

# Hyun-woo Jae

## Jurnal Huda FIX Revisi 2

3. 논문 및 과제 검사 - 검사 후 Turnitin DB 미 저장 (Originality Check - No Repository)

### Document Details

Submission ID

trn:oid::3618:139364395

Submission Date

18 May 2026, 10:36 GMT+7

Download Date

18 May 2026, 10:38 GMT+7

File Name

Jurnal Huda FIX Revisi 2.pdf

File Size

589.4 KB

11 Pages

4,241 Words

23,876 Characters




# 22% Overall Similarity

The combined total of all matches, including overlapping sources, for each database.

## Filtered from the Report

- ▶ Bibliography
- 

## Top Sources

- 18%  Internet sources
  - 10%  Publications
  - 9%  Submitted works (Student Papers)
-

## Top Sources

- 18% Internet sources
- 10% Publications
- 9% Submitted works (Student Papers)

## Top Sources

The sources with the highest number of matches within the submission. Overlapping sources will not be displayed.

1	Internet	repository.its.ac.id	9%
2	Student papers	Universitas Diponegoro on 2024-05-20	2%
3	Publication	Zhi Zhang, Ruochen Mei, Changlin Mei. "Estimation and inference of multi-effect ...	1%
4	Publication	Desy Wasani, Purhadi, Sutikno. "Parameter estimation and hypothesis testing of...	1%
5	Internet	airdrive.eventsair.com	<1%
6	Internet	ejournal3.undip.ac.id	<1%
7	Student papers	Universitas Brawijaya on 2017-07-18	<1%
8	Student papers	University of Sheffield on 2024-10-03	<1%
9	Publication	Meylita Sari, Sutikno, Purhadi. "Parameter estimation and hypothesis testing of ...	<1%
10	Publication	NARITA YURI ADRIANINGSIH, ANDREA TRI RIAN DANI. "ESTIMASI MODEL REGRESI...	<1%
11	Internet	eprints.unram.ac.id	<1%

12	Internet	adoc.pub	<1%
13	Internet	jurnal.pknstan.ac.id	<1%
14	Publication	Gisele de Oliveira Maia, Glaura da Conceição Franco. "Generalized additive model...	<1%
15	Student papers	UIN Sunan Gunung Djati Bandung on 2026-05-08	<1%
16	Publication	Christin Ningrum, Purhadi ., Sutikno .. "Parameter Estimation and Hypothesis Tes...	<1%
17	Internet	dokumen.pub	<1%
18	Publication	Mawadah Putri Islamiati, Purhadi Purhadi, Wibawati Wibawati. "Parameter Estim...	<1%
19	Publication	Setyorini Indah Purwanti, Sutikno, Purhadi. "Parameter estimation and hypothe...	<1%
20	Student papers	Universitas Diponegoro on 2020-05-18	<1%
21	Internet	www.digibib.tu-bs.de	<1%
22	Internet	www.dri.co.jp	<1%
23	Publication	Masahiko Sato. "Theory of Symbolic Expressions, II", Publications of the Research...	<1%
24	Internet	ojs.unm.ac.id	<1%
25	Internet	repository.pertanian.go.id	<1%

26	Internet	www.researchgate.net	<1%
27	Internet	www.ses.wsu.edu	<1%
28	Publication	Purhadi, Sutikno, Sarni Maniar Berliana, Dewi Indra Setiawan. "Geographically w...	<1%
29	Publication	Tria Sulistyaningsih, Purhadi Purhadi, Shofi Andari. "Three-parameter log-logistic ...	<1%
30	Student papers	Universitas Sultan Ageng Tirtayasa on 2023-08-10	<1%
31	Publication	Anita Rahayu, Purhadi, Sutikno, Dedy Dwi Prastyo. "Trivariate gamma regressio...	<1%
32	Publication	Xin Zheng, Zhaoping Yang, Xiaoyao Zhang, Tian Wang, Xiaodong Chen, Cuirong W...	<1%



## ESTIMASI PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPOTESIS MODEL GEOGRAPHICALLY AND TEMPORALLY WEIGHTED LOG LOGISTIC 3- PARAMETER REGRESSION

Nur Huda<sup>1\*</sup>, Purhadi<sup>2</sup>, Tintrim Dwi Ary Widhianingsih<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Analitika Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember

\*e-mail : [nurhudamustari@gmail.com](mailto:nurhudamustari@gmail.com)

DOI: 10.14710/J.GAUSS.XX.X.XX-XX

### Article Info:

Received:  
Accepted:  
Available Online:

### Keywords:

LL3R; GTWLL3R;  
MLE; Spatio-Temporal;  
Newton Raphson

**Abstract:** Geographically and Temporally Weighted Three-Parameter Log-Logistic Regression (GTWLL3R) is a local regression model developed to analyze spatial-temporal heterogeneous data using the flexibility of the three-parameter log-logistic distribution. Unlike global regression models that assume constant parameters across observations, GTWLL3R allows model parameters to vary across locations and time periods. Previous studies have developed Geographically and Temporally Weighted Regression (GTWR), but none have incorporated the three-parameter log-logistic distribution. This study addresses this gap by developing the GTWLL3R model and deriving its parameter estimation and hypothesis testing procedures. The objective of this study is to estimate local parameters and evaluate their significance in spatial-temporal data. Parameter estimation is performed using Maximum Likelihood Estimation (MLE) with spatio-temporal weights. Because the weighted log-likelihood derivatives do not have closed-form solutions, the Newton-Raphson algorithm is used to obtain parameter estimates, which produces the deviance statistic  $G_{GTWLL3R}^2$ , and partially using the Z-test to assess the significance of  $\beta_j(u_i, v_i, t_i)$ ,  $\sigma(u_i, v_i, t_i)$ , and  $\psi$ . The proposed model offers a more flexible framework for analyzing spatial-temporal heterogeneous data.

## 1. PENDAHULUAN

Distribusi Log-Logistic 3-Parameter (LL3D) merupakan perluasan dari distribusi Log-Logistik 2-Parameter dengan penambahan satu parameter bentuk untuk dapat mengontrol karakteristik-karakteristik seperti simetri, skewness, kurtosis, atau bentuk umum dari distribusi tersebut (V, 1988). Namun, pendekatan klasik dalam regresi seperti LL3R pada umumnya bersifat global, yang berarti bahwa parameter model dianggap konstan di seluruh wilayah studi. Hal ini menjadi kurang tepat dalam konteks geografis seperti di Indonesia, maka efek spasial perlu diperhitungkan dalam analisis data.

Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, dikembangkan *Geographically Weighted Log-Logistic 3-Parameter Regression* (GWLL3R) yang mengintegrasikan distribusi Log-Logistic 3-Parameter dengan pendekatan *Geographically Weighted Regression* (GWR). Model ini memungkinkan parameter regresi diestimasi secara lokal pada setiap titik observasi dengan memanfaatkan fungsi *kernel* sebagai bobot, sehingga mampu menangkap heterogenitas spasial. Dengan demikian, GWLL3R memberikan fleksibilitas yang lebih baik dibandingkan LL3R karena parameter tidak lagi bersifat global, melainkan bervariasi antarwilayah.

Penelitian (Mawadah et al., 2025) mengembangkan *Geographically Weighted Log-Logistic 3-Parameter Regression* (GWLL3R) untuk estimasi parameter secara spasial, tetapi masih kekurangan komponen temporal yang eksplisit. Akibatnya, tidak ada model yang

8  
13

secara komprehensif mengatasi masalah distribusi data kontinu yang bersifat non-negatif dan memiliki kemencengan ke kanan (right-skewed) dan heterogenitas spasial-temporal secara bersamaan. Untuk mengatasi keterbatasan tersebut, (Huang et al., 2010) dan (Brunsdon et al., 1996) mengembangkan *Geographically and Temporally Weighted Regression (GTWR)*, yaitu model yang mengintegrasikan aspek spasial dan temporal secara simultan melalui matriks pembobot berbasis jarak spasial dan waktu. Model GTWR mampu menangkap heterogenitas spasial-temporal sehingga estimasi parameter menjadi lebih adaptif terhadap perubahan lokasi dan periode pengamatan.

16  
32  
5  
5

GTWR telah terbukti efektif dalam menganalisis data dinamis yang memiliki heterogenitas spasial dan temporal. Untuk memperluas cakupan GTWR pada respons univariat yang tidak berdistribusi normal, telah dikembangkan berbagai model, seperti *Geographically and Temporally Weighted Bivariate Negative Binomial Regression (GTWBNBR)* (Ningrum, 2024), *Geographically and Temporally Weighted Bivariate Weibull Regression (GTWBWR)* (Prasetya, 2024), *Geographically Temporally Weighted Negative Binomial Regression (GTWNBR)* (Nurhidaya et al., 2023), *Geographically and Temporally Weighted Bivariate Poisson Inverse Gaussian Regression (GTWBPIGR)* (Sari et al., 2021), *Geographically and Temporally Weighted Bivariate Generalized Poisson Regression (GTWBGPR)* (Purwanti et al., 2021), *Geographically and temporally weighted multivariate generalised gamma regression (GTWMGGR)* (Yasin et al., 2025) serta *Geographically and Temporally Weighted Bivariate Gamma Regression (GTWBGR)* (Wasani et al., 2021). Meskipun model-model tersebut lebih mampu menangani data yang bersifat skewed dibandingkan model Gaussian, sebagian besar masih terbatas pada distribusi dua parameter. Keterbatasan ini menyebabkan model kurang fleksibel dalam menangkap bentuk hazard yang kompleks atau kurtosis ekstrem yang sering ditemukan pada data ekonomi regional (Arthur, 1995).

5

Sebagai solusi untuk keterbatasan ini, penelitian ini mengusulkan model *Geographically and Temporally Weighted Regression Log Logistik 3 Parameter (GTWLL3R)*. GTWLL3R adalah pengembangan lebih lanjut dari GTWR yang memanfaatkan *log logistic* berbasis tiga parameter untuk data spasial-temporal. Dengan pendekatan ini, GTWLL3R mampu mengakomodasi variasi distribusi data antar lokasi dan periode waktu sekaligus, sehingga cocok untuk data yang bersifat heterogen baik secara spasial maupun temporal serta tidak mengikuti distribusi normal. Keunggulan GTWLL3R terletak pada kemampuannya memberikan estimasi parameter yang adaptif terhadap perbedaan pola data di ruang dan waktu, sehingga menghasilkan model prediksi yang lebih presisi.

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model *Geographically and Temporally Weighted Log-Logistic 3-Parameter Regression (GTWLL3R)* memperoleh metode estimasi parameter lokal berbasis *Maximum Likelihood Estimation (MLE)* melalui matriks pembobot kernel gaussian adaptif berdasarkan jarak spasial dan temporal, dengan optimasi menggunakan Algoritma *Newton Raphson* serta pengujian hipotesis menggunakan MLRT menghasilkan statistik uji  $Z$ . Kebaruan penelitian ini terletak pada pengembangan model GTWLL3R yang mengintegrasikan distribusi Log-Logistic 3-Parameter dengan pendekatan regresi spasial-temporal berbobot lokal. Berbeda dengan penelitian sebelumnya yang hanya mempertimbangkan aspek spasial atau menggunakan distribusi umum, model yang diusulkan mampu mengakomodasi heterogenitas spasial-temporal sekaligus menangani data dengan skewness dan pola distribusi kompleks. Dengan demikian, model GTWLL3R diharapkan mampu memberikan estimasi dan prediksi yang lebih akurat dibandingkan model regresi global, GWLL3R, maupun GTWR konvensional.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### Distribusi LL3R

Distribusi *Log Logistic* 3 parameter sendiri merupakan bentuk lanjutan dari distribusi *Log-Logistic* dua parameter, yang diperluas menjadi tiga parameter. Tiga parameter tersebut mencakup:  $\psi$  sebagai parameter bentuk yang menentukan karakteristik bentuk distribusi;  $\sigma$  sebagai parameter skala yang mengatur lebar atau penyebaran distribusi; serta  $\mu$  sebagai parameter lokasi yang menggeser distribusi secara horizontal (Shehata et al., 2022).

Misalkan  $Y$  adalah variabel random yang berdistribusi LL3D dengan parameter  $(\psi, \mu, \sigma)$  memiliki fungsi kepadatan probabilitas (PDF)(Singh et al., 1993) pada persamaan berikut

$$f(y|\psi, \mu, \sigma) = \begin{cases} \frac{\psi}{\sigma^\psi} (y-\mu)^{\psi-1} \\ (1 + ((\frac{y-\mu}{\sigma})^\psi)^2, \sigma > 0, \psi > 1, y > \mu \\ 0, y < \mu \end{cases} \tag{1}$$

### Model Regresi LL3R

Model regresi LL3R dapat dibangun berdasarkan parameter yang digunakan. Penelitian ini menggunakan parameter lokasi sebagai model regresi dan memiliki bentuk sebagai berikut

$$\ln(\mu) = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} \Rightarrow \mu = \exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}) \tag{2}$$

Fungsi kepadatan peluang dari model LL3R (Sulistyaningsih, 2024) pada persamaan berikut

$$f(y_i|\psi, \boldsymbol{\beta}, \sigma) = \tag{3}$$

$$\left( \frac{\psi}{\sigma^\psi} (y_i - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}))^{\psi-1} \right) \left( 1 + \left( \frac{y_i - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{\sigma} \right)^\psi \right)^{-2}$$

dimana  $\psi > 1$  sebagai parameter bentuk,  $\sigma > 0$  sebagai parameter skala dan  $y_i > \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})$  untuk  $i = 1, 2, \dots, n$

### Geographically Weighted Log-Logistik 3-Parameter Regression

Model GWLL3R merupakan pengembangan dari model regresi *Log Logistic* dengan mempertimbangkan efek spasial  $(u_i, v_i)$ . Parameter yang dihasilkan oleh model GWLL3R sifatnya lokal, sehingga parameter lokal hanya berlaku pada wilayah tertentu.

Model GWLL3R pada lokasi ke- $i$  ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$\mu_i = \exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)); i = 1, 2, \dots, n \tag{4}$$

Misalkan  $\theta_{GWLL3R}^i = [(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))^T \psi_i \sigma(u_i, v_i)]^T$  maka fungsi PDF untuk model GWLL3R pada Lokasi ke- $i$  ditunjukkan seperti pada persamaan (5)

$$f(y_i|\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i), \psi, \sigma(u_i, v_i)) = \tag{5}$$

$$\left( \frac{\psi}{(\sigma(u_i, v_i))^\psi} (y_i - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i)))^{\psi-1} \right) \left( 1 + \left( \frac{y_i - \exp(\mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}(u_i, v_i))}{\sigma(u_i, v_i)} \right)^\psi \right)^{-2}$$

### Geographically and Temporally Weighted Log-Logistik 3-Parameter Regression

Model GTWLL3R merupakan pengembangan dari model LL3R dengan mempertimbangkan efek spasial dan temporal. Berdasarkan persamaan (3) maka fungsi kepadatan peluang adalah sebagai berikut:

$$Y \sim GTWLLR(\boldsymbol{\beta}(u_i, v_i, t_{il}), \psi_l, \sigma_l(u_i, v_i, t_{il}))$$

$$f(y_{il} | \beta_l(u_i, v_i, t_{il}), \psi_l, \sigma_l(u_i, v_i, t_{il})) = \tag{6}$$

$$\prod_{l=1}^L \prod_{i=1}^n \left( \frac{\psi_l}{(\sigma_l(t_i))^{\psi_l}} (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i)))^{\psi_l - 1} \right) \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i))}{\sigma_l(t_i)} \right)^{\psi_l} \right)^{-2}$$

dengan  $y_{il} \geq \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i, v_i, t_{il}))$ ;  $\beta_l(u_i, v_i, t_{il}), \psi_l, \sigma_l(u_i, v_i, t_{il})$ ;  $l = 1, 2, \dots, L$ ;  $i = 1, 2, \dots, n$

Indeks  $l$  menunjukkan periode. Estimasi parameter pada GTWLL3R dengan metode MLE dilakukan bertahap pada setiap periode dengan ikut menyertakan amatan periode sebelumnya. Penaksiran parameter periode ke- $l$  menggunakan sejumlah  $n$  data pada periode ke-1. Penaksiran parameter pada periode ke-2 menggunakan sejumlah  $n$  data pada periode ke-1 dan  $n$  sampel data pada periode ke-2. Penaksiran parameter pada periode ke- $L$  menggunakan sejumlah  $n$  data pada periode ke-1, periode ke-2, hingga periode ke- $L$ .

### 3. METODE PENELITIAN

#### Penaksiran Parameter Model GTWLL3R

Pemodelan GTWLL3R secara bertahap setiap periode, pada sebanyak  $L$  periode. Langkah-langkah mendapatkan penaksiran parameter sebagai berikut.

Dalam menaksir  $\beta_l(u_i, v_i, t_i), \psi_l$  dan  $\sigma_l(u_i, v_i, t_i)$  diperlukan  $n$  sampel random maka:

$$\begin{aligned} w_{ii^*1} &= h_1(d_{ii^*1}); d_{ii^*1} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2 + \delta_L(1 - L)^2} \\ w_{ii^*2} &= h_2(d_{ii^*2}); d_{ii^*2} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2 + \delta_L(2 - L)^2} \\ w_{ii^*3} &= h_3(d_{ii^*3}); d_{ii^*3} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2 + \delta_L(3 - L)^2} \\ &\vdots \\ w_{ii^*L} &= h_L(d_{ii^*L}); d_{ii^*L} = \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2 + \delta_L(L - L)^2} \\ &= \sqrt{(u_i - u_{i^*})^2 + (v_i - v_{i^*})^2} \end{aligned}$$

langkah-langkah untuk memperoleh penaksir parameter adalah sebagai berikut.

- a. Membentuk fungsi likelihood model GTWLL3R
- b. Membentuk fungsi  $\ln$  likelihood
- c. Mengalikan  $L(\theta_{l^*, GTWLL3R})$  dengan pembobot spasial-temporal  $w_{ii^*l}$
- d. Memaksimumkan  $L(\theta_{l^*, GTWLL3R})$  dengan mencari turunan pertama terhadap parameter di lokasi ke- $i^*$  periode ke- $L$ , dan menyamadengankan turunan pertama dengan nol.

$$\frac{\partial L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \beta_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})} = 0, \frac{\partial L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \psi_l} = 0, \frac{\partial L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \sigma_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})} = 0$$

- e. Apabila langkah (d) menghasilkan persamaan yang tidak *closed form* maka dilakukan iterasi numerik menggunakan metode *Newton Raphson*. Vektor gradien  $g(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)})$  merupakan vektor turunan pertama fungsi  $\ln$  likelihood model GTWLL3R dan membuat matriks  $H(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)})$  yang elemen didalamnya terdiri dari hasil turunan kedua dari fungsi  $\ln$  likelihood

- f. Nilai taksiran awal parameter  $\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(0)} = [\hat{\beta}_{(0)}^T \quad \hat{\psi}_{(0)} \quad \hat{\sigma}_{(0)}]^T$  dimulai dari  $m = 0$  pada persamaan

$$\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m+1)} = \hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)} - H^{-1}(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)}) g(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)}) \tag{7}$$

dimana  $\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)}$  adalah estimasi ketika  $m$  kali iterasi

- g. Iterasi berhenti jika  $\|\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m+1)} - \hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}\| < \varepsilon$ , dimana  $\varepsilon$  merupakan sebuah bilangan positif yang sangat kecil.
- h. Didapatkan penaksir parameter  $\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R} = \hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}$
- i. Didapatkan  $\widehat{cov}(\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}) = -H^{-1}(\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)})$
- j. Didapatkan juga  $\widehat{var}(\hat{\beta}_j(u_i, v_i, t_i))$  adalah elemen diagonal yang bersesuaian dari  $\widehat{cov}(\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R})$
- k. Didapatkan juga  $Se(\hat{\beta}_j(u_i, v_i, t_i)) = \sqrt{\widehat{var}(\hat{\beta}_j(u_i, v_i, t_i))}$

### Pengujian Hipotesis Model GTWLL3R

Berikut merupakan uraian langkah-langkah pengujian serentak.

- i. Hipotesis yang digunakan yaitu :  
 $H_0: \beta_{1l}(u_i, v_i, t_i) = \beta_{2l}(u_i, v_i, t_i) = \dots = \beta_{jl}(u_i, v_i, t_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n$   
 $H_1: \text{minimal terdapat satu } \beta_{jl}(u_i, v_i, t_i) \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$
- ii. Menentukan himpunan parameter dibawah  $H_0 (L(\hat{\omega}_{lGTWLL3R}))$  dan fungsi likelihood dibawah populasi  $L(\hat{\Omega}_{lGTWLL3R})$ .
- iii. Menentukan  $L(\omega_{l^*,GTWLL3R})$  yaitu  $\ln$  likelihood dibawah  $H_0$  yang dikalikan dengan pembobot spasial-temporal  $w_{i^*l}$  untuk mendapatkan penaksir parameter dibawah  $H_0$  untuk setiap lokasi ke- $i$  pada periode ke- $l$ .
- iv. Memaksimumkan  $L(\omega_{l^*,GTWLL3R})$  dengan mencari turunan pertama terhadap parameter-parameternya kemudian disama dengankan nol.
- v. Hasil turunan langkah ke-iv menghasilkan persamaan yang tidak *closed form* sehingga diselesaikan dengan iterasi *Newton Rhapson* dengan persamaan sebagai berikut.

$$\hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m+1)} = \hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m)} - H^{-1}(\hat{\theta}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m)}) g(\hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m)})$$

Dimana

$$\hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m)} = [\hat{\beta}_{\omega 0}(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})_{(m)}^T \quad \hat{\psi}_{\omega(m)} \quad \hat{\sigma}_{\omega}(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})_{(m)}]^T$$

merupakan vektor parameter di bawah  $H_0$  dari pengamatan ke- $i^*$  iterasi ke- $m$ . Iterasi dilakukan  $i^* = 1, 2, \dots, n$  dan berhenti saat konvergen atau  $\|\hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m+1)} - \hat{\xi}_{(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})}^{(m)}\| < \varepsilon$ ,  $\varepsilon$  merupakan bilangan positif yang sangat kecil.

- vi. Membuat  $L(\hat{\Omega}_{lGTWLL3R}) = \max_{\Omega_{lGTWLL3R}} L(\hat{\Omega}_{lGTWLL3R})$  dan  $L(\hat{\omega}_{lGTWLL3R}) = \max_{\omega_{lGTWLL3R}} L(\hat{\omega}_{lGTWLL3R})$
- vii. Menentukan likelihood ratio test:

$$\Lambda_{lGTWLL3R} = \frac{L(\hat{\omega}_{lGTWLL3R})}{L(\hat{\Omega}_{lGTWLL3R})} \tag{8}$$

dimana untuk daerah penolakan dari  $H_0$  yakni  $\Lambda_{lGTW} < \Lambda_{lGTWLL3R(0)} < 1$  dan  $\alpha = P(\Lambda_{lGTWLL3R} < \Lambda_{lGTWLL3R(0)} | H_0 \text{ benar})$

- viii. Menentukan statistik uji  $G_{lGTWLL3R}^2$
- ix. Menentukan distribusi dari  $G_{lGTWLL3R}^2$  dan daerah penolakan  $H_0$

Langkah-langkah dalam pengujian parameter model secara parsial sebagai berikut:

- i. Membentuk hipotesis untuk menguji model GTWLL3R secara parsial. Dalam pengujian parsial dilakukan untuk menguji signifikansi pengaruh dari masing-masing variabel prediktor terhadap variabel respon. Beberapa parameter yang dilakukan pengujian parsial diantaranya  $\beta(u_i, v_i, t_{il}), \psi_l, \sigma_l(u_i, v_i, t_{il})$ 
  - Untuk parameter  $\beta_j$ 

$$H_0: \beta_{jl}(u_i, v_i, t_i) = 0$$

$$H_1: \beta_{jl}(u_i, v_i, t_i) \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n$$
  - Untuk parameter  $\sigma_l(u_i, v_i, t_{il})$ 

$$H_0: \sigma_l(u_i, v_i, t_{il}) = 0$$

$$H_1: \sigma_l(u_i, v_i, t_{il}) \neq 0$$
  - Untuk parameter  $\psi$ 

$$H_0: \psi_l = 0$$

$$H_1: \psi_l \neq 0$$
- ii. Menentukan statistik uji dilakukan dengan membentuk statistik uji berdasarkan nilai  $\beta_j$ . Nilai ini dibandingkan dengan simpangan bakunya untuk menghasilkan statistik uji Z teori limit pusat.
- iii. Menentukan daerah penolakan  $H_0$ . Jika nilai statistik uji yang diperoleh lebih besar daripada nilai kritis, maka hipotesis nol ditolak.
- iv. Membuat kesimpulan dan interpretasi

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

##### Penaksiran Parameter Model GTWLL3R

Penaksiran parameter model GTWLL3R dilakukan dengan menggunakan metode MLE dan iterasi numerik *Newton Rhapsion*. Langkah pertama dalam menaksir parameter adalah membentuk fungsi likelihood sebagai berikut

$$L(\theta_{l^*, GTWLL3R}) = \prod_{l=1}^L \prod_{i=1}^n \left( \frac{\psi_l}{(\sigma_l(u_i, v_i, t_{il}))^{\psi_l}} (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i, v_i, t_{il})))^{\psi_l - 1} \right) \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i, v_i, t_{il}))}{\sigma_l(u_i, v_i, t_{il})} \right)^{\psi_l} \right)^{-2} \quad (9)$$

Selanjutnya membentuk fungsi *ln likelihood* sebagai seperti persamaan dibawah ini

$$\ln L(\theta_{l^*, GTWLL3R}) = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{\psi_l}{(\sigma_l(u_i, v_i, t_{il}))^{\psi_l}} \right) + \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n (\psi_l - 1) \ln (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i, v_i, t_{il}))) - \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n 2 \ln \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i, v_i, t_{il}))}{\sigma_l(u_i, v_i, t_{il})} \right)^{\psi_l} \right) \quad (10)$$

untuk menaksir parameter pada lokasi- $i^*$  dilakukan dengan mengalikan fungsi *ln likelihood* dengan pembobot spasial  $w_{ii^*l}$  dan diperoleh  $P_{l^*}$

$$\ln L(\theta_{l^*, GTWLL3R}) = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n w_{ii^*l} \ln \left( \frac{\psi_l}{(\sigma_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*l}))^{\psi_l}} \right) + \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n w_{ii^*l} (\psi_l - 1) \ln (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*l}))) - \quad (11)$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n w_{ii^*l} 2 \ln \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(u_i^*, v_i^*, t_i^*))}{\sigma_l(u_i^*, v_i^*, t_i^*)} \right)^{\psi_l} \right)$$

Estimasi parameter lokal model GTWLL3R dilakukan dengan memaksimumkan fungsi *ln likelihood* dan mencari turunan parsial pertama terhadap masing-masing parameternya yakni  $\beta_l(u_i^*, v_i^*, t_i^*)$ ,  $\sigma_l(u_i^*, v_i^*, t_i^*)$ ,  $\psi_l$  dimana  $t_i^* = u_i^*, v_i^*, t_i^*$  untuk setiap lokasi ke  $i^*$

$$\frac{\partial \ln L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \beta_l(t_i^*)} = \tag{12}$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( \frac{2w_{ii^*l} x_{il}^T \psi_l \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*)) (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*)))^{\psi_l - 1}}{\sigma_l^{\psi_l}(t_i^*) \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))}{\sigma_l(t_i^*)} \right)^{\psi_l} \right)} - \frac{w_{ii^*l} x_{il}^T (\psi_l - 1) \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))}{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))} \right)$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \psi_l} = \tag{13}$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( \frac{w_{ii^*l}}{\psi_l} - \ln(\sigma_l(t_i^*)) + \ln(y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))) - \frac{2w_{ii^*l} (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*)))^{\psi_l} \ln \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))}{\sigma_l(t_i^*)}}{\sigma_l^{\psi_l}(t_i^*) \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))}{\sigma_l(t_i^*)} \right)^{\psi_l} \right)} \right)$$

$$\frac{\partial \ln L(\theta_{l^*, GTWLL3R})}{\partial \sigma_l(t_i^*)} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( 2w_{ii^*l} \frac{\psi_l (y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*)))^{\psi_l}}{\sigma_l^{\psi_l + 1}(t_i^*) \left( 1 + \left( \frac{y_{il} - \exp(x_{il}^T \beta_l(t_i^*))}{\sigma_l(t_i^*)} \right)^{\psi_l} \right)} - \frac{w_{ii^*l} \psi_l}{\sigma_l(t_i^*)} \right) \tag{14}$$

Persamaan (12), (13), dan (14) menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*. Oleh karena itu, untuk memperoleh penaksir parameter model GTWLL3R maka dilakukan iterasi numerik *Newton Rhapson*

Langkah pertama dalam iterasi *Newton Rhapson* yakni taksiran parameter awal dalam  $\hat{\theta}_{L(0)} = [\hat{\beta}_l(t_i^*)_{(0)}^T \quad \hat{\sigma}_l(t_i^*)_{(0)}^T \quad \hat{\psi}_l(t_i^*)_{(0)}^T]^T$  dimana nilai taksiran parameter menggunakan nilai penaksir parameter LL3R. Selanjutnya membentuk vektor gradien (**g**) dan matriks *Hessian* (**H**), yakni

$$g(\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}) = \left[ \frac{\partial \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*})} \quad \frac{\partial \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \psi_l} \quad \frac{\partial \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right]^T_{\theta = \hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}} \tag{15}$$

$$H(\hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}(\mathbf{t}_{i^*})) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*}) \partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*})^T} & \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*}) \partial \psi_l(\mathbf{t}_{i^*})} & \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*}) \partial \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \\ \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \psi_l^2(\mathbf{t}_{i^*})} & \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \psi_l(\mathbf{t}_{i^*}) \partial \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} & \frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \sigma_l^2(\mathbf{t}_{i^*})} \end{bmatrix}_{\theta = \hat{\theta}_{i^*,GTWLL3R}^{(m)}} \tag{16}$$

*Simetris*

matriks Hessian merupakan matriks dengan elemennya terdiri dari turunan parsial kedua  $L(\theta_{l^*,GTWLL3R})$  terhadap masing-masing parameter seperti berikut.

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*}) \partial \beta_l(\mathbf{t}_{i^*})^T} = \tag{17}$$

$$\sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n 2w_{ii^*l} \psi_l \frac{(\mu_{il}(A_{il})^{\psi_l-1} - (\psi_l-1)(\mu_{il})^2(A_{il})^{\psi_l-2})(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l}) + \psi_l(\mu_{il})^2(A_{il})^2\psi_l-2}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})^2} - w_{ii^*l}(\psi_l - 1) \frac{\mu_{il}(A_{il} + \mu_{il})}{(A_{il})^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial (\beta_l(\mathbf{t}_{i^*})) \partial \psi_l} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \frac{2w_{ii^*l} \mu_{il}(A_{il})^{\psi_l-1} (1 + \psi_l \ln(A_{il})) (\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})^2} - \frac{\psi_l (\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} \ln \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*}) + (A_{il})^{\psi_l} \ln(A_{il}))}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})^2} - \frac{w_{ii^*l} \mu_{il}}{y_{il} - \mu_{il}} \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial (\beta_l(\mathbf{t}_{i^*})) \partial \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( - \frac{2w_{ii^*l} \psi_l^2 \mu_{il}(A_{il})^{\psi_l-1} (\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*}))^{\psi_l-1}}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})^2} \right) \tag{19}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \psi_l^2} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( - \frac{w_{ii^*l} \ln \left( \frac{(A_{il})}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)}{\psi_l^2} - \frac{2w_{ii^*l} \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)^{\psi_l} \left( \ln \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right) \right)^2}{\left( 1 + \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)^{\psi_l} \right)^2} \right) \tag{20}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{\partial \psi_l \partial \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( - \frac{w_{ii^*l}}{\psi_l \sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} + 2w_{ii^*l}(A_{il})^{\psi_l} \right) \tag{21}$$

$$\frac{1}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \frac{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l}) - \psi_l (\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*}))^{\psi_l-1} \ln \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})^{\psi_l} + (A_{il})^{\psi_l})^2}$$

$$\frac{\partial^2 \ln L(\theta_{l^*,GTWLL3R})}{(\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*}))^2} = \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left[ - \frac{w_{ii^*l} \psi_l \left( \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)^{2\psi_l} - 1 \right) + 2 \psi_l \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)^{\psi_l}}{\left( 1 + \left( \frac{A_{il}}{\sigma_l(\mathbf{t}_{i^*})} \right)^{\psi_l} \right)^2} \right] \tag{22}$$

Dimana

$$\mu_{il} = \exp(\mathbf{x}_{il}^T \beta_l(\mathbf{t}_{i^*}))$$

$A_{il} = y_{il} - \mu_i$   
 Mensubstitusikan nilai awal taksiran parameter  $\hat{\theta}_{L(0)} =$   
 $\left[ \hat{\beta}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})^T \quad \hat{\sigma}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})^T \quad \hat{\psi}_{l(0)}^T \right]$  terhadap vektor  $g(\hat{\theta}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*}))$  dan  
 matriks  $H(\hat{\theta}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*}))$  sehingga diperoleh vektor gradien  $g(\hat{\theta}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})_0)$  dan  
 matriks  $H(\hat{\theta}_l(u_{i^*}, v_{i^*}, t_{i^*})_0)$ . Iterasi dilakukan untuk  $i^* = 1, 2, \dots, n$  dan  $l = 1, 2, \dots, L$   
 dimulai dari  $m = 0$  pada persamaan dibawah ini

$$\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m+1)} = \hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)} - H^{-1}(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)}) g(\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)})$$

dimana  $\hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)}$  merupakan sekumpulan penaksir parameter yang konvergen pada lokasi ke-  $i^*$  dan periode ke- $L$  saat iterasi ke-  $m = m + 1$  apabila belum memperoleh penaksir parameter yang konvergen. Iterasi berhenti jika  $\| \hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m+1)} - \hat{\theta}_{i^*, GTWLL3R}^{(m)} \| < \epsilon$ , dimana  $\epsilon$  merupakan sebuah bilangan positif yang sangat kecil.

### Pengujian Hipotesis Parameter Regresi

Pengujian parameter model GTWLL3R menggunakan metode MLRT. Pengujian parameter dilakukan dengan pengujian hipotesis secara serentak dan parsial. Namun sebelumnya akan dilakukan pengujian kesamaan model GTWLL3R dengan GWLL(3)R. Hipotesis dalam pengujian kesamaan model spatio-temporal dan spasial yakni:

$$H_0: \beta_j(u_i, v_i, t_i) = \beta_j; j = 0, 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \text{minimal terdapat satu } \beta_j(u_i, v_i, t_i) \neq \beta_j$$

Statistik uji yang digunakan yakni :

$$F_1 = \frac{G_{GTWLL3R}^2 / df_1}{G_{GTWLL3R}^2 / df_2} \tag{23}$$

$G_{GTWLL3R}^2$  merupakan nilai devians (LRT) dari model spasial dengan derajat bebas  $df_1$ , sedangkan  $G_{GTWLL3R}^2$  adalah nilai devians model spatio-temporal dengan derajat bebas  $df_2$ .

Pengujian parameter secara serentak bertujuan untuk mengetahui signifikansi parameter secara bersama dalam model. Hipotesis dalam pengujian serentak yakni:

$$H_0: \beta_1(u_i, v_i, t_i) = \beta_2(u_i, v_i, t_i) = \dots = \beta_j(u_i, v_i, t_i) = 0; i = 1, 2, \dots, n$$

$$H_1: \text{minimal terdapat satu } \beta_j(u_i, v_i, t_i) \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, k; i = 1, 2, \dots, n$$

Setelah menentukan hipotesis, langkah selanjutnya adalah menentukan LRT dengan membandingkan nilai maksimum fungsi  $\ln$  likelihood dibawah populasi ( $\ln L(\Omega_{GTWLL3R})$ ) dan fungsi  $\ln$  likelihood di bawah  $H_0$  ( $\ln L(\omega_{GTWLL3R})$ ). Membentuk statistik uji  $G_{GTWLL3R}^2$  seperti pada persamaan (24) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}
 G_{GTWLL3R}^2 &= 2 \left( \ln L(\hat{\Omega}_{GTWLL3R}) - \ln L(\hat{\omega}_{GTWLL3R}) \right) \tag{24} \\
 &= 2 \left( \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{\hat{\psi}}{\hat{\sigma}(u_i, v_i, t_i)} \right) + \sum_{i=1}^n (\hat{\psi} - 1) \ln \left( y_i - \exp \left( x_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i, t_i) \right) \right) - \right. \\
 &\quad \left. \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n 2 \ln \left( 1 + \left( \frac{y_i - \exp \left( x_i^T \hat{\beta}(u_i, v_i, t_i) \right)}{\hat{\sigma}(u_i, v_i, t_i)} \right)^2 \right) \right) - 2 \left( \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \ln \left( \frac{\hat{\psi}_\omega}{\hat{\sigma}_\omega(u_i, v_i, t_i)} \right) + \right. \\
 &\quad \left. \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n (\hat{\psi}_\omega - 1) \ln \left( y_i - \exp \left( \hat{\beta}_{\omega 0}(u_i, v_i, t_i) \right) \right) - \right. \\
 &\quad \left. \sum_{l=1}^L \sum_{i=1}^n \left( 1 + \left( \frac{y_i - \exp \left( \hat{\beta}_{\omega 0}(u_i, v_i, t_i) \right)}{\hat{\sigma}_\omega(u_i, v_i, t_i)} \right)^2 \right) \right)
 \end{aligned}$$

$G_{GTWLL3R}^2$  mengikuti pendekatan distribusi *chi-square* dengan  $n$  yang besar, maka  $G_{GTWLL3R}^2 > \chi_{\alpha,df}^2$  dan  $df = n(\hat{\Omega}_{GTWLL3R} - n(\hat{\omega}_{GTWLL3R})) = np$ , sehingga keputusan untuk tolak  $H_0$  apabila  $G_{GTWLL3R}^2(\text{hitung}) > \chi_{\alpha,df}^2$

Pengujian parameter secara parsial dilakukan apabila dalam pengujian serentak diperoleh keputusan tolak  $H_0$ . Hal ini dilakukan untuk mengetahui signifikansi masing-masing parameter dalam model. Hipotesis yang digunakan

Tabel 1. Pengujian Hipotesis Parsial Model GTWLL(3)R

Parameter	$\beta_j(t_i)$	$\sigma(t_i)$	$\psi$
Hipotesis	$H_0 : \beta_j = 0$ $H_1 : \beta_j \neq 0$	$H_0 : \sigma = 0$ $H_1 : \sigma > 0$	$H_0 : \psi = 0$ $H_1 : \psi > 0$
Statistik Uji	$Z_{\beta_j(t_i)} = \frac{\hat{\beta}_j(t_i)}{SE(\hat{\beta}_j(t_i))}$	$Z_{\sigma(t_i)} = \frac{\hat{\sigma}(t_i)}{SE(\hat{\sigma}(t_i))}$	$Z_{\psi} = \frac{\hat{\psi}}{SE(\hat{\psi})}$
Daerah Penolakan	$ Z_{\beta_j(t_i)}  > Z_{\alpha/2}$	$ Z_{\sigma(t_i)}  > Z_{\alpha}$	$ Z_{\psi}  > Z_{\alpha}$
Keputusan Tolak $H_0$	$ Z_{\beta_j(t_i),hit}  > Z_{\alpha/2}$	$Z_{\sigma(t_i),hit} > Z_{\alpha}$	$Z_{\psi, hit} > Z_{\alpha}$

dimana nilai  $\widehat{Var}(\hat{\beta}_j(u_i^*, v_i^*, t_i^*l))$ ,  $\widehat{Var}(\hat{\sigma}(u_i^*, v_i^*, t_i^*l))$ , dan  $\widehat{Var}(\hat{\psi})$  adalah diagonal utama dari matriks varians kovarians  $\widehat{cov}(\hat{\Theta}_{GTWLL3R}) = -H^{-1}(\hat{\Theta}_{GTWLL3R})$ . Standar error masing-masing penduga parameter didefinisikan sebagai akar dari varians. Sehingga untuk  $n \rightarrow \infty$ , statistik uji  $Z$  mengikuti pendekatan distribusi Normal baku  $N(0,1)$  sehingga daerah penolakan  $H_0$  jika  $|Z_{GTWLL3R}| > Z_{\alpha/2}$ . Apabila pada pengujian kesamaan parameter diperoleh keputusan Tolak  $H_0$ , maka parameter pada model GTWLL3R dinyatakan signifikan secara statistik terhadap respon.

### 5. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian ini, dapat disimpulkan bahwa penaksiran parameter model GTWLL3R dilakukan secara lokal dengan menambahkan pembobot spasial temporal. Penaksir parameter model ini menggunakan metode MLE yang diperoleh dengan memaksimalkan fungsi *ln likelihood* yang dikalikan dengan pembobot spasial temporal. Turunan parsial pertama dan kedua fungsi tersebut menghasilkan persamaan yang tidak *closed form*, sehingga dilanjutkan dengan iterasi numerik *Newton Raphson*. Setelah dilakukan estimasi parameter, selanjutnya pengujian hipotesis terhadap parameter model GWLL3R dilakukan secara serentak dan parsial. Pengujian hipotesis serentak menggunakan metode MLRT dan pengujian secara parsial dengan statistik uji  $Z$ .

### DAFTAR PUSTAKA

Arthur, O. (1995). *Local Spatial Autocorrelation Statistics: Distributional Issues and an Application*. 27(4). <https://doi.org/10.1111/j.1538-4632.1995.tb00912.x>

Brunsdon, C., Fotheringham, A. S., & Charlton, M. E. (1996). *Geographically Weighted Regression*: 28(4).

Huang, B., Wu, B., & Barry, M. (2010). *Geographically and Temporally Weighted Regression for Modeling Spatio- Temporal Variation in House Prices*. March. <https://doi.org/10.1080/13658810802672469>

Mawadah, N., Puhadi, & Andari, S. (2025). Geographically Weighted Log-Logistic 3-Parameter Regression Model for Stunting Prevalence : A Case Study on Sulawesi Island , Indonesia. *International Seminar on Research of Information Technology and*

- Intelligent Systems (ISRITT)*, 552–557.  
<https://doi.org/10.1109/ISRITI68345.2025.11393132>
- Ningrum, C. (2024). *Parameter Estimation and Hypothesis Testing of Geographically and Temporally Weighted Bivariate Negative Binomial Regression*. 2024, 186–196.  
<https://doi.org/10.18502/cls.v8i1.15547>
- Nurhidaya, L., Herdiani, E. T., Tinungki, G. M., Statistika, D., Matematika, F., Alam, P., & Hasanuddin, U. (2023). Pemodelan Regresi Binomial Negatif Bivariat pada Data Jumlah Kematian Ibu dan Bayi di Provinsi Sulawesi Selatan Tahun 2020. *Estimasi: Journal of Statistics and Its Application*, 4(1), 78–88.  
<https://doi.org/10.20956/ejsa.vi.25082>
- Prasetya, M. E. (2024). *Parameter Estimation and Hypothesis Testing of Geographically and Temporally Weighted Bivariate Weibull Regression*. 2024, 239–252.  
<https://doi.org/10.18502/cls.v8i1.15586>
- Purwanti, S. I., Sutikno, & Purhadi. (2021). Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate generalized Poisson regression Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate generalized Poisson regression. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/880/1/012043>
- Sari, M., Sutikno, & Purhadi. (2021). Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate Poisson inverse Gaussian regression model Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate Poisson inverse Gauss. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/880/1/01204>
- Shehata, W. A. M., Abdullah, M. M., & Refaie, M. K. . (2022). A novel four-parameter log-logistic model: mathematical properties and applications to breaking stress, survival times and leukimia data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 18(1), 133–149.
- Singh, V. P., Guo, H., & Yu, E. X. (1993). *Stochastic Hydrology Parameter estimation for 3-parameter log-logistic distribution ( LLD3 ) by Pome*. 7, 163–177.
- Sulistyaningsih, T. (2024). *Analysis of Hospitalization-Recovery Duration for DHF Patients at RSUD Haji , East Java Utilizing the Three-Parameter Log-Logistic Regression*. May, 23–24.
- V, E. S. P. B. (1988). *LOG-LOGISTIC FLOOD FREQUENCY ANALYSIS*. 98, 205–224.
- Wasani, D., Purhadi, & Sutikno. (2021). Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate Gamma regression model Parameter estimation and hypothesis testing of geographically and temporally weighted bivariate Gamma regression model. *IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science*. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/880/1/012044>
- Yasin, H., Purhadi, & Choiruddin, A. (2025). *Geographically and temporally weighted multivariate generalised gamma regression for modelling three educational indicators in Central Java , Indonesia Purhadi Achmad Choiruddin*. 15(2), 258–291.  
<https://doi.org/10.15196/RS150204>