**OPTIMASI PORTOFOLIO *MEAN-VARIANCE* DENGAN ANALISIS KLASTER *FUZZY C-MEANS***

La Gubu1\*, Edi Cahyono2, Arman3, Herdi Budiman4, Muh. Kabil Djafar5

1,2,3,4,5Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Penetahuan Alam, Universitas Halu Oleo

**\*e-mail**: la.gubu@uho.ac.id

**DOI: 10.14710/J.GAUSS.XX.X.XX-XX**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Article Info:**Received: Accepted: Available Online: **Keywords:** *Clustering; Fuzzy C-Means; risk; return; portfolio; Sharpe ratio****.***  | **Abstract:** In this study, we provide Mean-Variance (MV) portfolio selection via cluster analysis. Fuzzy C-Means clustering is used to separate stocks into different categories. Based on the Sharpe ratio, a stock from each cluster is chosen as a cluster representative. The stocks chosen for each cluster have the greatest Sharpe ratio. The MV portfolio model is used to determine the best portfolio. When a big number of stocks are involved in the portfolio's formation, we can use this approach to efficiently generate the optimum portfolio. For the empirical analysis, we examined the fundamental data of LQ-45 equities for 2022 and the daily return of stocks listed on the Indonesia Stock Exchange that were included in the LQ-45 index from August 2022 to January 2023. The fundamental data of LQ-45 stocks are used to form clusters and the daily return of stocks for the period of August 2022 to January 2023 are used to construct the best portfolio. The research results of this study reveal that LQ-45 stocks may be classified into six groups using Fuzzy C-Means clustering. Furthermore, for all given risk aversion values, portfolio performance created by Fuzzy C-Means clustering outperformed portfolio performance produced by K-Means clustering. |  |

1. **PENDAHULUAN**

Prinsip dasar dalam pembentukan model portofolio *mean-variance* adalah memanfaatkan ukuran-ukuran statistik dari data historis *return*, dalam hal ini adalah *mean* dan variansi-kovariansi. Markowitz (1952) mengusulkan model portofolio yang menggunakan *mean* dan variansi dari *return* aset untuk mengekspresikan *trade-off* antara *return* dan risiko portofolio. Model ini dinyatakan sebagai masalah optimisasi dengan dua tujuan yang saling bertentangan. Artinya, keuntungan (*return*) yang diharapkan dari portofolio perlu dimaksimalkan, di sisi lain, risiko portofolio yang diwakili oleh variansi *return* dari aset yang berbeda, perlu diminimalkan.

Telah banyak studi dilakukan untuk membuat penyelesaian dan pengembangan model portofolio Markowitz. Penyelesaian dan pengembangan model tersebut dilakukan untuk mengoreksi model yang ada sebagai respons terhadap perubahan dinamika pasar keuangan dan kebutuhan praktisi pasar modal (Gubu, dkk., 2019). Salah satu yang menjadi fokus penelitian dalam pemilihan portofolio adalah efisiensi waktu pemilihan portofolio optimum. Hal ini dapat dimaklumi karena semakin besar jumlah sekuritas yang terlibat dalam pembentukan portofolio maka semakin banyak kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk. Besarnya jumlah sekuritas yang terlibat dalam pemilihan portofolio dapat diatasi dengan mengelompokkan data saham dengan menggunakan analisis klaster (Long, dkk., 2014). Analisis klaster (*cluster analysis*) adalah suatu analisis statistik multivariat yang bertujuan mengelompokkan objek-objek menjadi beberapa kelompok yang memiliki karakteristik sama/berbeda antar kelompok yang satu dengan kelompok yang lain. Objek-objek dalam sebuah klaster akan memiliki keterkaitan yang lebih erat jika dibandingkan dengan objek-objek dalam klaster lainnya (Kaufman dan Rousseeuw, 1990 ; Xu dan Wunch, 2009).

Dalam beberapa tahun terakhir, banyak penelitian tentang pemilihan portofolio yang telah menggunakan analisis klaster. Tola, dkk. (2008) mengusulkan model optimasi portofolio berdasarkan dua teknik pengklasteran yaitu *average linkage* dan *single linkage*. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa penggunaan algoritma pengklasteran dapat meningkatkan keandalan portofolio dalam konteks rasio antara *predicted* and *relized risk*.

Chen dan Huang (2009) mengusulkan optimasi portofolio menggunakan analisis klaster dan model optimisasi *fuzzy*. Dalam pendekatan ini, analisis klaster digunakan untuk membagi saham-saham menjadi beberapa kelompok yang berbeda, kemudian model optimasi *fuzzy* diterapkan untuk menentukan proporsi optimal investasi untuk setiap klaster.

Penggunaan analisis klaster dan model portofolio Markowitz dalam pembentukan portofolio juga telah dilakukan oleh Nanda, dkk. (2010). Mereka menggunakan analisis klaster *K-Means*, *Fuzzy C-Means*, dan *Self Organizing Maps* (SOM) untuk memisahkan saham-saham ke dalam kelompok-kelompok yang berbeda. Portofolio dibangun dengan memilih saham dari klaster-klaster yang telah terbentuk. Saham yang dipilih pada suatu klaster adalah saham yang memiliki performance terbaik dalam klaster tersebut. Portofolio yang dibangun adalah meminimalkan risiko dan membandingkan *return* portofolio dengan *benchmark index*, yaitu Sensex.

Pembentukan portofolio yang melibatkan pengguaan analisis klaster juga telah dilakukan oleh Long, dkk. (2014). Mereka membangun portofolio berdasarkan algoritma pengklasteran *Fuzzy C-Means* dan *Multi Objective Genetic Algoritm* (MOGA). Pada pendekatan ini, saham-saham dikelompokan menjadi *k* klaster, kemudian memilih *m* saham yang merupakan perwakilan dari setiap klaster dan menggunakan saham-saham tersebut untuk menyusun portofolio efisien dengan menggunakan MOGA. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode yang diusulkan sangat efisien dalam membangun portofolio optimum.

Dari *literatur review*, dapat simpulkan bahwa untuk efisiensi waktu dan jumlah sekuritas, dalam penentuan portofolio optimum, ada tiga tahap yang harus dilakukan. Tahap pertama adalah mengelompokkan saham-saham ke dalam klaster-klaster yang berbeda. Tahap kedua adalah memilih saham-saham yang akan menyusun portofolio optimum. Tahap ketiga adalah menghitung bobot setiap saham penyusun portofolio optimum. Sebagai kontribusi kami pada penelitian ini adalah, pada tahap ke tiga kami menggunakan saham-saham representasi klaster dengan analisis klaster *Fuzzy C-Means* untuk membentuk portofolio optimum dengan menggunakan model portofolio Mean-Variance. Sebagai pembanding dibentuk pula portofolio dengan menggunakan analisis klaster *K-Means* dan membandingkan kinerja masing-masing portofolio optimum yang diperoleh.

1. **TINJAUAN PUSTAKA**
	1. **Portofolio Mean Variance**

Dalam dunia keuangan, istilah *return* merupakan sesuatu yang sangat penting karena dapat digunakan untuk mengenali keadaan harga yang sesungguhnya (Sukono, 2011). Pertama, bagi pelaku ekonomi (*investor*), *return* merupakan gambaran secara real fluktuasi harga. Kedua, bagi praktisi, *return* secara teoritis dan empiris dapat digunakan untuk menggambarkan perilaku statistik, misalnya stasioneritas dan kejadian-kejadian yang berhubungan dengan fluktuasi dan perubahan harga.

Misalkan $p\_{it}$ menyatakan harga aset ke-*i* pada waktu *t* dan diasumsikan tidak ada pembagian laba (*deviden*). *Return* aset ke-*i* untuk satu periode, yaitu dari dari waktu $t-1$ sampai dengan $t$ adalah:

$r\_{it}=\frac{p\_{it}-p\_{i(t-1)}}{p\_{i(t-1)}}=\frac{p\_{it}}{p\_{i(t-1)}}-1$ (1)

Nilai harapan *return* aset ke-*i* adalah

$r\_{i}=E\left[r\_{it}\right]=\frac{1}{n}\sum\_{t=1}^{n}r\_{it}$ (2)

dengan $n$ adalah periode waktu.

Misalkan investor ingin menanamkan modalnya dalam *m* aset, *return* $r\_{i}$ adalah *return* aset ke-*i*, dengan $i=1,…,m$. Kemudian, $r^{'}=\left(r\_{1},…,r\_{m}\right)$ menunjukkan *return* setiap aset dalam portofolio. Nilai harapan dari ***r*** adalah:

$E\left(r\right)=\left[\begin{matrix}E\left(r\_{1}\right)\\\vdots \\E\left(r\_{m}\right)\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}μ\_{1}\\\vdots \\μ\_{m}\end{matrix}\right]=μ$(3)

dan matriks kovariansinya adalah

$Σ=E\left[\left(r-μ\right)\left(r-μ\right)'\right]$

 $=E\left(\left[\begin{matrix}\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)\\\vdots \\\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)&\cdots &\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\end{matrix}\right]\right)$

 $=\left[\begin{matrix}E\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)^{2}&E\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)\left(r\_{2}-μ\_{2}\right)&…&E\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\\E\left(r\_{2}-μ\_{2}\right)\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)&E\left(r\_{2}-μ\_{2}\right)^{2}&…&E\left(r\_{2}-μ\_{2}\right)\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\\\vdots &\vdots &\ddots &\vdots \\E\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\left(r\_{1}-μ\_{1}\right)&E\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)\left(r\_{2}-μ\_{2}\right)&…&E\left(r\_{m}-μ\_{m}\right)^{2}\end{matrix}\right]$

 $=$ $\left[\begin{matrix}σ\_{11}&σ\_{12}&…&σ\_{1m}\\σ\_{21}&σ\_{22}&…&σ\_{2m}\\\vdots &\vdots &\ddots &\vdots \\σ\_{m1}&σ\_{m2}&…&σ\_{mm}\end{matrix}\right]$ (4)

*Return* portofolio adalah rata - rata terbobot dari *return* setiap dalam portofolio tersebut yaitu

$R\_{p}=w\_{1}r\_{1}+…+w\_{m}r\_{m}=w'r$(5)

dengan $w\_{i}$ menyatakan proporsi (bobot) modal yang diinvestasikan pada aset ke-*i* dan $w$ adalah vektor bobot yang dirumuskan berikut ini:

$w^{'}=\left(w\_{1}, …,w\_{m}\right)$(6)

Dalam melakukan investasi pada aset ﬁnansial para *investor* diasumsikan menanamkan seluruh modalnya dalam *m* aset, sehingga $\sum\_{i=1}^{m}w\_{i}=1$. Selain itu, *investor* juga dihadapkan pada unsur ketidakpastian, oleh karena itu *investor* hanya dapat menduga besarnya *return* yang diharapkan (*expected return*) dan besarnya kemungkinan *return* sesunguhnya nanti akan menyimpang dari *return* yang diharapkan (risiko). *Return* yang diharapkan dari suatu portofolio adalah nilai harapan dari *return* portofolio yaitu:

$μ\_{p}=E\left(R\_{p}\right)=E\left(w'r \right)=w^{'}μ=\sum\_{i=1}^{m}w\_{i}μ\_{i}$ (7)

Sedangkan variansi portofolio yang terbentuk adalah:

$σ\_{p}^{2}=Var \left(R\_{p}\right)=Var \left(w'r\right)$

 $=w^{'}Σ w=\sum\_{i=1}^{m}\sum\_{j=1}^{m}w\_{i}w\_{j}σ\_{ij}$ (8)

dengan $σ\_{ij}$ adalah kovariansi aset *i* dengan aset *j*.

Landasan utama dari model portofolio Markowitz adalah pendekatan *mean* dan *variance*, di mana *mean* digunakan untuk mengukur tingkat *expected return* dan variansi digunakan untuk mengukur tingkat risiko. Oleh karena itu, teori Portofolio Markowitz ini disebut juga sebagai model *mean-variance* (MV). Model ini berupaya membuat *expected return* semaksimal mungkin dan risiko *(variance)* seminimum mungkin untuk membangun portofolio optimal.

Secara matematis, formulasi portofolio *mean-variance* disajikan sebagai masalah optimasi berikut (Supandi, 2017):

$\max\_{w}w'μ-\frac{γ}{2}w'Σw$ (9)

dengan kendala

 $w^{'}e=1$ (10)

di mana ***w*** adalah bobot portofolio, $μ$ menyatakan vektor *mean*, $Σ$ merupakan matriks kovariansi, ***e*** ialah matriks kolom dengan semua entrinya 1, dan $γ\geq 0$ merupakan parameter *risk aversion* yaitu ukuran relatif penghindaran terhadap risiko. Penyelesaian masalah (9) dengan kendala (10) adalah

$w(μ,Σ)=\frac{1}{γ}\left(Σ^{-1}-Σ^{-1}e\left(e^{'}Σ^{-1}e\right)^{-1}e^{'}Σ^{-1}\right)μ+ Σ^{-1}e\left(e^{'}Σ^{-1}e\right)^{-1}$ (11)

Persamaan (11) menunjukan bahwa penyelesaian portofolio optimal (***w***) tergantung pada dua input yaitu $μ$ dan $Σ$.

* 1. **Pengklasteran Saham**

Karena jumlah saham yang tersedia di pasar modal cukup besar, sangat sulit untuk menentukan proporsi investasi setiap saham. Oleh karena itu, perlu untuk menggunakan teknik *data mining* untuk menangani hal ini. Salah satu teknik *data mining* yang dapat digunakan adalah analisis klaster. Analisis klaster merupakan suatu analisis statistik yang bertujuan untuk mengelompokkan benda-benda atau objek-objek menjadi beberapa kelompok berdasarkan karakterstik yang dimilikinya. Dalam analisis ini masing-masing kelompok bersifat homogen atau variasi objek dalam kelompok yang terbentuk sekecil mungkin. Objek-objek dalam sebuah klaster akan memiliki keterkaitan yang lebih erat jika dibandingkan dengan objek-objek dalam klaster lainnya.

Ada banyak teknik klastering dalam literatur. Analisis klaster yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis klaster *Fuzzy C-Means*. Sebagai pembanding akan digunakan pula analisis klaster *K-Means.*

**2.2.1 Analisis Klaster *K-Means***

Analisis klaster *K-Means* mempartisi *n* objek menjadi *k* kelompok atau klaster. Nilai *k* telah ditentukan sebelumnya di mana *k* < *n*. Setiap klaster mempunyai *mean* (rata-rata) dari objek-objek yang ada di dalam sebuah klaster yang dinamakan *centroid* (pusat klaster). Pengalokasian objek ke dalam suatu klaster berdasarkan jarak antara objek dengan *mean* klaster yang terdekat. Metode klaster *k-means* berawal dari penentuan nilai *k* yang diinginkan, kemudian membangkitkan *k* *centroid* (*mean*) klaster awal yang dipilih secara acak. Selanjutnya objek-objek dialokasikan ke dalam klaster dengan *centroid* terdekat di mana dalam klaster baru yang terbentuk dihitung *centroid* yang baru secara iteratif. Menurut Jain dan Dubes (1988), analisis klaster dengan *K-Means* dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tetapkan *k* jumlah klaster yang diinginkan.
2. Inisialisasi *k* *centroid* awal $\left(c\_{1},…,c\_{k} \right)$ secara random.
3. Hitung jarak antara setiap objek $\left(x\_{j}\right)$ dengan setiap *centroid* $\left(c\_{i}\right)$.
4. Kelompokkan objek berdasarkan jarak terdekat dengan *centroid* $\left(c\_{i}\right)$.
5. Hitung titik *centroid* baru yakni *mean* tiap klaster yang telah terbentuk.
6. Apabila *centroid* berubah, kembali ke langkah 3. Iterasi terus dilakukan sampai *centroid* tidak berubah atau sampai objek-objek tidak berpindah klaster lagi. Diperoleh *centroid* akhir $\left(c\_{1},…,c\_{k} \right)$ di mana setiap objek telah dikelompokkan ke dalam *k* klaster berdasarkan jarak terdekat dengan *centroid* tiap klaster.

**2.2.2 Analisis Klaster *Fuzzy C-Means***

Analisis klaster *Fuzzy C-Means* merupakan salah satu teknik pengklasteran data dimana keanggotaan tiap-tiap titik data pada suatu klaster ditentukan oleh derajat keanggotaan (Bezdek, 1981). James Bezdek memperkenalkan teknik pengklasteran ini pertama kali pada tahun 1981.

Dalam pengklasteran dengan menggunakan *Fuzzy C-Means*, yang dilakukan pertama sekali adalah menetapkan pusat klaster, yang akan menunjukan lokasi rata-rata untuk setiap klaster. Pada keadaan awal, pusat klaster ini masih belum akurat. Setiap titik data mempunyai derajat keanggotaan pada setiap klaster*.* Cara memperbaharui pusat klaster dan derajat keanggotaan setiap titik data dikerjakan secara berulang, maka akan dapat diamati bahwa pusat klaster akan bergerak menuju lokasi yang tepat. Pengulangan ini didasarkan pada minimisasi fungsi tujuan yang menunjukkan jarak dari titik data yang diberikan ke pusat klaster yang terbobot oleh derajat keanggotaan titik data tersebut. *Output* dari *Fuzzy C-Means* merupakan himpunan pusat klaster dan beberapa derajat keanggotaan untuk setiap titik data.

Secara lebih terperinci Bezdek (1981) menguraikan tahapan analisis klaster *Fuzzy C-Means* sebagai berikut:

1. Masukan data yang akan diklaster $X$ berupa matriks orde $n×m$, *n* adalah jumlah sampel data dan *m* adalah jumlah atribut setiap data.
2. Tentukan input-input yang diperlukan pada perhitungan *Fuzzy C-Means*, yaitu:
* Jumlah klaster (*c*)
* Pangkat (*w*) nilai eksponen.
* Iterasi maksimum (MaxIter).
* *Error* terkecil $(ξ)$, yaitu batasan nilai yang membuat perulangan akan berakhir.
* Fungsi tujuan awal ($P\_{0}=0$) ialah suatu fungsi yang akan dioptimumkan
* Iterasi awal (t = 1).
1. Membangkitkan bilangan *random* $μ\_{ik}$, $i=1,…n$; $k=1,…c$; sebagai elemen-elemen matriks partisi awal U. Hitung jumlah setiap kolom:

$Q\_{i}=\sum\_{k=1}^{c}μ\_{ik}$ (16)

$Q\_{i}$ adalah jumlah setiap kolom dari nilai *random* sebuah matriks.

1. Hitung pusat klaster ke-*k*, $V\_{kj}$, dengan $k=1,…c$ dan $j=1,…m$

$V\_{kj}=\frac{\sum\_{j=1}^{n}\left(\left(μ\_{ik}\right)^{w}X\_{ij}\right)}{\sum\_{j=1}^{n}\left(μ\_{ik}\right)^{w}}$ (17)

1. Menghitung fungsi tujuan pada iterasi ke-*t*, $P\_{t}$

$P\_{t}=\sum\_{i=1}^{n}\sum\_{k=1}^{c}\left(\left[\sum\_{j=1}^{m}\left(X\_{ij}-V\_{kj}\right)^{2}\right]\left(μ\_{ik}\right)^{w}\right)$ (18)

1. Hitung perubahan matrik partisi.

$μ\_{ik(t)}=\frac{\left[\sum\_{j=1}^{m}\left(X\_{ij}-V\_{kj}\right)^{2}\right]^{-\frac{1}{w-1}}}{\sum\_{k=1}^{c}\left[\sum\_{j=1}^{m}X\_{ij}-V\_{kj}^{2}\right]^{-\frac{1}{w-1}}} $ (19)

1. Cek syarat berhenti
* Jika $\left|P\_{t}-P\_{t-1}\right|<ξ$ atau $t>MaxIter$ maka berhenti;
* Jika tidak, $t=t+1$, ulangi langkah 4.

**2.3 Rasio Sharpe**

Setelah saham-saham dikelompokkan dalam bentuk klaster-klaster, langkah selanjutnya yang dilakukan adalah melakukan evaluasi terhadap kinerja setiap saham dalam masing-masing klaster dengan menggunakan rasio Sharpe (RS). Rasio Sharpe adalah ukuran dari *excess return* (atau *risk premium*) perunit risiko dalam saham. Rasio Sharpe digunakan untuk mengetahui seberapa baik *return* suatu aset dapat mengkompensasi investor atas risiko yang diambil. Perhitungan rasio Sharpe dilakukan dengan membandingkan selisih antara *return* saham (*r*) dan rata-rata *return* aset bebas risiko, *risk return free rate* $(r\_{f})$ dengan deviasi standar *return* saham $(σ)$ atau dapat ditulis sebagai berikut (Sharpe, 1994):

$RS=\frac{r-r\_{f}}{σ}$ (20)

Semakin tinggi nilai rasio Sharpe suatu saham, maka semakin baik kinerja saham tersebut. Selain untuk mengukur kinerja saham, nilai rasio Sharpe juga dapat digunakan untuk mengukur kinerja portofolio dengan mengganti *return* saham *r* dangan *return* portofolio $r\_{p}$ dan deviasi standar saham $(σ)$ dengan risiko portofolio $(σ\_{p})$.

1. **METODE PENELITIAN**
	1. **Sumber Data**

Penelitian ini menggunakan dua macam data. Data pertama adalah data fundamental saham indeks LQ-45 tahun 2022 yang diperoleh melalui website <https://indopremier.com>. Ada 13 data fundamental untuk setiap saham yang diambil, yaitu:

1. *Share Out*.
2. *Market Capital*.
3. *Total Aset.*
4. *Total* *Equity*.
5. *Revenue*.
6. *Net Profit*.
7. EBITDA
8. EPS.
9. PER.
10. BVPS.
11. PBV.
12. ROA.
13. ROE.

Data tersebut digunakan untuk klasterisasi saham-saham LQ-45.

Data kedua adalah data *daily closing price* saham-saham LQ-45 periode Agustus 2022 – Januari 2023. Data ini digunakan untuk penentuan bobot portofolio.

* 1. **Prosedur Penelitian**

Prosedur penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data fundamental saham-saham indeks LQ-45 tahun 2022 melalui website <https://indopremier.com>.
2. Mengumpulkan data *daily closing price* saham-saham indeks LQ-45 periode Agustus 2022 – Januari 2023 melalui website <https://finance.yahoo.com>.
3. Mengumpulkan data Bank Indonesia *rate* tahun 2022 melalui website <https://www.bi.go.id>.

Data BI *rate* ini digunakan sebagai *risk return free rate*.

1. Menghitung *return*, risiko dan rasio Sharpe setiap saham berdasarkan data yang diperoleh pada langkah 2.
2. Melakukan klasterisasi saham-saham LQ-45 dengan menggunakan analalisis klaster *Fuzzy C-Means* dan *K-Means* berdasarkan data yang diperoleh pada langkah 1.

Jumlah klaster dalam penelitian adalah sebanyak 6 klaster untuk masing-masing metode pengklasteran.

1. Memilih saham representasi setiap klaster untuk kedua metode pengklasteran.

Representasi klaster yang dipilih adalah saham dengan rasio Sharpe tertinggi dalam klaster.

1. Menentukan matriks kovariansi saham-saham penyusun portofolio dengan kedua metode pengklasteran.
2. Menentukan *return* dan risiko portofolio.
3. Menentukan bobot portofolio yang terbentuk dengan menggunakan persamaan (11).
4. Menentukan kinerja portofolio yang dikonstruksi dengan menggunakan kedua metode pengklasteran.

Kinerja kedua portofolio yang terbentuk diukur dengan menggunakan rasio Sharpe.

1. **HASIL DAN PEMBAHASAN**

**4.1 Hasil Pengklasteran Saham**

Analisis klaster yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis klaster *Fuzzy C-Means*. Sebagai pembanding dilakukan pula analisis klaster dengan metode *K-Means.* Dengan menggunakan software R 3.4.1, diperoleh bahwa dengan menggunakan analisis klaster *Fuzzy C-Means* dan *K-Means*, saham-saham LQ-45 terkelompokkan menjadi 6 klaster sebagaimana diberikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

 Table 1. Pengklasteran Saham LQ-45 dengan Analisis Klaster *Fuzzy C-Means*

|  |  |
| --- | --- |
| Klaster  | Saham-saham Anggota Klaster  |
| 1 | ADRO | AMRT | ANTM | ARTO | ASII | BBCA | BBNI |  |
| 2 | BBRI | BBTN | BFIN | BMRI | BRIS | BRPT | BUKA |  |
| 3 | CPIN | EMTK | ERAA | EXCL | GOTO | HMSP | HRUM | ICBP |
| 4 | INCO | INDF | INDY | INKP | INTP | ITMG | JPFA | KLBF |
| 5 | MDKA | MEDC | MIKA | MNCN | PGAS | PTBA | SMGR | TBIG |
| 6 | TINS | TLKM | TOWR | TPIA | UNTR | UNVR | WIKA |  |

Table 2. Pengklasteran Saham LQ-45 dengan Analisis Klaster *K-Means*

|  |  |
| --- | --- |
| Klaster  | Saham-saham Anggota Klaster  |
| 1 | BBTN | BFIN | BMRI | BRIS | BRPT | BUKA | CPIN |  |
| 2 | ADRO | AMRT | ANTM | ARTO | ASII | BBCA | BBNI | BBRI |
| 3 | INCO | INDF | INDY | INKP | INTP | ITMG | JPFA |  |
| 4 | EMTK | ERAA | EXCL | GOTO | HMSP | HRUM | ICBP |  |
| 5 | TBIG | TINS | TLKM | TOWR | TPIA | UNTR | UNVR | WIKA |
| 6 | KLBF | MDKA | MEDC | MIKA | MNCN | PGAS | PTBA | SMGR |

Langkah berikutnya yang dilakukan setelah klaster-klaster saham terbentuk adalah mengevaluasi kinerja setiap saham pada masing-masing klaster dengan menggunakan rasio Sharpe yang dihasilkan oleh kedua metode pengklasteran. Dalam perhitungan rasio Sharpe ini, rata-rata *return* aset bebas risikoyang digunakan adalah suku Bungan Bank Indonesia tahun 2022 yaitu 4.0 % pertahun.

Dengan menggunakan analisis klaster *Fuzzy C-Means*, pada klaster 1, saham AMRT memiliki kinerja terbaik dibandingkan dengan kinerja saham-saham lain dalam klaster tersebut yang ditunjukkan dengan rasio Sharpe tertinggi, yaitu sebesar 0,12326. Dengan demikian maka saham AMRT terpilih sebagai representasi kaster 1. Kemudian, pada klaster 2, saham BMRI dengan rasio Sharpe 0,09566 terpilih sebagai representasi klaster 2. Demikian seterusnya, saham EXCL dengan rasio Sharpe 0,07849, KLBF dengan rasio Sharpe 0,10429, saham MEDC dengan rasio Sharpe 0,17017, saham UNVR dengan rasio Sharpe 0.00113 masing-masing terpilih sebagai representasi dari klaster 3, 4, 5, dan 6

Pengklasteran dengan menggunakan *K-Means*, diperoleh bahwa pada klaster 1, kinerja saham BMRI mengungguli kinerja saham-saham lain dalam klaster, yang ditunjukkan oleh rasio Sharpe tertinggi dalam klaster tersebut, yaitu 0,09566, sehingga saham BMRI terpilih sebagai representasi dari klaster 1. Kemudian, pada klaster 2, saham AMRT terpilih sebagai representasi klaster 2 dengan rasio Sharpe sebesar 0,12326. Demikian seterusnya, saham INCO dengan rasio Sharpe sebesar 0,05118, EXCL dengan rasio Sharpe sebesar 0,07849, UNVR dengan rasio Sharpe sebesar 0,00113, MEDC dengan rasio Sharpe sebesar 0,17017 masing-masing terpilih sebagai representasi klaster 3, 4, 5, dan 6.

Jika diperhatikan lebih jauh, ternyata ada lima saham yang selain merupakan representasi dalam pengklasteran *Fuzzy C-Means* juga merupakan reprepsentasi dalam pengklasteran *K-Means*. Saham-saham tersebut adalah AMRT, BMRI, EXCL, MEDC, dan UNVR.

Secara lebih terperinci representasi masing-masing klaster pada kedua metode analisis klaster tersebut disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. Saham Representasi Klaster dengan Analisis Klaster *Fuzzy C-Means*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Klaster  | Representasi | Return | Risiko  | Rasio Sharpe |
| 1 | AMRT | 0,00351 | 0,02596 | 0,12326 |
| 2 | BMRI | 0,00184 | 0,01607 | 0,09566 |
| 3 | EXCL | 0,06468 | 0,82019 | 0,07849 |
| 4 | KLBF | 0,00220 | 0,01810 | 0,10429 |
| 5 | MEDC | 0,00698 | 0,03922 | 0,17017 |
| 6 | UNVR | 0.00033 | 0.01690 | 0.00113 |

Table 4. Saham Representasi Klaster dengan Analisis Klaster *K-Means*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Klaster  | Representasi | Return | Risiko  | Rasio Sharpe |
| 1 | BMRI | 0,00184 | 0,01607 | 0,09566 |
| 2 | AMRT | 0,00351 | 0,02596 | 0,12326 |
| 3 | INCO | 0,00147 | 0,02263 | 0,05118 |
| 4 | EXCL | 0,06468 | 0,82019 | 0,07849 |
| 5 | UNVR | 0,00033 | 0,01690 | 0,00113 |
| 6 | MEDC | 0,00698 | 0,03922 | 0,17017 |

**4.2 Perbandingan Kinerja Portofolio yang Terbentuk**

Model portofolio MV digunakan untuk menentukan portofolio optimum pada penelitian ini. Langkah pertama yang dilakukan adalah menghitung bobot masing-masing saham penyusun portofolio untuk beberapa nilai *risk aversion* $γ$. Saham-saham penyusun portofolio adalah saham-saham yang merupakan representasi setiap klaster untuk kedua metode pengklasteran sebagaimana disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2. Bobot portofolio yang dihasilkan dengan kedua metode analisis klaster diberikan pada Tabel 5 dan Tabel 6.

Tabel 5. Bobot Portofolio dengan Analisis Klaster *Fuzzy C-Means*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$γ$$ | AMRT | BMRI | EXCL | KLBF | MEDC | UNVR |
| 0.5 | 5,87372 | -5,10442 | 0,21379 | 6,32938 | 5,85464 | -12,16710 |
| 1 | 2,98057 | -2,40299 | 0,10746 | 3,29083 | 2,96213 | -5,93799 |
| 2 | 1,53400 | -1,05228 | 0,05429 | 1,77155 | 1,51587 | 2,82343 |
| 5 | 0,66606 | -0,24185 | 0,02239 | 0,85998 | 0,64812 | -0,95470 |
| 10 | 0,37674 | 0,02829 | 0,01176 | 0,55613 | 0,35886 | -0,33179 |
| 15 | 0,28030 | 0,11834 | 0,00822 | 0,45484 | 0,26245 | -0,12415 |
| 20 | 0,23208 | 0,16336 | 0,00644 | 0,40420 | 0,21424 | -0,02033 |
| 25 | 0,20315 | 0,19038 | 0,00538 | 0,37382 | 0,18531 | 0,04196 |
| 30 | 0,18387 | 0,20839 | 0,00467 | 0,35356 | 0,16603 | 0,08349 |
| 50 | 0,14529 | 0,24441 | 0,00325 | 0,31304 | 0,12746 | 0,16654 |
| 100 | 0,11636 | 0,27142 | 0,00219 | 0,28266 | 0,09854 | 0,22883 |
| 1000 | 0,09032 | 0,29573 | 0,00123 | 0,25531 | 0,07251 | 0,28490 |
| $$\rightarrow \infty $$ | 0,08772 | 0,29816 | 0,00114 | 0,25258 | 0,06990 | 0,29050 |

Tabel 6. Bobot Portofolio dengan Analisis Klaster *K-Means*

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| $$γ$$ | BMRI | AMRT | INCO | EXCL | UNVR | MEDC |
| 0.5 | -1,97841 | 6,11290 | -1,81195 | 0,17791 | -8,04430 | 6,54386 |
| 1 | -0,81753 | 3,10331 | -0,84211 | 0,08891 | -3,83737 | 3,30478 |
| 2 | -0,23708 | 1,59852 | -0,35720 | 0,04441 | -1,73390 | 1,68524 |
| 5 | 0,11118 | 0,69565 | -0,06625 | 0,01771 | -0,47181 | 0,71352 |
| 10 | 0,22727 | 0,39469 | 0,03074 | 0,00881 | -0,05112 | 0,38961 |
| 15 | 0,26597 | 0,29437 | 0,06307 | 0,00585 | 0,08911 | 0,28164 |
| 20 | 0,28531 | 0,24421 | 0,07923 | 0,00437 | 0,15923 | 0,22766 |
| 25 | 0,29692 | 0,21411 | 0,08893 | 0,00348 | 0,20130 | 0,19527 |
| 30 | 0,30466 | 0,19405 | 0,09539 | 0,00288 | 0,22934 | 0,17367 |
| 50 | 0,32014 | 0,15392 | 0,10832 | 0,00170 | 0,28543 | 0,13048 |
| 100 | 0,33175 | 0,12382 | 0,11802 | 0,00081 | 0,32750 | 0,09809 |
| 1000 | 0,34220 | 0,09674 | 0,12675 | 0,00000 | 0,36537 | 0,06894 |
| $$\rightarrow \infty $$ | 0,34336 | 0,09373 | 0,12772 | -0,00008 | 0,36957 | 0,06570 |

Pada pembobotan portofolio dengan menggunakan hasil analisis klaster *Fuzzy C-Means* seperti yang disajikan pada Tabel 5 terlihat bahwa untuk *risk aversion* γ=0.5, bobot saham dengan rasio Sharpe tertinggi yaitu saham MEDC dan AMRT memiliki bobot terbesar yaitu masing-masing sebesar 5,85464 dan 5.87372, sedangkan bobot saham dengan rasio Sharpe terendah yaitu saham UNVR memiliki bobot terkecil yaitu -12,16710 (*short selling*). Bobot setiap saham penyusun portofolio akan berubah seiring dengan meningkatnya nilai *risk aversion* γ dan bobot seluruh saham penyusun portofolio menjadi positif ketika γ=25. Hal yang sama juga terjadi pada pembobotan portofolio dengan menggunakan hasil analisis klaster *K-Means* seperti dapat dilihat pada Tabel 6.

Bobot portofolio yang telah diperoleh pada Tabel 5 dan Tabel 6, vektor *mean* dan matriks kovariansi saham-saham penyusun portofolio, selanjutnya digunakan untuk menentukan return, risiko dan rasio Sharpe kedua portofolio sebagaimana diberikan pada Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7. Return, Risiko dan Rasio Sharpe Portofolio MV dengan Analisis Klaster *Fuzzy C-Means*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$γ$$ | Return | Risiko | Rasio Sharpe  |
| 0.5 | 0,07582 | 0,38421 | 0,19655 |
| 1 | 0,03894 | 0,19230 | 0,20092 |
| 2 | 0,02050 | 0,09654 | 0,20921 |
| 5 | 0,00944 | 0,03969 | 0,23013 |
| 10 | 0,00575 | 0,02165 | 0,25151 |
| 15 | 0,00452 | 0,01624 | 0,25955 |
| 20 | 0,00391 | 0,01386 | 0,25980 |
| 25 | 0,00354 | 0,01261 | 0,25639 |
| 30 | 0,00329 | 0,01187 | 0,25159 |
| 50 | 0,00280 | 0,01071 | 0,23296 |
| 100 | 0,00243 | 0,01018 | 0,20885 |
| 1000 | 0,00210 | 0,01000 | 0,17943 |
| $$\rightarrow \infty $$ | 0,00207 | 0,01000 | 0,17615 |

Tabel 9. Return, Risiko dan Rasio Sharpe Portofolio MV dengan Analisis Klaster *K-Means*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $$γ$$ |  | Return | Risiko | Rasio Sharpe |
| 0.5 |  | 0,06971 | 0,36891 | 0,18814 |
| 1 |  | 0,03572 | 0,18469 | 0,19173 |
| 2 |  | 0,01872 | 0,09281 | 0,19840 |
| 5 |  | 0,00852 | 0,03840 | 0,21391 |
| 10 |  | 0,00512 | 0,02133 | 0,22578 |
| 15 |  | 0,00399 | 0,01631 | 0,22577 |
| 20 |  | 0,00342 | 0,01414 | 0,22037 |
| 25 |  | 0,00308 | 0,01301 | 0,21333 |
| 30 |  | 0,00286 | 0,01235 | 0,20630 |
| 50 |  | 0,00240 | 0,01133 | 0,18488 |
| 100 |  | 0,00206 | 0,01087 | 0,16143 |
| 1000 |  | 0,00176 | 0,01072 | 0,13523 |
| $$\rightarrow \infty $$ |  | 0,00173 | 0,01072 | 0,13240 |

Kinerja portofolio dengan analisis klaster *Fuzzy C-Means* seperti yang diberikan pada Tabel 7 dapat dilihat bahwa untuk *risk aversion* γ=0,5 rasio Sharpe adalah 0,19655, kemudian meningkat menjadi 0,20092 untuk γ=1, meningkat menjadi 0,20921 untuk γ=2, terus meningkat sampai mencapai 0,25980 untuk γ =20. Rasio Sharpe mulai menurun untuk γ=25 yaitu menjadi 0,25639, turun lagi menjadi 0,25159 untuk γ=30, turun menjadi 0,23296 untuk γ=50, terus menurun menjadi 0,20855 untuk γ=100, turun menjadi 0,17943 untuk γ=1000. Ternyata kinerja portofolio konvergen ke 0,17615 untuk $γ\rightarrow \infty $, artinya untuk investor yang sangat menghindari risiko maka kinerja portofolio yang terbentuk adalah 0,17615 dengan bobot portofolio investasi seperti yang diberikan pada Tabel 8, yakni: saham AMRT= 8,77%, BMRI=29,82%, EXCL=0,11%, KLBF=25,26%, MEDC=6,99%, dan UNVR=29,05%.

Di sisi lain, kinerja portofolio yang dihasilkan dengan analisis klaster *K-Means* seperti disajikan pada Tabel 9, untuk γ=0,5 rasio Sharpe adalah 0,18814, kemudian meningkat menjadi 0.19173 untuk γ=1, meningkat menjadi 0.19840 untuk γ=2, terus meningkat sampai mencapai 0.22578 untuk γ =10. Rasio Sharpe mulai menurun untuk γ=15 yaitu menjadi 0,22577, turun lagi menjadi 0,22037 untuk γ=20, turun menjadi 0,21333 untuk γ=25, terus menurun menjadi 0,16146 untuk γ=100, turun menjadi 0,13523 untuk γ=1000. Ternyata kinerja portofolio konvergen ke 0,13240 untuk $γ\rightarrow \infty $, artinya untuk investor yang sangat menghindari risiko maka kinerja portofolio yang terbentuk adalah 0,13240 dengan bobot portofolio investasi seperti yang diberikan pada Tabel 9, yakni: saham BMRI= 34,34%, AMRT=9,37%, INCO=12,77%, EXCL=0,00%, UNVR=36,96%, dan MEDC=6,57%.

Dari Tabel 8 dan Tabel 9 secara umum terlihat bahwa kinerja portofolio yang dengan analisis klaster *Fuzzy C-Means* lebih baik dari pada kinerja portofolio dengan analisis klaster *K-Means* untuk semua *risk aversion*.

**5. KESIMPULAN**

Penelitian ini menunjukkan bagaimana mengintegrasikan teknik pengklasteran ke dalam pengelolaan portofolio dan membangun sistem untuk memperoleh portofolio optimum. Hal ini dapat mengefisienkan waktu pemilihan saham penyusun portofolio, karena saham-saham dengan karakteristik yang sama dapat dengan mudah dikumpulkan ke dalam satu klaster. Saham berkinerja terbaik dari setiap klaster selanjutnya dipilih sebagai representasi dari klaster untuk menyusun portofolio. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menggunakan analisisi klaster *Fuzzy C-Means*, 45 saham di Bursa Evek Indonesia yang termasuk dalam indeks LQ-45 dibagi menjadi 6 klaster. Saham-saham sebagai representasi setiap klaster selajutnya digunakan untuk menyusun Sportofolio dengan menggunakan model portofolio MV. Kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis klaster tersebut kemudian dibandingkan dengan kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis klaster *K-Means*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kinerja portofolio dengan analisis klaster *Fuzzy C-Means* lebih baik daripada kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis klaster *K-Means*.

**DAFTAR PUSTAKA**

Bezdek, J. C. 1981. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, New York. Plenum Press. (<http://library.lol/main/98C46549B2E9025E9AD06D361F55D4C8>)

Chen, L. H dan Huang, L. Portfolio Optimization of Equity Mutual Funds with Fuzzy Return Rates and Risks. *Expert Systems with Applications*, Vol. 36, Hal: 3720-3727. (<https://sci-hub.ru/10.1016/j.eswa.2008.02.027>)

Elton, E. J. dan Gruber, M. J. 2014. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th Edition, New York, John Wiley and Sons, Inc.

(<http://library.lol/main/EAE29F7EF709A741B0BDAEAE3890EAA0>)

Gubu, L., Rosadi, D., dan Abdurakhman. 2019. Classical Portfolio Selection with Cluster Analysis: Comparison Between Hierarchical Complete Linkage and Ward Algorithm, *in Proc. The Eighth SEAMS-UGM* *International Conference on Mathematics and Its Applications*, *AIP Conference Proceedings 2192*, Hal: 090004-1–090004-7. (<https://sci-hub.ru/10.1063/1.5139174>)

Jain, A. dan Dubes, R. 1988. *Algorithms for Clustering Data*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. (<http://library.lol/main/93E6CF5B2026241A7E4D387F530616C3>)

Kaufman, L. dan Rousseeuw, P. 1990. *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*. New York. John Wiley & Sons.

(<http://library.lol/main/74E82AD76FF33E0615F4F46DAA84B9DE>)

Long, N. C., Wisitponghan, N., dan Meesad, P. Clustering Stock Data for Multi-Objective Portfolio Optimization. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, Vol. 13, No. 2, Hal: 1-13.

(<https://sci-hub.ru/10.1142/S1469026814500114>)

Markowitz, H. M. 1952. Portfolio Selection. *Journal of Finance*, Vol. 7, Hal: 77-91.

(<https://www.math.hkust.edu.hk/~maykwok/courses/ma362/07F/markowitz_JF.pdf>)

Nanda, R., Mahanty, B., dan Tiwari, M. K. Clustering Indian Stock Market Data for Portfolio Management. *Expert Syst. Appl.* Vol. 37, No.12, Hal: 8793–8798.

(<https://sci-hub.ru/10.1016/j.eswa.2010.06.026>)

Sharpe, W. F. 1994. The Sharpe Ratio. *The Journal of Portfolio Management*, Vol. 21, Hal: 49–58.

(<https://sci-hub.ru/10.3905/jpm.1994.409501> )

Sukono. 2011. Pengukuran Value-at-Risk dengan Volatilitas Tak Konstan dan Efek Long Memory, *Disertasi Program Doktor Matematika Universitas Gadjah Mada,* Tidak dipublikasi.

Supandi, E. D. 2017. Pengembangan Model Portofolio Mean-Variance Melalui Metode Estimasi Robust dan Optimasi Robust, *Disertasi Program Doktor Matematika Universitas Gadjah Mada,* Tidak dipublikasi.

Tola, V., Lillo, F., Gallegati, M., dan Mantegna, R. N. 2008. Cluster Analysis for Portfolio Optimization. *J. Econ. Dyn. Control,* Vol. 32, No. 1, Hal: 235–258.

(<https://sci-hub.ru/10.1016/j.jedc.2007.01.034> )

Xu, R. dan Wunsch, D. C. *Clustering*, Hoboken, New Jersey, John Wiley & Sons Inc. (<https://www.researchgate.net/publication/245507626_Clustering_Xu_R_and_Wunsch_DC_2008_Book_review>)