10^8$
3	3668.1	0.784	$2.166.10^8$
4	4869.5	0.813	$2.865.10^8$
5	6337.6	1.009	$6.265.10^8$
6	8058	0.426	$4.222.10^8$
7	8323.6	0.818	$9.733.10^8$

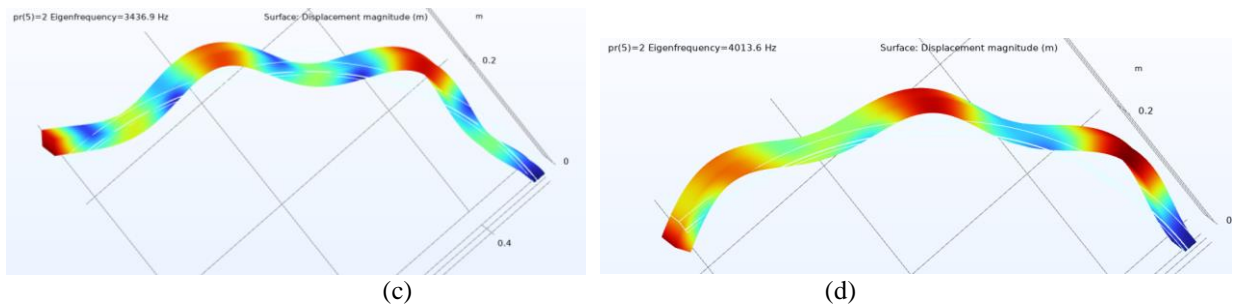
3.2 Clamped-Free Boundary

Pada Tabel 4 telah mendapatkan besaran frekuensi natural dari hasil menggunakan 3D metode elemen hingga, diantara adalah mendapatkan bentuk dari modus getar, participation factor, massa efektif, periode, dan *modal mass*, untuk hasil dari masing-masing Analisa dengan boundary yang telah ditetapkan adalah sebagai berikut:

- A. Perubahan Bentuk Benda
 - 1. Jenis Modus *Bending*

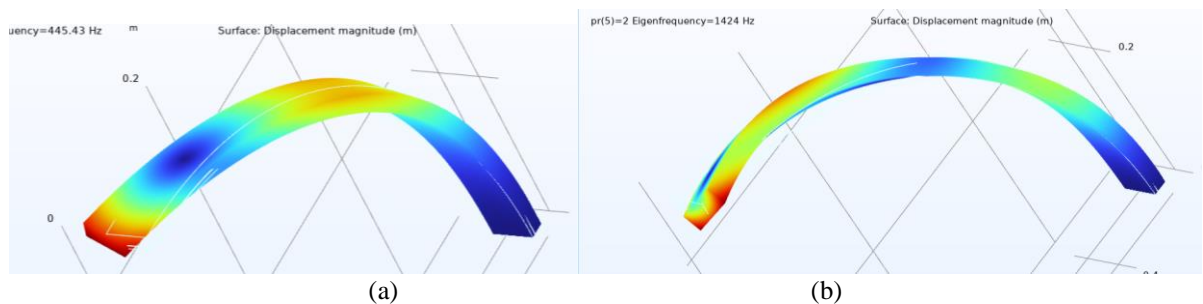


Gambar 12. (a) Modus *bending* pertama (b) Modus *bending* kedua

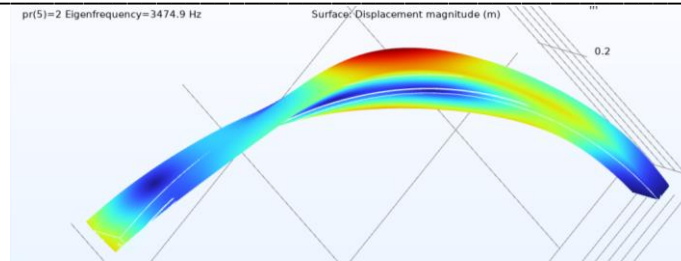


Gambar 13. (c) Modus *bending* ketiga (d) modus *bending* keempat

- 2. Jenis Modus Torsi



Gambar 14. (a) Modus torsi pertama, (b) Modus torsi kedua



Gambar 15. Modus torsi ketiga

B. Modal masses dan energi kinetik

Tabel 4 Modal masses dan energi kinetik *clamped-free* boundary

Mode	Frekuensi (Hz)	Modal mass (Kg)	Energi kinetik (J)
1	221.62	0.4783	$5.236.10^5$
2	445.43	0.5548	$3.832.10^6$
3	1311.4	0.4520	$1.222.10^7$
4	1424	0.5128	$3.091.10^7$
5	3436.9	0.5983	$1.369.10^8$
6	3474	0.4401	$5.885.10^7$
7	4013.6	0.5835	$2.231.10^8$

4. Kesimpulan

- Permodelan dari FGM curved beam dapat menggunakan *Solidworks* pada pembuatan desain serta *Comsol Multiphysics* 6.0 untuk melakukan analisa dinamik serta permodelan material FGMnya.
- Frekuensi natural dari FGM curved beam pada batasan *clamped-free* adalah 221,62 445,4 1.311 1.424 3.436 3.474 dan 4.013 dan pada batasan *clamped-clamped* adalah 2.202 2.664 3.388 3.589 7.016 dan 7.027
- FGM curved beam dapat digunakan pada kereta cepat dengan komposisi yang berbeda mengingat keuntungan dari FGM yang telah dijelaskan. Tentunya perlu dikembangkan lagi kedepannya agar dapat digunakan secara efektif.

5. Daftar Pustaka

- Antintas,Goekhan (2010) 'EFFECT OF MATERIAL PROPERTIES ON VIBRATIONS OF NONSYMMETRICAL AXIALLY LOADED THIN-WALLED EULER-BERNOULLI BEAMS'. Department of Mechanical Engineering Celal Bayar University, 45140 Muradiye, Manisa, Turkey.
- Chawla,Krishan K. (2011) 'Composite Materials Science and Engineering Third Edition' Department of Materials Science and Engineering University of Alabama at Birmingham. DOI 10.1007/978-0-387-74365-
- Miyamoto, Y., Kaysser, dkk. (1999) 'FUNCTIONALLY GRADED MATERIALS Design, Processing and Applications' Kluwer Academic Publishers. DOI 10.1007/978-1-4615-5301-4.
- Piovan, M.T., S.Domini (2012) 'In-plane and out-of-plane dynamics and buckling of functionally graded circular curved beams'. Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional-F.R.B.B. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2012.04.032>
- Filipich, Carlos P., Marcelo. (2010) 'The dynamics of thick curved beams constructed with functionally graded materials', *Centro de Investigaciones en Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional Bahía Blanca*. doi:10.1016/j.mechrescom.2010.07.007
- Hui, Shen-shen (2009) 'Functionally Graded Materials Nonlinear Analysis of Plates and Shells' International Standard Book Number-13: 978-1-4200-9256-1.
- Yang, F., Sedaghati, Esmailzadeh (2008) 'Free in-plane vibration of general curved beams using finite element method'. a Department of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia University. *Journal of Sound and Vibration* 318 (2008) 850–867.
- Belarbi MO, Houari MSA, Hirane H, Daikh AA, Bordas SPA. On the finite element analysis of functionally graded sandwich curved beams via a new refined higher order shear deformation theory. *Compos Struct* 2022;279. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.114715>.
- Hirai T, Chen L. Recent and prospective development of functionally graded materials in Japan. *Mater Sci Forum* 1999;308–311:509–14. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/msf.308-311.509>.
- Johri N, Agarwal G, Mishra RK, Thakur HC. FEM analysis of polymeric hybrid composites. *Mater Today Proc* 2022;57:383–90. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2021.12.248>.

-
- [11] Pydah A, Batra RC. Shear deformation theory using logarithmic function for thick circular beams and analytical solution for bi-directional functionally graded circular beams. *Compos Struct* 2017;172:45–60. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.03.072>.