

ANALISA DINAMIS STRUKTUR SAYAP PLAT PESAWAT UDARA DENGAN *EQUIVALENT PLATE MODEL*

*Cipta Nur Akbar¹, Ismoyo Haryanto², Achmad Widodo²

¹Mahasiswa Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

²Dosen Jurusan Teknik Mesin, Fakultas Teknik, Universitas Diponegoro

Jl. Prof. Sudharto, SH., Tembalang-Semarang 50275, Telp. +62247460059

*E-mail: cipta_nur_akbar@yahoo.com

Abstrak

Analisa merupakan hal yang penting dalam mendesain suatu struktur. Analisa digunakan sebagai prediksi awal yang digunakan untuk mengetahui apakah struktur yang dibuat dapat beroperasi pada kondisi operasi aktual dari struktur tersebut. Sekarang ini banyak berkembang metode analisa numerik yang digunakan untuk menganalisa suatu struktur. Metode analisa numerik yang digunakan biasanya dengan membagi komponen yang akan dianalisa menjadi element – element kecil yang biasa disebut metode elemen hingga. *Equivalent Plate Model* adalah metode analisa alternatif yang digunakan khusus untuk benda berbentuk plat, seperti *turbin blade* dan sayap pesawat terbang. *Equivalent Plate Model* dimana pada struktur tersebut akan dibagi menjadi beberapa segmen. Hasil analisa dari *Equivalent Plate Model* merupakan nilai yang bersifat kontinyu. Hasil analisa dinamis dari struktur sayap pesawat seperti frekuensi natural dan modus getar menggunakan *Equivalent Plate Model* jika dibandingkan dengan metode elemen hingga memiliki nilai error yang kecil pada struktur berbentuk plat dengan nilai error terbesar 1,09%.

Kata kunci: *Equivalent Plate Model*; metode elemen hingga; modus bentuk; frekuensi natural

Abstract

Analysis is important in designing a structure. Analysis is used as initial predictions that used to determine if the structure can be operated on the actual operating conditions of the structure. Now a days, many developing numerical analysis methods are used to analyze a structure. Numerical analysis used usually by dividing the components that will be analyzed into the smaller elements which is called finite element method. Equivalent Plate Model is an alternative analysis method that used specifically for plate-shaped objects, such as turbine blades and aircraft wings. In this method, the structure will be divided into sveral segments. Results of analysis of Equivalent Plate Model is a value that is continuous. The results of dynamic analysis of the aircraft wings structure such as the natural frequencies and mode shape using Equivalent Plate Model when compared to the Finite Element Method has a small error value on the plate-shaped structure with the largest error is 1,09%.

Keywords: *Equivalent Plate Model; Finite Element Method; mode shapes; natural frequency.*

1. Pendahuluan

Analisa merupakan hal yang penting dalam mendesain suatu struktur, karena sebelum membuat struktur nyata tersebut perlu diketahui parameter yang mempengaruhi struktur dan fenomena yang dialami oleh struktur tersebut. Analisa digunakan sebagai prediksi awal yang digunakan untuk mengetahui apakah struktur yang dibuat dapat beroperasi pada kondisi operasi aktual dari struktur tersebut. Hasil analisa digunakan untuk evaluasi dari desain yang dibuat apakah telah sesuai atau tidak sehingga menghindari dalam salah desain.

Sekarang ini banyak berkembang metode analisa numerik yang digunakan untuk menganalisa suatu struktur. Metode analisa numerik yang digunakan biasanya dengan membagi komponen yang akan dianalisa menjadi element – element kecil yang biasa kita kenal *Finite Element Methode*. *Finite Element Methode* biasanya digunakan untuk mengetahui distribusi tegangan, defleksi, frekuensi pribadi, dan modus getar pada suatu komponen. Namun, nilai dari hasil analisa menggunakan *Finite Element Methode* hanya terbaca pada titik nodal, sehingga ketika ingin mengetahui nilai disembarang titik pada struktur harus dilakukan interpolasi terlebih dahulu. Hal ini akan menjadi masalah ketika beban aerodinamika akan dilibatkan dalam analisis, karena beban tersebut tidak selalu bekerja tepat di titik nodal. Sekarang ini dikembangkan sebuah metode analisa alternatif khusus digunakan untuk benda berbentuk plat, seperti *turbin blade* dan sayap pesawat terbang. Metode ini disebut dengan *Equivalent Plate Model*.

Equivalent Plate Model yaitu suatu metode yang digunakan untuk menganalisa fenomena yang terjadi pada struktur yang berbentuk plat dengan cara membagi struktur tersebut menjadi beberapa segmen. Nilai hasil dari analisa

menggunakan *Equivalent Plate Model* merupakan nilai yang bersifat kontinu, sehingga ketika memerlukan nilai disembarang titik pada suatu struktur berbentuk plat tidak perlu dilakukan interpolasi terlebih dahulu, namun dapat terbaca langsung. *Equivalent Plate Model* merupakan metode yang sangat praktis dalam menganalisa struktur berbentuk plat.

Oleh karena itu, dalam penelitian ini akan dilakukan penyusunan program *Equivalent Plate Model* dengan software MatLAB yang bertujuan untuk penggunaan pada analisa *turbin blade* atau sayap pesawat. Program komputasi *Equivalent Plate Model* ini mencakup analisa frekuensi natural dan modus bentuk pada sayap pesawat kemudian dilakukan perbandingan hasil analisa dengan software *Finite Element Method* yaitu ANSYS.

2. Metode Penelitian

2.1 Diagram Alir Penelitian

Pada penelitian ini langkah-langkah pengujian mengacu pada diagram alir berikut :



Gambar 1. Diagram alir penelitian

2.2 Teori Regangan Pada Plat

Solusi dari plat yang mengalami deformasi statis atau dinamis dengan metode Reissner - Mindlin *Fisrt-order Shear Deformasi Teori* (FSDT), didasarkan pada dua asumsi untuk perpindahan bidang : (1) Garis normal pada permukaan tidak mengalami deformasi dengan permukaan tengah tetap menjadi garis lurus ; (2) Tegangan normal transversal dapat diabaikan terhadap hubungan konstitutif. Menurut asumsi ini, dan dengan asumsi linearitas, perpindahan bidang plat adalah diberikan sebagai :

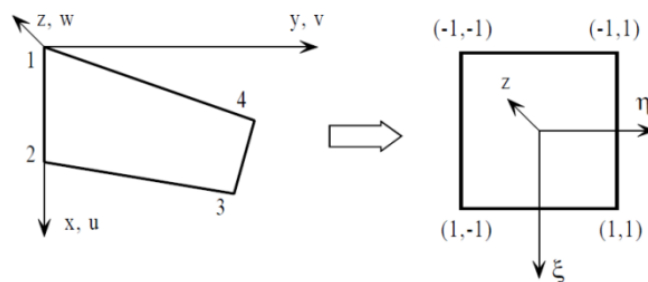
$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \quad (1)$$

Variabel u, v, w merupakan perpindahan masing – masing dalam arah x, y, z , tanda 0 mengacu pada jumlah yang terkait dengan bidang $z = 0$, ϕ_x dan ϕ_y adalah masing – masing rotasi terhadap sumbu y dan $-x$. Diasumsikan disini bahwa permukaan tengah plat mengalami tanpa atau dengan curvature yang sangat kecil, oleh karena itu $z = 0$ dapat dianggap permukaan tengah. Dari Persamaan diatas kita bisa mendapatkan regangan :

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial x} & \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial y} & \epsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \\ \gamma_{xy} &= 2\epsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial y} + \frac{\partial \phi_y}{\partial x} \right) \\ \gamma_{yz} &= 2\epsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \phi_y + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\ \gamma_{zx} &= 2\epsilon_{zx} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \phi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

2.3 Penyusunan Program MATLAB

Transformasi plat digunakan untuk mempermudah perhitungan, transformasi dari (x, y) ke (ξ, η) dilakukan dengan konfigurasi plat pada bidang (x, y) yang ditransformasikan ke persegi pada bidang (ξ, η) , sebagai ditunjukkan pada Gambar. 2 Konfigurasi plat pada (x, y) bidang dapat menjadi segiempat, dari mana kasus khusus, trapesium miring, sering digunakan dalam konfigurasi sayap pesawat



Gambar 2 Tranformasi plat [1]

Transformasi plat dapat diformulasikan dengan :

$$x = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)x_i \quad y = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta)y_i$$

dimana :

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= 0,25 (1 - \xi)(1 - \eta) & N_2(\xi, \eta) &= 0,25(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3(\xi, \eta) &= 0,24(1 + \xi)(1 + \eta) & N_4(\xi, \eta) &= 0,25(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad (3)$$

dari Persamaan (3) didapat matriks Jacobian yang merupakan turunan dari koordinat x, y masing masing terhadap ξ, η , matriks Jacobian adalah sebagai berikut:

$$[J]^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial x}{\partial \eta} \\ -\frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix}}{|J|} = \frac{1}{|J|} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{12} \\ \bar{J}_{21} & \bar{J}_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Berdasarkan Persamaan (1) pada plat dengan asumsi bidang $z = 0$ maka persamaan yang harus ada yaitu $u_0, v_0, w_0, \phi_x, \phi_y$ yang didapat dari persamaan berikut :

$$\begin{aligned} u_0 &= \{B_{IJ}\}^T \{q_U\} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J U_{ij}(t) B_i(\xi) B_j(\eta) \\ v_0 &= \{B_{KL}\}^T \{q_V\} \sum_{i=1}^K \sum_{l=1}^L V_{kl}(t) B_k(\xi) B_l(\eta) \\ w_0 &= \{B_{MN}\}^T \{q_W\} \sum_{i=1}^M \sum_{n=1}^N W_{mn}(t) B_m(\xi) B_n(\eta) \\ \phi_x &= \{B_{PQ}\}^T \{q_X\} \sum_{i=1}^P \sum_{q=1}^Q X_{pq}(t) B_p(\xi) B_q(\eta) \\ \phi_y &= \{B_{RS}\}^T \{q_Y\} \sum_{i=1}^R \sum_{s=1}^S Y_{rs}(t) B_r(\xi) B_s(\eta) \end{aligned} \quad (5)$$

atau

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = \{ \{B_{IJ}\}^T, \{B_{KL}\}^T, \{B_{MN}\}^T, \{B_{PQ}\}^T, \{B_{RS}\}^T \} \begin{Bmatrix} \{q_U\} \\ \{q_V\} \\ \{q_W\} \\ \{q_X\} \\ \{q_Y\} \end{Bmatrix} = \{B\}^T \{q\} \quad (6)$$

dimana I, J, K, L, M, N, P, Q, R, dan S adalah integer

$$\{q\} = \{ \{q_U\}^T, \{q_V\}^T, \{q_W\}^T, \{q_X\}^T, \{q_Y\}^T \}^T \quad \{q_U\} = \{U_{11}, U_{12}, \dots, U_{1J}, U_{21}, \dots, U_{2J}, \dots, U_{I1}, \dots, U_{IJ}\}^T$$

$$\{q_V\} = \{V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1L}, V_{21}, \dots, V_{2L}, \dots, V_{K1}, \dots, V_{KL}\}^T \{q_W\} = \{W_{11}, W_{12}, \dots, W_{1N}, W_{21}, \dots, W_{2N}, \dots, W_{M1}, \dots, W_{MN}\}^T$$

$$\{q_X\} = \{X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1Q}, X_{21}, \dots, X_{2Q}, \dots, X_{P1}, \dots, X_{PQ}\}^T \quad \{q_Y\} = \{Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1S}, Y_{21}, \dots, Y_{2S}, \dots, Y_{R1}, \dots, Y_{RS}\}^T$$

$$\{B\} = \{ \{B_{IJ}\}^T, \{B_{KL}\}^T, \{B_{MN}\}^T, \{B_{PQ}\}^T, \{B_{RS}\}^T \}^T$$

$$\{B_{\mu\nu}\} = \{B_1(\xi)B_2(\eta), \dots, B_\mu(\xi)B_\nu(\eta)\}^T$$

$$\mu\nu = IJ, KL, MN, PQ, RS$$

• Matriks Kekakuan

Matriks kekakuan didapat dengan dari persamaan energi regangan, matriks kekakuan ini sangat penting kaitannya dengan analisa dinamik dari program komputasi *Equivalent Plate Model*. Berdasarkan persamaan *strain energi* didapat persamaan sebagai berikut [2] :

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} dV \quad (7)$$

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{\varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV \quad (8)$$

dimana matriks [D] merupakan matriks konstitutif dan matriks $\{\varepsilon\}$ merupakan matriks regangan, matriks $\{\varepsilon\}$ dalam fungsi x, y dicari dengan menggunakan matriks Jacobian yang telah diolah sehingga regangannya menjadi fungsi ξ, η . Tranformasi dari matriks regangan fungsi x, y kedalam fungsi ξ, η dapat dilihat pada persamaan berikut :

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} = ([J]^T)^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = ([J]^{-1})^T \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{12} \\ \bar{J}_{21} & \bar{J}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

sehingga matriks $\{\varepsilon\}$ didapat sebagai berikut

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & z\bar{J}_{11} & z\bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{J}_{12} & \bar{J}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & z\bar{J}_{12} & z\bar{J}_{22} & 0 & 0 \\ \bar{J}_{11} & \bar{J}_{22} & \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & z\bar{J}_{12} & z\bar{J}_{22} & z\bar{J}_{11} & z\bar{J}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{J}_{12} & \bar{J}_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{J}_{11} & \bar{J}_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \{\bar{\varepsilon}\} = [T]\{\bar{\varepsilon}\} \quad (10)$$

$$\{\bar{\varepsilon}\} = \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial \xi}, \frac{\partial u_0}{\partial \eta}, \frac{\partial v_0}{\partial \xi}, \frac{\partial v_0}{\partial \eta}, \frac{\partial w_0}{\partial \xi}, \frac{\partial w_0}{\partial \eta}, \frac{\partial \phi_x}{\partial \xi}, \frac{\partial \phi_x}{\partial \eta}, \frac{\partial \phi_y}{\partial \xi}, \frac{\partial \phi_y}{\partial \eta}, \phi_x, \phi_y \right\}^T = [C]\{q\} \quad (11)$$

dimana

$$[C] = \begin{bmatrix} [B_{IJ\xi\eta}] & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [B_{KL\xi\eta}] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & [B_{MN\xi\eta}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [B_{PQ\xi\eta}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & [B_{RS\xi\eta}] \\ 0 & 0 & 0 & \{B_{PQ}\}^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \{B_{RS}\}^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$[B_{\mu\nu\xi\eta}] = \begin{bmatrix} B'_1(\xi)B_1(\eta) & B'_1(\xi)B_2(\eta) & \cdots & B'_\mu(\xi)B_\nu(\eta) \\ B_1(\xi)B'_1(\eta) & B_1(\xi)B'_2(\eta) & \cdots & B_\mu(\xi)B'_\nu(\eta) \end{bmatrix}$$

$$\{B_{\mu\nu}\} = \{B_1(\xi)B_1(\eta) \quad B_1(\xi)B_2(\eta) \quad \cdots \quad B_\mu(\xi)B_\nu(\eta)\}^T$$

$\mu\nu = IJ, KL, MN, PQ, RS$

dengan mensubstitusi Persamaan (10) didapat persamaan berikut

$$U = \frac{1}{2} \iiint_V \{q\}^T [C]^T [T]^T [D] [T] [C] \{q\} dV \quad (13)$$

sehinga persamaan matriks [K] yang diperoleh dari persamaan *strain energi* yaitu sebagai berikut :

$$[K] = \iiint_V [C]^T [T]^T [D] [T] [C] dV \quad (14)$$

- Matriks Massa

Matriks massa didapat dengan dari persamaan energi kinetik, selain matriks kekakuan, matriks massa ini juga sangat penting kaitannya dengan analisa dinamik dari program komputasi *Equivalent Plate Model*. Berdasarkan persamaan energi kinetik didapat persamaan sebagai berikut :

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho v^{-2} dV = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \{\bar{v}\}^T \{\bar{v}\} dV \quad (15)$$

dimana matriks kecepatan $\{\bar{v}\}$ merupakan turunan pertama dari matriks perpindahan $\{\bar{d}\}$ terhadap waktu yang diperoleh dari persamaan berikut :

$$\{\bar{v}\} = \left\{ \frac{\partial \bar{d}}{\partial t} \right\} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial t} + z \frac{\partial \phi_x}{\partial t} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} + z \frac{\partial \phi_y}{\partial t} \\ \frac{\partial w_0}{\partial t} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial t} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} \\ \frac{\partial w_0}{\partial t} \\ \frac{\partial \phi_x}{\partial t} \\ \frac{\partial \phi_y}{\partial t} \end{pmatrix} = [Z][H]\{\dot{q}\} \quad (16)$$

dimana matriks [Z] yaitu sebagai berikut :

$$[Z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

dan matriks [H] yaitu sebagai berikut :

$$[H] = \text{diag} (\{B_{IJ}\}^T, \{B_{KL}\}^T, \{B_{MN}\}^T, \{B_{PQ}\}^T, \{B_{RS}\}^T) \quad (18)$$

$$\{B_{\mu\nu}\} = \{B_1(\xi)B_2(\eta), \dots, B_\mu(\xi)B_\nu(\eta)\}^T$$

$$\mu\nu = IJ, KL, MN, PQ, RS$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (16)maka didapat persamaan energi kinetik sebagai berikut :

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho \{\dot{q}\}^T [H]^T [ZZ] [H] \{\dot{q}\} dV \quad (19)$$

dimana matriks [ZZ] adalah perkalian matriks [Z] dengan matriks [Z] transpose

$$[ZZ] = [Z]^T [Z] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ z & 0 & 0 & z^2 & 0 \\ 0 & z & 0 & 0 & z^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

sehingga nilai matriks [M] yang didapat dari persamaan energi kinetik adalah sebagai berikut [3] :

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M] \{\dot{q}\} \quad (21)$$

$$[M] = \frac{1}{2} \iiint_V \rho [H]^T [ZZ] [H] dV \quad (22)$$

- Matriks Kekakuan dan Massa Sayap Plat

Nilai matriks kekakuan dan matriks massa pada plat didapat dengan persamaan berikut :

$$[K_{strain}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\int_{-\frac{1}{2}t}^0 [C]^T [T]^T [D] [T] [C] \cdot |J| dz + \int_0^{+\frac{1}{2}t} [C]^T [T]^T [D] [T] [C] \cdot |J| dz \right) d\xi d\eta \quad (23)$$

Nilai matriks kekakuan dan matriks massa pada plat didapat dengan persamaan berikut :

$$[M_{total}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \left(\int_{-\frac{1}{2}t}^0 \rho [H]^T [ZZ] [H] \cdot |J| dz + \int_0^{+\frac{1}{2}t} \rho [H]^T [ZZ] [H] \cdot |J| dz \right) d\xi d\eta \quad (24)$$



Gambar 3. Tebal plat (t)

dengan menghitung persamaan matriks kekakuan dan matriks massa diatas didapatkan $[K_{strain}]$ dan $[M_{total}]$. Matriks kekakuan total didapatkan dengan menjumlahkan hasil matriks kekakuan *strain* dengan matriks kekakuan pada kondisi batas yaitu matriks kekakuan *spring*. Kondisi batas *clamped supported* didekatkan dengan *simply supported* pada *Equivalent Plate Model* dengan memberikan kekakuan yang sangat tinggi pada bagian *root* nya yaitu sebesar 1.E+14 dengan menggunakan polinom Chebyshev sebanyak 12.

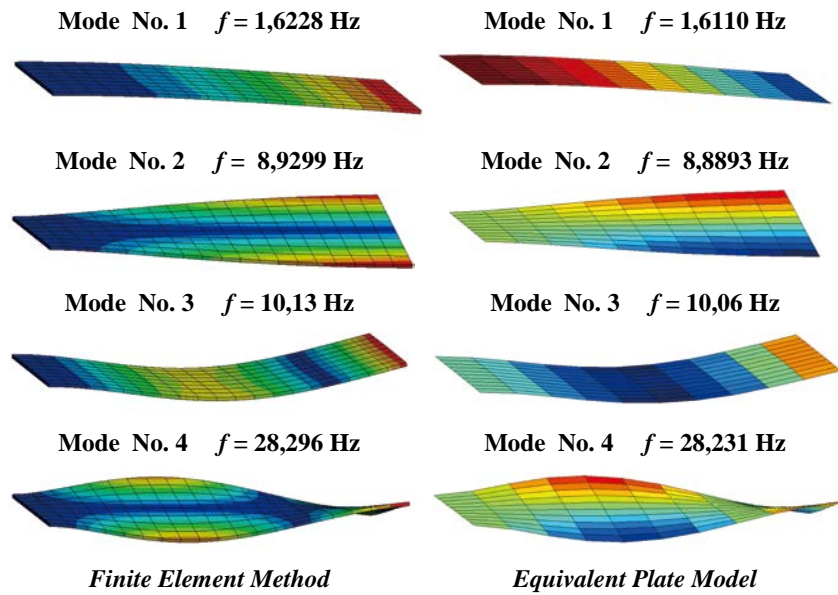
Analisa getaran bebas pada struktur sayap plat seperti frekuensi pribadi dan modulus getarnya didapatkan dengan mencari nilai *eigenvalues* ($\lambda = \omega^2$) dan *eigenvectors* $\{x\}$ dari Persamaan (25)

$$[K_{total} - \lambda M_{total}] \{x\} = 0 \quad (25)$$

3. Hasil dan Pembahasan

Geometri dan material yang digunakan pada kasus plat persegi panjang yaitu : span = 4,88 meter, root = tip =1,83 meter, tebal plat = 0,0457 meter, densitas = 2700 kg/m³, modulus Young = 7. E+10, Poisson rasio $\nu = 0,3$ [4].

Gambar 4 menunjukkan untuk modulus getar 1 yaitu terjadi kesamaan nilai frekuensi pribadi dan modulus getar antara EPM sebesar 1,6110 Hz dan FEM sebesar 1,6228 Hz dengan modulus getar lentur pertama. Modus getar 2 memiliki kesamaan nilai frekuensi pribadi dan modulus getar antara EPM sebesar 8,8893 Hz dan FEM sebesar 8,9299 Hz modulus getar lentur kedua yang. Modus getar 3 memiliki kesamaan nilai frekuensi pribadi dan modulus getar antara EPM sebesar 10,06 Hz dan FEM 10,13 Hz modulus getar puntir pertama. Modus getar 4 memiliki kesamaan nilai frekuensi pribadi dan modulus getar antara EPM sebesar 28,296 Hz dan FEM sebesar 28,231 Hz modulus getar lentur ketiga.



Gambar 4. Frekuensi pribadi dan modus getar sayap plat persegi panjang

4. Kesimpulan

Equivalent Plate Model dapat diterapkan pada struktur berbentuk plat, hasil analisa EPM dan FEM pada kasus sayap plat persegi panjang memiliki nilai *error* sebesar 1.09%. *Error* terjadi karena dalam program EPM asumsi pada daerah *root* dengan memberikan nilai kekakuan pegas yang tinggi sedangkan pada program FEM pada daerah *root* dijadikan *fixed support* geometri.

5. Daftar Pustaka

- [1] Liu, Y., 2000, *Efficient Methods for Structural Analysis of Built-Up Wings*, Ph.D Thesis, Aerospace Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia.
- [2] Hibbeler, R.C., 2011, *Mechanics of Materials 8th Edition*, Pearson Prentice Hall, United States of America.
- [3] He, J. and Fu, Z., 2001, *Modal Analysis*, Planta Tree, London, England.
- [4] Nur Akbar, Cipta., 2015, *Analisa Dinamis Struktur Wing Box Pesawat Udara Dengan Equivalent Plate Model*, Tugas Akhir Sarjana, Jurusan Teknik Mesin, Universitas Diponegoro, Semarang