ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 4, Nomor 3, Tahun 2015, Halaman 463-476
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PENGGUNAAN ANALISIS KETAHANAN HIDUP UNTUK PENENTUAN PERIODE GARANSI DAN HARGA PRODUK PADA DATA WAKTU HIDUP LAMPU NEON

Dian Ika Pratiwi[1], Triastuti Wuryandari[2], Sudarno[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Undip
[2,3]Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM Undip
dianikabee@yahoo.com

ABSTRACT

Tubular lamp industries nowadays are highly competitive in order to create the most-demanded products. The main factor of consumer’s preferences in this product is quality, particularlythe durability as well as the price. Firstly, the longer a tubular/fluorescent lamp works - which indicates the quality of the fluorescent light - the better. The durability can be also a guideline for the company to determine the warranty cost by finding a value of Mean Time to Failure (MTTF). The next factor for consumers to buy or not to buy the lamp is the price of it. The price of a product can be obtained by calculating its production cost, invariably the warranty cost. In the case of tubular lamp, we use Free Replacement Warranty (FRW) policy and found that the warranty time given by the company for 365 days is precisely compared with the value of MTTF of 391 days. Meanwhile the warranty cost which is calculated by using FRW policy isRp 4.108,00.

Keywords: *tubular lamp, Mean Time to Failure (MTTF), warranty, cost, Free Replacement Warranty (FRW).*

1. PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Industri dapat dijadikan sebagai indikator terjadinya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi. Dengan berkembangnya ilmu pengetahuan dan teknologi, maka pertumbuhan industri juga akan semakin pesat. Hal tersebut menjadikan persaingan antar industri begitu ketat. Adanya berbagai produk sejenis dengan merk yang berbeda menyebabkan persaingan produsen untuk memberikan produk yang terbaik agar diminati oleh konsumen.

Adanya tuntutan untuk meningkatkan penjualan produk, menjadikan industri bersaing dengan membuat strategi produksi dan pemasaran yang baik. Salah satu strategi tersebut diantaranya adalah meningkatkan kualitas produk yang dihasilkan. Hal ini diperlukan untuk menjaga keandalan produk ketika produk tersebut sudah berada di tangan konsumen.

Contoh produk yang dapat dilihat secara langsung mengenai keandalannya adalah lampu neon. Ketika lampu neon mengalami kerusakan atau mati dalam jangka waktu pemakaian yang tidak lama, dapat dikatakan bahwa lampu tersebut memiliki kualitas produk yang kurang baik. Penggunaan lampu yang saat ini terus meluas dan bertambah kuantitasnya telah menciptakan peluang pasar yang besar bagi produsen lampu. Kesempatan untuk meraih profit yang besar harus ditunjang dengan memperhatikan kualitas lampu untuk menjaga kepercayaan dan loyalitas konsumen. Salah satu karakteristik kualitas lampu yang dipertimbangkan oleh konsumen adalah lama daya tahan lampu. Untuk itu perlu dilakukan pengujian keandalan terhadap daya tahan lampu untuk membuktikan kualitas produk.

Sebagai pengujian terakhir mengenai keandalan produk yang dihasilkan, dapat dilakukan dengan pengumpulan dan penganalisaan data tentang penampilan dan kualitas produk ketika sampai di tangan konsumen. Menurut Lawless (1992), data keandalan produk yang diperoleh, dapat digunakan dalam berbagai hal oleh pengusaha, yaitu : (1) untuk menaksir keandalan produk saat di lapangan dan membuat perbandingan dengan prediksi teknisi, (2) untuk menyediakan informasi guna perbaikan dan modifikasi produk, (3) untuk menaksir pengaruh dari perubahan desain, (4) untuk memperkirakan dan menjelaskan biaya garansi, (5) untuk membantu dalam desain garansi, pemeliharaan, dan program pergantian bagian - bagian produk

Perusahaan melakukan uji keandalan produk untuk mendapatkan informasi yang membantu dalam menetapkan kebijakan pemasaran. Salah satu kebijakan pemasaran yang dapat diambil berkaitan dengan uji keandalan produk adalah penetapan masa garansi. Garansi adalah surat keterangan dari suatu produk bahwa pihak produsen menjamin produk tersebut bebas dari kesalahan pekerja dan kegagalan bahan dalam jangka waktu tertentu. Garansi menunjukkan lamanya waktu setelah pembelian produk dimana semua perbaikan dan penggantian yang diperlukan produk dibayar sepenuhnya oleh perusahaan. Terdapat beberapa macam kebijakan garansi yang telah dikembangkan dan diaplikasikan menurut jenis produknya. Pada kebijakan sederhana terdapat dua kebijakan dalam penentuan biaya garansi yaitu kebijakan pergantian gratis (*Free Replacement Warranty*) dan kebijakan sebanding (*Pro Rata Warranty*).

Pada bidang industri, uji keandalan produk bertujuan untuk memperoleh informasi mengenai kemungkinan suatu produk akan mengalami kerusakan untuk pertama kali *(mean time to failure)*. Selain itu, diperoleh juga informasi mengenai peluang suatu produk tetap bertahan melebihi waktu x (fungsi ketahanan hidup), dan peluang suatu produk akan mengalami kegagalan apabila diketahui produk tersebut tetap berfungsi sampai waktu x (fungsi kegagalan). Atas dasar itulah maka penulis bermaksud untuk mengkaji aplikasi analisis ketahanan hidup untuk menganalisis waktu garansi suatu produk berdasarkan kemungkinan terjadinya kerusakan produk untuk pertama kali dengan menyusun tugas akhir yang berjudul "Penggunaan Analisis Ketahanan Hidup untuk Penentuan Periode Garansi dan Harga Produk pada Data Waktu Hidup Lampu Neon".

1.2 Tujuan Penulisan

Tujuan yang ingin dicapai dari penelitian ini adalah :

1. Menentukan distribusi data yang mendasari data waktu kegagalan suatu sistem
2. Menaksir parameter untuk distribusi yang mendasari data waktu kegagalan suatu sistem menggunakan metode kemungkinan maksimum.
3. Menentukan fungsi ketahanan hidup dan fungsi kegagalan untuk distribusi data yang sesuai dengan data waktu kegagalan suatu sistem
4. Menentukan lamanya garansi berdasarkan rata-rata waktu suatu sistem akan beroperasi sampai terjadi kegagalan (MTTF).
5. Menentukan harga produk

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Industri

Pengertian industri sangatlah luas, yaitu menyangkut semua kegiatan manusia dalam bidang ekonomi yang sifatnya produktif dan komersial. Industri merupakan kegiatan ekonomi yang luas sehingga jumlah dan macam industri berbeda-beda untuk tiap negara atau daerah. Pada umumnya, makin maju tingkat perkembangan perindustrian di suatu negara atau daerah, makin banyak jumlah dan macam industri, dan makin kompleks pula sifat kegiatan dan usaha tersebut.

2.2 Konsep Dasar Analisis Ketahanan Hidup

Analisis ketahanan hidup merupakan alat statistik yang tujuan utamanya adalah menganalisis data yang selalu positif dalam skala pengukuran dengan jarak interval data awal dan akhir (Lee, 1992).

Menurut Collett (2004), analisis ketahanan hidup menggambarkan analisis data waktu tahan hidup dari awal waktu penelitian sampai kejadian tertentu terjadi.

2.3 Fungsi Ketahanan Hidup *(Reliability Function)*

Pada umumnya, variabel random yang menyatakan waktu ketahanan hidup sebuah objek disimbolkan dengan *T* dan fungsi ketahanan hidupnya pada bidang industri dinotasikan dengan *R(t)* yang menunjukkan probabilitas suatu produk bertahan hidup lebih dari waktu *t*, dimana *t*>0. Maka *R(t)* dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} R(t) &= P(\text{ obyek bertahan lebih dari waktu } t\text{ }) \\ &= P(T > t) \\ &= 1 - P(\text{ obyek gagal sebelum atau saat waktu } t\text{ }) \\ &= 1 - P(T \le t) \end{aligned}$$

2.4 Fungsi Kepadatan Peluang *(Density Function)*

Dalam Jika *T* merupakan variabel random dari waktu hidup suatu individu dalam interval [0,∞), maka fungsi kepadatan peluangnya adalah $f(t)$ dan fungsi distribusi kumulatifnya adalah *F(t).* Menurut Lawless (2003), fungsi kepadatan peluang adalah probabilitas suatu individu mati atau gagal dalam interval waktu dari *t* sampai $t + \Delta t$. Fungsi kepadatan peluang dinyatakan dengan:

$$\begin{aligned} f(t) &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P[Objek\ gagal\ pada\ interval\ (t, t+\Delta t)]}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < T < t+\Delta t)}{\Delta t} \\ &= \frac{Banyak\ obyek\ gagal}{Jumlah\ obyek\ .\ Lebar\ interval}. \end{aligned}$$

Variabel random *T* dengan fungsi kepadatan peluang *f(t)* mempunyai fungsi distribusi kumulatif yang dinyatakan dalam persamaan:

$$F(t) = P(T \le t) = \int_0^t f(x)dx$$

dimana : *F(t)* = fungsi distribusi kumulatif dari t
P(t) = peluang suatu individu bertahan sampai waktu t
f(x) = fungsi kepadatan peluang dari x

2.5 Fungsi Kegagalan *(Hazard Function)*

Fungsi kegagalan dari waktu tahan hidup T dinotasikan dengan *h(t)* dan didefinisikan sebagai peluang suatu obyek gagal didalam interval waktu *(t, t*+Δ*t),* jika diketahui bahwa objek tersebut telah hidup selama waktu *t*, maka fungsi kegagalan *h(t)* dari waktu tahan hidup *T* memiliki fungsi yang didefinisikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} h(t) &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P\left\{\begin{matrix} Obyek\ gagal\ pada\ interval\ waktu\ (t, t+\Delta t) \\ Jika\ diketahui\ obyek\ tersebut\ telah\ bertahan\ hingga\ t \end{matrix}\right\}}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t < T < t+\Delta t \mid T > t)}{\Delta t} \end{aligned}$$

2.6 Beberapa Distribusi dalam Data Tahan Hidup

2.6.1 Distribusi Eksponensial

Distribusi eksponensial digunakan untuk objek dengan tingkat kegagalan yang konstan. Tingkat kegagalan yang besar menunjukkan bahwa resiko kegagalan yang tinggi dan ketahanan hidup yang pendek, sedangkan tingkat kegagalan yang kecil menandakan resiko kegagalan rendah dan ketahanan hidup yang lama.

Fungsi Kepadatan Peluang

Fungsi kepadatan peluang dari distribusi eksponensial dengan satu parameter λ adalah sebagai berikut:

$$f(x\colon\lambda) = \begin{cases} \lambda \exp\left(-\lambda x\right), & x \geq 0,\ \lambda > 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Fungsi Distribusi Kumulatif

Menurut Walpole (2007), fungsi distribusi kumulatif dari distribusi eksponensial adalah:

$$F(x\colon\lambda) = \begin{cases} 0 & , x \leq 0 \\ 1 - \exp\ (-\lambda x), & x > 0 \end{cases}$$

Fungsi Ketahanan Hidup

Secara umum, fungsi ketahanan hidup dinyatakan sebagai:

$R(x) = 1 - F(x)$

sehingga fungsi ketahanan hidup untuk distribusi eksponensial adalah:

$R(x) = 1 - (1 - exp(-\lambda x))$

$R(x) = exp(-\lambda x)$

$$R(x\colon\lambda) = \begin{cases} 0 & ;\ x < 0 \\ exp(-\lambda x) & ;\ x \geq 0,\ \lambda > 0 \end{cases}$$

Fungsi Kegagalan

Fungsi kegagalan dinyatakan pada pernyataan berikut:

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

maka fungsi kegagalan untuk data berdistribusi eksponensial adalah:

$$h(x) = \frac{\lambda \exp(-\lambda x)}{exp(-\lambda x)}$$

$$h(x) = \lambda$$

2.6.2 Distribusi Weibull

Untuk menggunakan distribusi Weibull dalam teori keandalan, perlu didefinisikan terlebih dahulu keandalan suatu komponen atau alat sebagai peluang bahwa komponen tersebut akan berfungsi sebagaimana mestinya selama paling sedikit sampai jangka waktu tertentu dalam suatu keadaan tertentu.

Fungsi Kepadatan Peluang

Fungsi kepadatan peluang dari distribusi weibull dengan dua parameter λ dan β adalah sebagai berikut:

$$f(x\colon\lambda,\beta) = \begin{cases} \lambda^{\beta} \beta\, x^{\beta-1} \exp(-\lambda x)^{\beta} & ;\ x > 0,\ \beta > 0,\ \lambda > 0 \\ 0 & ;\ \text{lainnya} \end{cases}$$

Fungsi Distribusi Kumulatif

Menurut Lawless (1982), distribusi kumulatif dari distribusi weibull adalah:

$$F(x\colon\lambda,\beta) = \begin{cases} 0 & ;\ x \leq 0 \\ 1 - \exp(-\lambda x)^{\beta} & ; x > 0, \beta > 0,\ \lambda > 0 \end{cases}$$

Fungsi Ketahanan Hidup

Secara umum, fungsi ketahanan hidup dinyatakan sebagai:

$$R(x) = 1 - F(x)$$

sehingga untuk distribusi weibull adalah

$$R(x) = 1 - \left(1 - \exp(-\lambda x)^{\beta}\right)$$

$$R(x) = \exp(-\lambda x)^{\beta}$$

maka fungsi ketahanan hidup dari distribusi weibull adalah:

$$R(x: \beta, \lambda) = \begin{cases} 0 & ; x < 0 \\ \exp(-\lambda x)^{\beta}; & x \geq 0 \end{cases}$$

Fungsi Kegagalan

Fungsi kegagalan dinyatakan pada pernyataan berikut yaitu:

$$h(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

maka fungsi kegagalan untuk data berdistribusi Weibull:

$$h(x) = \frac{\lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1} \exp(-\lambda x)^{\beta}}{\exp(-\lambda x)^{\beta}}$$

$$h(x) = \lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1} \qquad ; x > 0, \beta > 0, \lambda > 0$$

2.7 Estimasi dan Pengujian Parameter Model

2.7.1 Estimasi Parameter untuk Distribusi Eksponensial

Misalkan data waktu tahan hidup mengikuti distribusi eksponensial dengan parameter λ. Nilai $f(x) = \lambda\, exp\, (-\lambda x)\, ; \;\; x \geq 0\, ,\; \lambda > 0$.

Maka persamaan likelihoodnya adalah:

$$L(x, \hat{\lambda}) = \prod_{i=1}^{n} \hat{\lambda}\, e^{-\hat{\lambda} x_i}$$

$$= \hat{\lambda}^{n} e^{-\hat{\lambda} \sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Fungsi ln likelihoodnya adalah:

$$ln\, L(x, \hat{\lambda}) = n\, ln\, \hat{\lambda} - \hat{\lambda} \sum_{i=1}^{n} x_i$$

nilai maksimum likelihoodnya adalah:

$$U(\hat{\lambda}) = \frac{d}{d\hat{\lambda}} \ln L(x, \hat{\lambda}) = \frac{n}{\hat{\lambda}} - \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Untuk membuktikan fungsi likelihood maksimal maka dibuktikan dengan nilai dari turunan kedua < 0

$$U(\hat{\lambda}) = \frac{d^2}{d\hat{\lambda}^2} \ln L(x, \hat{\lambda}) < 0 \quad = -\, n\hat{\lambda}^{-2} < 0$$

2.7.2 Estimasi Parameter untuk Distribusi Weibull

Misalkan data waktu tahan hidup mengikuti distribusi Weibull dengan parameter λ dan β. Nilai $f(x; \lambda, \beta) = \lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1} \exp\left(-\lambda x^{\beta}\right), \;\; x, \lambda, \beta > 0$.

Maka menurut Deshpande dan Sudha (2005) , persamaan likelihoodnya adalah:

$$L(x, \hat{\lambda}, \hat{\beta}) = \prod_{i=1}^{n} \hat{\lambda}^{\hat{\beta}} \hat{\beta}\, x^{\hat{\beta}-1} \exp\left(-\hat{\lambda} x^{\hat{\beta}}\right)$$

fungsi ln likelihoodnya adalah:

$$\ln L(x, \hat{\lambda}, \hat{\beta}) = n \ln \hat{\lambda}^{\hat{\beta}} + n \ln \hat{\beta} + \sum_{i=1}^{n} (\hat{\beta} - 1) \ln x_i - \hat{\lambda} \sum_{i=1}^{n} {x_i}^{\hat{\beta}}$$

dengan turunan pertamanya adalah:

$$U(\hat{\lambda}) = \frac{d}{d\hat{\lambda}} \ln L(x, \hat{\lambda}, \hat{\beta}) = \frac{n}{\hat{\lambda}^{\hat{\beta}}} - \sum_{1}^{n} {x_i}^{\hat{\beta}} \;\; dan$$

$$U(\hat{\beta}) = \frac{d}{d\beta} \ln L(x, \hat{\lambda}, \hat{\beta}) = \frac{n}{\hat{\beta}} + \sum_{1}^{n} \ln x_i - \hat{\lambda} \sum_{1}^{n} {x_i}^{\hat{\beta}} \ln x_i$$

nilai MLE dari $\hat{\lambda}$ memenuhi persamaan

$$U(\hat{\lambda}) = 0$$
$$\frac{n}{\hat{\lambda}^{\hat{\beta}}} - \sum_{1}^{n} x_i^{\hat{\beta}} = 0$$
$$\hat{\lambda}^{\hat{\beta}} = n\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}}\right]^{-1}$$
$$\hat{\lambda} = \sqrt[\hat{\beta}]{n\left[\sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}}\right]^{-1}}$$
dan nilai MLE dari β memenuhi persamaan
$$U(\hat{\beta}) = 0$$
$$\frac{n}{\hat{\beta}} + \sum_{i=1}^{n} \ln x_i - \hat{\lambda} \sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}} \ln x_i = 0$$
jadi estimator maksimum likelihood adalah $U'(\hat{\beta}) = 0$.

Fungsi ln likelihood akan mencapai nilai maksimal jika turunan keduanya < 0 yaitu: $I(\hat{\beta}) = \frac{n}{\hat{\beta}^2} + \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i^{\hat{\beta}} (\ln x_i) \,. \sum_{i=1}^{n} \quad (\ln x_i) \quad ; \; i = 1, .., n$

2.8 Rata – Rata Waktu Kegagalan (MTTF)

MTTF merupakan salah satu karakteristik yang sering digunakan dalam analisis ketahanan hidup. MTTF menyatakan nilai ekspektasi atau rata-rata dari waktu kegagalan. MTTF dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$\text{MTTF} = \int_{0}^{\infty} x\, f(x)\, dx \tag{18}$$

MTTF adalah rata-rata waktu suatu sistem akan beroperasi sampai terjadi kegagalan untuk pertama kali. Ukuran inilah yang kemudian dijadikan acuan dalam penentuan batas garansi.

2.8.1 Rata-rata Waktu Kegagalan (MTTF) dan Variansi untuk Distribusi Eksponensial

Fungsi kepadatan peluang eksponensial adalah:
$$f(x) = \lambda \exp(-\lambda x) \,;\, x > 0, \lambda > 0$$
maka nilai MTTF untuk distribusi eksponensial dapat dinyatakan dengan:
$$\text{MTTF} = \text{E(X)} = \int_0^\infty x\, f(x) = \frac{1}{\lambda}$$
Variansi dari distribusi eksponensial adalah sebagai berikut :
$$\begin{aligned} Var\,(X) &= E(X^2) - [E(X)]^2 \\ &= 2\frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{1}{\lambda^2}\right) \\ &= \frac{1}{\lambda^2} \end{aligned}$$

2.8.2 Rata-rata Waktu Kegagalan (MTTF) dan Variansi untuk Distribusi Weibull

Diketahui fungsi kepadatan peluang Weibull adalah:
$$f(x) = \lambda^{\beta} \beta\, x^{\beta-1} \exp\left(-\lambda x^{\beta}\right) \,, x, \lambda, \beta > 0$$
Maka rata-rata waktu kegagalan (MTTF) dari distribusi Weibull adalah:
$$\text{MTTF} = \text{E(X)} = \alpha\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$
variansi dari distribusi Weibull adalah
$$\begin{aligned} \text{Var (X)} &= \text{E}(\text{X}^2) - [E(X)]^2 \\ &= \left(\alpha^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\right) - \left(\alpha\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2 \\ &= \left[\left((\alpha)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\right) - \left((\alpha)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right)\right] \end{aligned}$$

2.9 Uji Anderson-Darling untuk Menentukan Distribusi Data

Uji Anderson-Darling digunakan untuk menguji apakah data berasal dari populasi yang mengikuti distribusi khusus. Adapun rumusan hipotesis untuk uji Anderson-Darling adalah sebagai berikut:

H_0 : Data mengikuti distribusi tertentu
H_1 : Data tidak mengikuti distribusi tertentu

Distribusi tertentu yang dimaksud adalah jenis-jenis distribusi yang telah diketahui, seperti distribusi Normal, distribusi Weibull dan distribusi Eksponesial. Adapun statistik ujinya adalah:

$$A_{n,p}^2 = -\sum_{i=1}^{n} \frac{(2i-1)}{n}\left[\ln F(x_i) + \ln\left(1 - F(x_{n+1-i})\right)\right] - n$$

dengan $p = \frac{r}{n}$ untuk data lengkap p = 1 karena r = n

F : adalah fungsi distribusi kumulatif
x_i : adalah data pengamatan yang telah diurutkan
n : adalah banyaknya data pengamatan
r : adalah banyaknya data yang tidak tersensor

Kriteria penolakan:
H_0 ditolak jika $A_{n,p}^2 > D_{n,p}^{1-\propto}$ (tabel Koziol dan Byar)

2.10 Garansi

Garansi adalah jaminan yang diberikan secara tertulis oleh pabrik atau supplier kepada konsumen atas barang-barang yang dijual terhadap kerusakan-kerusakan yang timbul dalam jangka waktu tertentu. Jaminan tersebut dinyatakan dalam bentuk tertulis berupa surat keterangan bahwa pihak produsen menjamin produk tersebut bebas dari kesalahan pekerja dan kegagalan bahan dalam jangka waktu tertentu

2.11 Kebijakan Penggantian Gratis (*Free-Replacement Warranty*)

Menurut Blischke dan Murthy (1994) Pada kebijakan ini perusahaan setuju untuk mengganti produk yang rusak dengan gratis selama periode garansi. Garansi pada kebijakan ini disebut *Free-Replacement Warranty (FRW).*

Jika biaya garansi per unit (Cb) adalah CsQ(t), dengan Q(t) adalah perkiraan jumlah kegagalan dalam interval dari 0 sampai t, sedangkan Cs adalah harga awal produk (*Manufacturer's selling price*). Maka rata-rata harga produk yang dijual per unit adalah:

E [Cs(t)] = Cs + Cb
= Cs + [Cs. Q(t)]
= Cs [1 + Q(t)] (23)

$\mathrm{Q(t)}$ adalah perkiraan jumlah kegagalan dalam interval dari 0 sampai t dengan rumus

$$Q(t) = \frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)}{2\left(\mathrm{E(X)}\right)^2} - \frac{1}{2}$$

2.11.1 FRW untuk Data Berdistribusi Eksponensial

Rata-rata dan variansi distribusi eksponensial adalah sebagai berikut:

$\mathrm{E(X)} = \frac{1}{\lambda}$ dan

$Var\,(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

maka perkiraan jumlah kegagalan dalam, interval 0 sampai t berdistribusi eksponensial adalah:

$$Q(t) = \frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)}{2\left(\mathrm{E(X)}\right)^2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{t}{\frac{1}{\lambda}} + \frac{\left(\frac{1}{\lambda^2}\right)}{2\left(\frac{1}{\lambda}\right)^2} - \frac{1}{2}$$
$$= \lambda t + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}$$
$$= \lambda t$$

Harga produk yang dijual per unit adalah:

$$E[Cs(t)]=Cs[1+Q(t)]$$
$$= Cs[1 + \lambda t]$$
$$= Cs + Cs\,\lambda t$$

2.11.2 FRW untuk Data Berdistribusi Weibull

Rata-rata dan variansi distribusi weibull adalah sebagai berikut:

$$\mathrm{E(X)} = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/\beta} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \text{ dan}$$
$$Var\,(X) = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{2/\beta} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right]$$

maka:

$$Q(t) = \frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)}{2(\mathrm{E(X)})^2} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{t}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} + \frac{\left(\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{2/\beta}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]\right)}{2\left(\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{t}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} + \frac{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{2/\beta}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{\left(\frac{1}{\lambda}\right)^{2/\beta}2\left(\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)} - \frac{1}{2}$$
$$= \frac{t}{\lambda^{-1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} + \frac{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{2\left(\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)} - \frac{1}{2}$$

Rata-rata harga produk yang dijual per unit adalah:

$$E[Cs(t)]=Cs[1+Q(t)]$$
$$= \mathrm{Cs}\left[1 + \left(\frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)^2}{2(\mathrm{E(X)})^2} - \frac{1}{2}\right)\right]$$
$$= \mathrm{Cs}\left[\frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)^2}{2(\mathrm{E(X)})^2} + \frac{1}{2}\right]$$
$$= \mathrm{Cs}\left[\frac{t}{\lambda^{-1/\beta}\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)} + \frac{\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right]}{2\left(\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)} - \frac{1}{2}\right]$$

3. METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder. Data sekunder yang dimaksud dalam penelitian ini adalah data yang diperoleh dari perusahaan lampu neon yang mengadakan pengujian tentang masa hidup lampu neon bertegangan 9 watt. Perusahaan melakukan analisis ketahanan hidup terhadap 200 lampu neon dengan data yang diperoleh dari pencatatan tanggal pembelian lampu hingga tanggal pengembalian lampu kerena lampu rusak dalam satuan hari

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah lama waktu ketahanan hidup lampu neon

3.3 Tahapan Analisis

Tahapan analisis untuk mencapai tujuan penelitian ini sebagai berikut:

1. Menentukan variabel
2. Membuat rancangan penelitian yang meliputi pencarian sumber data, populasi dan sampel penelitian, melakukan pengujian data untuk mengetahui distribusi yang sesuai dengan menggunakan uji Anderson-Darling.
3. Melakukan analisis data yang terdiri dari :
   a) Menentukan distribusi data yang mendasari data waktu kegagalan suatu sistem.
   b) Menaksir parameter untuk distribusi yang mendasari data waktu kegagalan suatu sistem menggunakan metode kemungkinan maksimum.
   c) Menentukan fungsi ketahanan hidup dan fungsi kegagalan untuk distribusi data yang sesuai dengan data waktu kegagalan suatu sistem
   d) Menentukan lamanya garansi berdasarkan rata-rata waktu suatu sistem akan beroperasi sampai terjadi kegagalan (MTTF)
   e) Menentukan harga produk.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Uji Distribusi

Mencari nilai Anderson-Darling pada data ketahanan hidup lampu neon untuk distribusi Eksponensial dan distribusi Weibull, dapat dilakukan pengolahan data dengan menggunakan *software* Minitab 14. Diperoleh nilai Anderson untuk distribusi eksponensial adalah 23,863 dan untuk distribusi weibull adalah 1,216

Pada pengujian ini digunakan taraf signifikansi α=5%, maka untuk mencari nilai pada tabel Koziol dan Byar diperlukann nilai p. Nilai p untuk data lengkap adalah 1 (satu) , maka nilai pada tabel Koziol dan Byar adalah $D_{200:1}^{1-0.05} = 1{,}3581$. Dengan menggunakan analisis uji distribusi Anderson Darling, diperoleh hasil bahwa data berdistribusi weibull.

4.2 Estimasi Parameter

Setelah melakukan uji distribusi disimpulkan bahwa data berdistribusi weibull. Pada distribusi weibull parameter yang diestimasi terdiri dari dua parameter, yaitu λ dan β. Maka diperoleh estimasi parameter untuk distribusi weibull yang terdapat di Tabel 2.

Tabel 2. Estimasi Parameter untuk Distribusi Weibull

Parameter	*Estimate*	*Standart Error*	*95% Normal CI*	
			Lower	*Upper*
Shape	2,22416	0,125523	1,99125	2,48430
Scale	442,311	14,7738	414,283	472,236

Dari informasi yang terdapat pada Tabel 2 dapat diketahui nilai estimasi parameter untuk distribusi weibull, yaitu sebagai berikut:

- *Shape Parameter* = β = 2,22416
- *Scale Parameter* = α = 442,311
- Parameter $\lambda = \frac{1}{Parameter\ \alpha} = \frac{1}{442{,}311} = 0{,}00226$

4.3 Fungsi Ketahanan Hidup untuk Distribusi Weibull

Fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi weibull sesuai dengan persamaan (11) adalah sebagai berikut:

$$F(x\colon \lambda, \beta) = \begin{cases} 0 & ;\, x \le 0 \\ 1 - \exp(-\lambda x)^{\beta} & ; x > 0 \end{cases}$$

Waktu kegagalan pada data kerusakan lampu neon selalu lebih dari nol, maka fungsi distribusi kumulatif untuk distribusi weibull dengan β= 2,22416 dan λ= 0,00226 adalah sebagai berikut:

$$F(x\colon \lambda, \beta) = 1 - \exp(-\lambda x)^{\beta}$$
$$F(x\colon \lambda, \beta) = 1 - \exp(-0{,}00226x)^{2{,}22416}$$

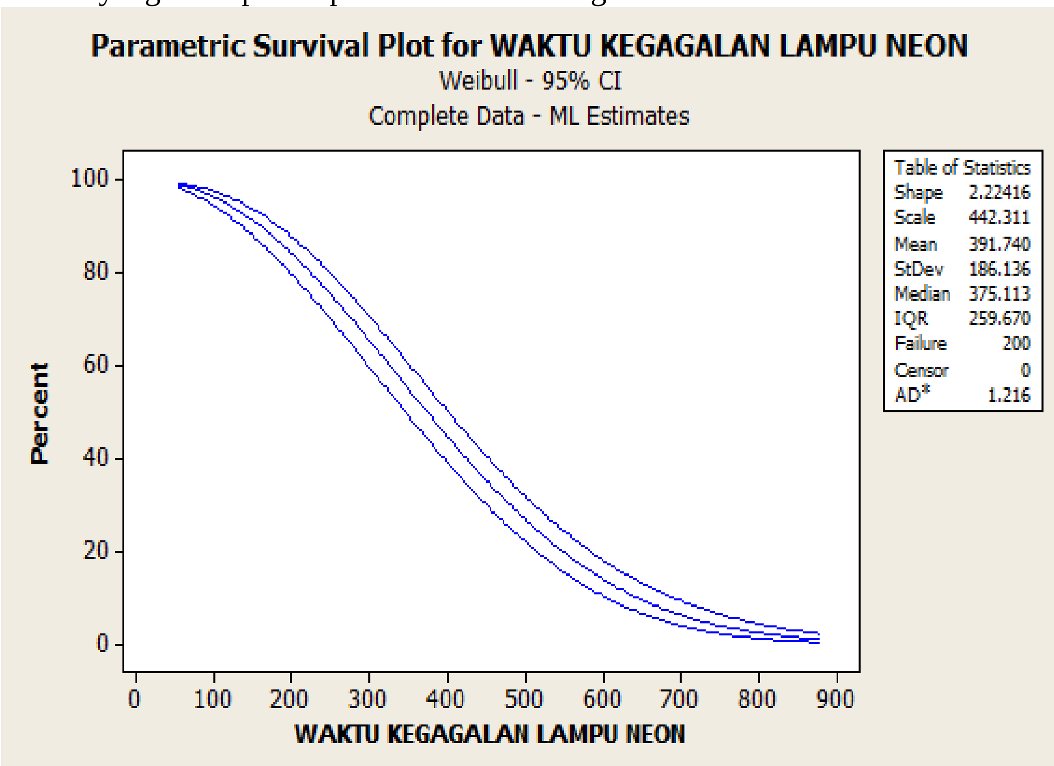
Setelah mengetahui fungsi distribusi kumulatif dari data waktu kegagalan lampu neon, selanjutnya akan ditentukan fungsi ketahanan hidup untuk distribusi weibull sebagai berikut:

$$R(x) = 1 - F(x)$$

Dengan mensubstitusi fungsi distribusi, maka fungsi ketahanan hidup untuk distribusi weibull dapat dinyatakan sebagai berikut :

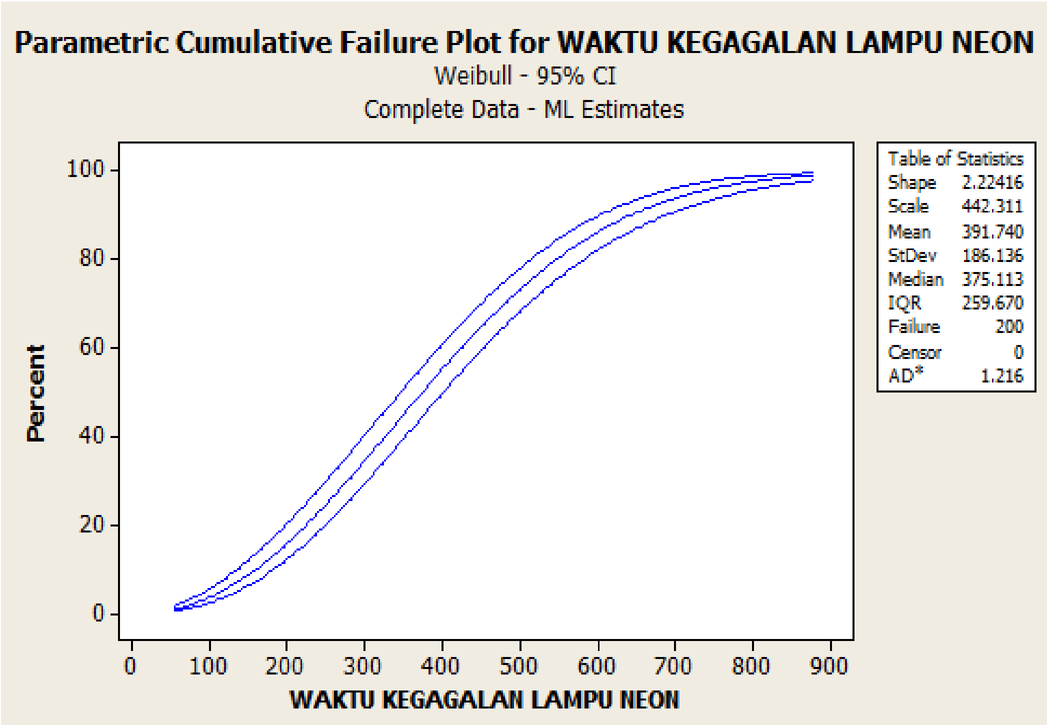
$$\begin{aligned} R(x) &= 1 - F(x) \\ &= 1 - (1 - \exp(-0{,}00226x)^{2{,}22416}) \\ &= \exp(-0.00226x)^{2.22416} \end{aligned}$$

Pengolahan data menampilkan plot ketahanan hidup pada data waktu kegagalan lampu neon yang ditampilkan pada Gambar 4 sebagai berikut:



Gambar 4. Plot Ketahanan Hidup untuk Data Waktu Kegagalan Lampu Neon

Plot distribusi kumulatif dari data waktu kegagalan lampu neon disajikan pada Gambar 5 sebagai berikut:



Gambar 5. Plot Kegagalan Kumulatif untuk Data
Waktu Kegagalan Lampu Neon

4.4 Fungsi Kegagalan pada Distribusi Weibull

Fungsi kegegalan untuk distribusi weibull dari data waktu kerusakan lampu neon dengan taksiran parameter β = 2,22416 dan λ = 0,00226 dapat dituliskan sebagai berikut:
Rumus fungsi kegagalan:

$$\mathrm{h(x)} = \frac{f(x)}{R(x)}$$

Sehingga fungsi kegagalan untuk distribusi weibull adalah sebagai berikut :

$$\mathrm{h}(x) = \frac{f(x)}{R(x)}$$

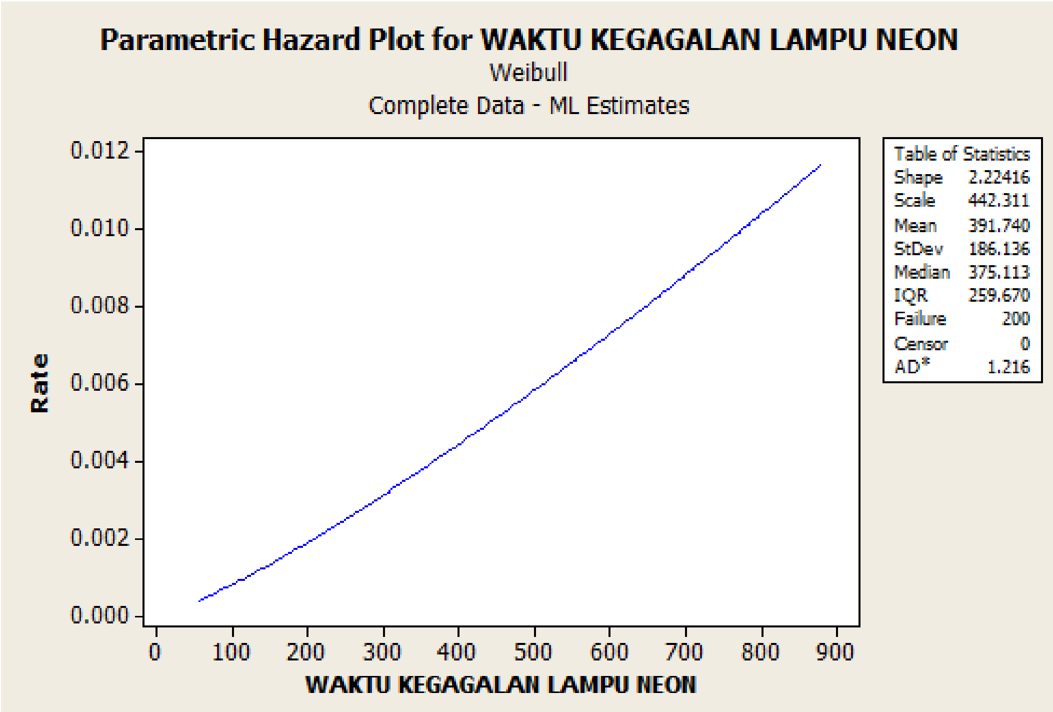
$$h(x) = \frac{\lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1}\exp(-\lambda x)^{\beta}}{\exp(-\lambda x)^{\beta}}$$

$$h(x) = \lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1}$$

Dengan mensubstitusi nilai β = 2,22416 dan λ = 0,00226 pada persamaan $h(x) = \lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1}$, maka diperoleh fungsi kegagalan untuk distribusi weibull, yaitu sebagai berikut :

$$\begin{aligned} h(x) &= \lambda^{\beta}\beta\, x^{\beta-1} \\ &= 0{,}00226^{2.22416}(2{,}22416)\,(x^{2{,}22416-1}) \\ &= 0{,}0000013(2{,}22416)(x^{1{,}22416}) \\ &= 0{,}0000028914\,(x^{1{,}22416}) \end{aligned}$$

Plot fungsi kegagalan pada data waktu kegagalan lampu neon dapat dilihat pada Gambar 6 sebagai berikut:



Gambar 6. Plot fungsi Hazard untuk waktu kegagalan lampu neon

4.5 Menentukan Batas Garansi Berdasarkan Nilai MTTF

Mencari nilai MTTF *(Mean Time To Failure)* juga dapat dilakukan dengan *software* Minitab 14, hasil yang diperoleh dari pengolahan tersebut dituliskan pada Tabel 3

Tabel 3. Karakteristik Distribusi

	Estimate (hari)	*Standard Error*	95.0% Normal CI	
			Lower	*Upper*
Mean(MTTF)	391,740	13,1207	366,849	418,319
Standard Deviation	186,136	9,52059	168,381	205,764
Median	375,113	13,9985	348,655	403,577
First Quartile(Q1)	252,610	13,2775	227,882	280,021
Third Quartile(Q3)	512,280	16,3172	481,277	545,281
Interquartile Range(IQR)	259,670	12,6404	236,041	285,665

Dari Tabel 3, diperoleh nilai MTTF (rata-rata suatu sistem mengalami kegagalan untuk pertama kali) dari data waktu kegagalan lampu neon adalah 391,740. Artinya rata-rata lampu neon produksi perusahaan tersebut adalah lampu akan mengalami kerusakan atau mati pada umur sekitar 391,740 hari. Dari hasil perhitungan nilai MTTF tersebut, dapat dijadikan acuan dalam penentuan masa garansi lampu neon.

4.6 Perhitungan Biaya Garansi Menggunakan Masa Garansi 365 Hari

Perusahaan lampu neon telah menetapkan lama masa garansi selama 365 hari atau satu tahun. Berikut perhitungan biaya garansi untuk masa garansi 365 hari:

Rumus biaya garansi berdistribusi weibull

Cb = Cs. Q(t)

dengan: Cb = biaya garansi produk

Cs = biaya pokok produk

Q(t) = perkiraan jumlah kegagalan dalam interval dari 0 sampai t

t = periode garansi = 365 hari

λ = 0,00226

β = 2,22416

Sebelum menentukan biaya garansi produk, langkah yang harus dilakukan adalah dengan menghitung nilai Q(t) yaitu perkiraan jumlah kegagalan dalam interval dari 0 sampai t. Perhitungan nilai Q(t) adalah sebagai berikut:

$$Q(t) = \frac{t}{\mathrm{E(X)}} + \frac{Var(x)}{2\left(\mathrm{E(X)}\right)^2} - \frac{1}{2}$$

dengan:

- $\mathrm{E(X)} = \alpha\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$ dan
- $Var(X) = \left[\left((\alpha)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\right) - \left((\alpha)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right)\right]$

Maka

$$Q(t) = \frac{t}{\alpha\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)} + \frac{\left[\left((\alpha)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right)\right) - \left((\alpha)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right)\right]}{2\left(\left(\alpha\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right)\right)^2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{365}{442{,}311\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{2{,}22416}\right)} + \frac{\left[\left((442{,}311)^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{2{,}22416}\right)\right) - \left((442{,}311)^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{2{,}22416}\right)\right)^2\right)\right]}{2\left(\left(442{,}311\, \Gamma\left(1 + \frac{1}{2{,}22416}\right)\right)\right)^2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{365}{391{,}7395} + \frac{188106{,}4218 - 153459{,}8658}{613838{,}936} - \frac{1}{2}$$

$$= 0{,}93174 + 0{,}05442 - 0{,}5$$

$$= 0{,}48616$$

Harga pokok produk dari sebuah lampu neon adalah Rp 8.450,00 dengan menggunakan nilai Q(t), biaya garansi per-unit lampu neon dengan garansi selama 365 hari adalah:

Cb = Cs. Q(t)

= Cs. 0,48616

= 8450 . 0,48616

= 4108,052 ≈ 4108

Jadi biaya garansi per-unit untuk lampu neon dengan masa garansi 365 hari adalah Rp 4.108,00

4.7 Menghitung Harga Minimum Penjualan Produk

Harga penjualan minimum adalah harga jual yang diperkirakan perusahaan hasil dari perhitungan biaya pokok produk ditambahkan dengan biaya garansi produk. Menurut Blischke dan Murthy (1994), harga minimum penjualan produk dirumuskan sebagai berikut:

$$E[Cs(t)] = Cs + Cb$$
$$= Cs + [Cs.\ Q(t)]$$
$$= Cs\ [1 + Q(t)]$$

dengan: E [Cs(t)] = harga minimum penjualan produk
Cs = harga pokok produk
Cb = biaya garansi per-unit
Q(t) = perkiraan jumlah kegagalan dalam interval dari 0 sampai t

- $E[Cs(t)] = C_b\ [1 + M(W)]$
$$= 8.450\ [1 + 0{,}48616]$$
$$= 8.450 \times 1{,}48616$$
$$= 12.558{,}052 \approx 12.558$$

Dari perhitungan harga minimum penjualan produk per-unit lampu neon diperoleh hasil bahwa per-unit lampu neon dengan masa garansi 365 hari memiliki harga minimum sebesar Rp 12.558,00

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis penelitian tentang masa garansi produk dan harga minimal produk lampu neon, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa:

1. Didapatkan nilai MTTF dari data adalah 391 hari, maka disimpulkan bahwa masa garansi produk yang sebelumnya telah ditetapkan perusahaan selama 365 hari atau 1 tahun sudah tepat.
2. Selain masa garansi produk, biaya garansi produk juga perlu untuk dianalisis untuk membantu dalam penentuan harga minimum penjualan produk. Biaya garansi untuk per-unit lampu neon yang memiliki masa garansi 365 hari adalah sebesar Rp 4.108,00.
3. Dengan menggunakan kebijakan pengembalian gratis atau *Free Replacement Warranty (FRW)*, diperoleh harga minimum penjualan per-unit lampu untuk masa garansi 365 hari adalah Rp 12.558,00

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L. J dan Engelhardt. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Duxburry Press. California.

Blischke, W. R dan D.N.P. Murthy. 1994. *Warranty Cost Analysis*. Marcel Dekker, Inc. New York.

Collet, D. 2004.*Modelling Survival Data in Medical Research*. CRC Press.

Deshpande, J. V dan Sudha G. Purohit. 2005. *Life Time Data: Statistical Modwels and Methods, Series on Quality, Reliability and Engineering Statistics, Vol.11*. World Scientific Publishing Co. Pte, Ltd. Singapore

Kalbfleisch, J.D. dan Lawless, J.F. 1992. *Some useful statistical methods for truncated data. J. Qual.Tech. 24, 145-152.*

Lawless, F. 2003.*Statistical Models and Methods for Life Time Data*. John Wiley & Sons, Inc. New York.

Lee, E. T. 1992. *Statsitical Methods for Survival Data Analysis*. John Wiley &Sons, Inc. Canada.

Lee, E. T dan Wang, J. W. 2003. *Statsitical Methods for Survival Data Analysis*.JohnWiley & Sons, Inc. Canada.