JURNAL GAUSSIAN, Volume 1, Nomor 1, Tahun 2012, Halaman 147-158
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PENENTUAN CADANGAN DISESUAIKAN DENGAN METODE ILLINOIS PADA ASURANSI JIWA ENDOWMEN SEMIKONTINU

Marlia Aide Revani[1], Yuciana Wilandari[2], Dwi Ispriyanti[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Semicontinuous endowment insurance is a kind of insurance with a periodic premium payments which gives two benefits, payment of death benefit at the moment of death if the insured dies during a certain period of years or payment of living benefit if the insured survives to the end of the period. The insurer's obligation of insured's premium payments, provides net level premium reserves for benefit payment in the future. The insurer needs expenses for it's operate and in fact, the first year expenses usually exceed the loading. This means that an insurance company have to find funds to cover the first year expenses. The funds can be obtained by modified reserve system. To get information of modified reserve value for semicontinuous life insurance, the study of determination of modified reserve value using Illinois method has been done. The full net level reserves are lesser than the reserves under the Illinois method before the end of min(n, 20) years and both of these reserves will be equal at the the end of min(n, 20) years, with n is premium period.

Keywords: semicontinuous life insurance, modified reserve, Illinois Method

1. PENDAHULUAN

Asuransi atau pertanggungan menurut Undang-Undang No. 2 Tahun 1992 adalah perjanjian antara dua pihak atau lebih, dengan mana pihak penanggung mengikatkan diri pada tertanggung, dengan menerima premi asuransi untuk memberikan penggantian pada tertanggung karena kerugian, kerusakan atau kehilangan keuntungan yang diharapkan, atau tanggung jawab hukum kepada pihak ke tiga yang mungkin akan diderita tertanggung, yang timbul dari suatu peristiwa yang tidak pasti, atau untuk memberikan suatu pembayaran yang didasarkan atas meninggal atau hidupnya seseorang yang dipertanggungkan. Fungsi utama dari asuransi adalah sebagai mekanisme untuk mengalihkan risiko dari satu pihak (tertanggung yaitu pemegang polis) kepada pihak lain (penanggung yaitu perusahaan asuransi).

Salah satu risiko yang mutlak melekat dalam hidup manusia adalah risiko kematian. Risiko kematian, pasti terjadi tetapi tidak pasti kapan terjadinya. Kematian dapat menyerang setiap orang dan setiap saat. Apabila kejadian ini menimpa jiwa orang yang menghidupi suatu keluarga maka anggota keluarga yang ditinggalkan akan mendapat kesulitan ekonomi jika mereka tidak ditinggali pendapatan yang cukup untuk memenuhi kebutuhan hidupnya. Dengan kenyataan demikian, maka manusia berusaha untuk meminimalkan risiko yang ditimbulkan. Salah satu metode untuk mengatasinya yaitu mengasuransikan risiko kematian dengan membeli polis asuransi jiwa. Menurut Pandia (2005:143), pengertian asuransi jiwa adalah "suatu jasa yang diberikan oleh perusahaan asuransi dalam penanggulangan risiko yang dikaitkan dengan jiwa atau meninggalnya seseorang yang dipertanggungkan".

Dengan memiliki polis asuransi jiwa, perusahaan asuransi akan memberikan kompensasi kerugian finansial (santunan) yang dialami oleh tertanggung. Produk asuransi jiwa yang memberikan dua manfaat adalah asuransi jiwa endowmen, yaitu proteksi jiwa selama jangka waktu yang ditentukan atau pembayaran diberikan apabila pemegang polis hidup. Dalam praktiknya, santunan dibayarkan sesaat tertanggung meninggal dan umumnya pembayaran premi dibayarkan secara berkala, atau disebut asuransi jiwa semikontinu. Besarnya premi yang dibayarkan tertanggung ditetapkan berdasarkan premi kotor yaitu premi bersih dan biaya. Jika premi kotor dibayarkan secara berkala yaitu tiap tahun maka bentuk tanggung jawab perusahaan asuransi atas premi kotor yang telah diterima adalah menyiapkan cadangan premi yang sewaktu-waktu harus dikeluarkan untuk memenuhi santunan ketika terjadi klaim dari tertanggung. Cadangan premi ini dihitung berdasarkan asumsi premi bersih tahunan.

Perusahaan asuransi dalam menjalankan tugasnya membutuhkan biaya seperti biaya pemeriksaan kesehatan bagi orang yang akan diasuransikan, komisi agen, adminstrasi polis, waktu menyelesaikan tuntutan administrasi dan lain sebagainya. Biaya yang dibutuhkan pada permulaan tahun lebih besar dari pada biaya-biaya tahun selanjutnya. Biaya tersebut menjadi tanggungan pemegang polis yang dibayar bersama premi bersih. Akan tetapi, biaya yang dibayarkan oleh pemegang polis tersebut tidak cukup untuk tahun permulaan polis. Keadaan ini memaksa perusahaan mencari sumber dana tambahan untuk menutupi biaya tahun permulaan yang kemudian akan dibayar kembali dari premi kotor di tahun-tahun berikutnya. Bagi perusahaan yang sudah besar dan mantap dana tambahan tadi bukanlah merupakan masalah, tapi bagi perusahaan yang masih kecil atau baru dan belum mantap kondisi keuangannya akan menjadi masalah yang amat besar.

Untuk mengatasi masalah tersebut, cadangan premi perlu disesuaikan dan penyesuaian ini akan memungkinkan perusahaan mendapat sumber dana baru untuk menutupi biaya di tahun permulaan polis. Dana tersebut nantinya dapat dianggap berupa pinjaman yang akan dibayar kemudian dari pembayaran premi kotor di tahun-tahun mendatang. Pada penulisan ini, besarnya cadangan disesuaikan akan dihitung dengan menggunakan metode Illinois.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Tabel Mortalitas

Tabel mortalitas digunakan perusahaan asuransi untuk menghitung premi asuransi. Tabel ini berisi peluang seseorang meninggal menurut umur dari kelompok orang yang diasuransikan (pemegang polis asuransi) dan diharapkan mampu menggambarkan probabilitas meninggal yang sebenarnya dari sekelompok orang yang diasuransikan.

Jumlah orang yang dilahirkan pada waktu yang sama disimbolkan dengan l_0, dari sejumlah l_0 orang ini akan ada l_x orang yang akan mencapai usia x tahun pada waktu yang sama. Jumlah orang yang meninggal dari l_x orang sebelum mencapai usia $x+1$ disimbolkan dengan d_x, maka:

$$d_x = l_x - l_{x+1} \tag{2.1}$$

dan

$$l_x = d_x + d_{x+1} + \cdots + d_{x+n-1} + d_{x+n}; \text{ dengan } n \geq 1. \tag{2.2}$$

Peluang seseorang yang berusia x akan meninggal sebelum mencapai usia $x+1$ tahun, disimbolkan dengan q_x, sehingga:

$$q_x = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}. \tag{2.3}$$

Biasanya dalam membuat tabel mortalitas q_x ini dianggap telah diketahui, kemudian dipilih l_0 sebarang, sedangkan l_w dibuat sedemikian hingga sama dengan 0, untuk w adalah usia tertinggi.

(Jordan, 1967)

Adapun rumus-rumus yang berhubungan dengan peluang hidup / mati, yaitu:

1. Peluang Hidup

   ${}_t p_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan hidup paling sedikit t tahun

$$ {}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}. \tag{2.4} $$

2. Peluang Mati

   ${}_t q_x$ menyatakan peluang seseorang berusia x akan meninggal sebelum berusia $x+t$ tahun

$$ {}_t q_x = 1 - {}_t p_x = 1 - \frac{l_{x+t}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} = \frac{{}_t d_x}{l_x}. \tag{2.5} $$

   Dengan ${}_t d_x$ menyatakan jumlah orang yang meninggal antara usia x dan $x+t$ tahun

$$ {}_t d_x = l_x - l_{x+t}. \tag{2.6} $$

   Sedangkan ${}_{m|t} q_x$ menyatakan peluang seseorang yang berusia x akan hidup m tahun, tetapi meninggal t tahun kemudian, yaitu meninggal antara usia $x+m$ dan $x+m+t$ tahun

$$ {}_{m|t} q_x = \frac{l_{x+m} - l_{x+m+t}}{l_x} = \frac{{}_t d_{x+m}}{l_x}. \tag{2.7} $$

(Futami, 1993)

Ada beberapa tabel mortalitas, dan tabel mortalitas yang akan digunakan pada penulisan ini adalah *1980 US CSO Basic Male Age Nearest* dan tingkat suku bunga yang digunakan adalah 6% (*1980 CSO Male*, 6%). Tabel ini berasal dari Amerika Serikat dan masih digunakan oleh perusahaan-perusahaan asuransi di Indonesia. Tabel mortalitas dan tingkat suku bunga yang digunakan setiap perusahaan asuransi bisa berbeda, karena hal ini merupakan kebijakan masing-masing perusahaan asuransi.

2.2 Anuitas

Anuitas adalah serangkaian pembayaran yang dilakukan dalam selang waktu yang sama. Anuitas dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu anuitas tentu dan anuitas hidup. Anuitas tentu, pembayarannya dilakukan tanpa syarat sedangkan anuitas hidup pembayarannya dikaitkan dengan mati hidupnya seseorang.

Berdasarkan cara pembayarannya, anuitas hidup dibedakan menjadi dua macam yaitu anuitas diskrit dan anuitas kontinu. Anuitas diskrit berarti pembayaran anuitas dilakukan secara berkala, tiap bulan, 3 bulan, 6 bulan, atau tahunan. Bila pembayaran m kali setahun dapat dibayarkan tiap saat sehingga $m \to \infty$ dan jumlah pembayaran setahun sebesar 1 satuan maka disebut anuitas kontinu.

Pada penulisan ini akan digunakan anuitas diskrit dengan periode pembayaran tahunan. Simbol komutasi yang akan digunakan adalah:

$$ D_x = v^x l_x $$

$$ N_x = \sum_{t=0}^{w} D_{x+t} = D_x + D_{x+1} + \cdots + D_w $$

dengan: $v = (1+i)^{-1}$, i adalah tingkat suku bunga.

Ada beberapa macam anuitas hidup yaitu anuitas seumur hidup, endowmen murni, anuitas berjangka, dan anuitas ditunda. Pembayaran bisa dilakukan tiap awal tahun yang disebut anuitas awal maupun tiap akhir tahun yang disebut anuitas akhir.

2.2.1 Anuitas Seumur Hidup

Anuitas seumur hidup adalah rangkaian pembayaran yang dilakukan selama seseorang masih hidup pada waktu jatuhnya pembayaran.

Nilai Tunai Anuitas Awal	Nilai Tunai Anuitas Akhir
$\ddot{a}_x = \dfrac{N_x}{D_x}$	$a_x = \dfrac{N_{x+1}}{D_x}$

2.2.2 Endowmen Murni

Endowmen murni adalah suatu pembayaran yang dilakukan pada akhir suatu jangka waktu tertentu bagi seseorang bila dia hidup mencapai akhir jangka waktu tersebut. Jika orang tersebut meninggal sebelum akhir jangka waktu maka tidak ada pembayaran. Nilai tunai suatu endowmen murni yang dikeluarkan bagi seseorang yang berusia x selama jangka waktu n tahun dinyatakan dengan:

$$ {}_nE_x = v^n \, {}_np_x = \frac{D_{x+n}}{D_x} $$

2.2.3 Anuitas Berjangka

Anuitas berjangka adalah rangkaian pembayaran berkala paling lama n tahun.

Nilai Tunai Anuitas Awal	Nilai Tunai Anuitas Akhir
$\ddot{a}_x = \dfrac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$	$a_x == \dfrac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x}$

2.2.4 Anuitas Ditunda

Anuitas ditunda adalah rangkaian pembayaran secara berkala yang ditunda selama jangka waktu tertentu. Misal untuk anuitas awal untuk seseorang berusia x yang pembayarannya ditunda selama n tahun dan pembayarannya dilakukan selama t tahun yang disimbolkan dengan ${}_{n|t}\ddot{a}_x$.

Nilai Tunai Anuitas Awal	Nilai Tunai Anuitas Akhir
${}_{n|t}\ddot{a}_x = \dfrac{N_{x+n} - N_{x+n+t}}{D_x}$	$a_x == \dfrac{N_{x+n+1} - N_{x+n+t+1}}{D_x}$

2.3 Asuransi Jiwa Kontinu

Dalam asuransi diskrit diasumsikan bahwa uang pertanggungan (santunan) dibayar pada akhir tahun polis. Akan tetapi dalam praktiknya pembayaran uang pertanggungan tersebut tidaklah demikian, pembayaran dilakukan segera atau sesaat setelah tertanggung meninggal.

Asuransi jiwa endowmen merupakan perpaduan antara asuransi jiwa berjangka dan endowmen murni. Jika pembayaran uang pertanggungan pada asuransi jiwa berjangka, dimana pembayaran dilakukan kepada seseorang berusia x di akhir $1/k$ bagian tahun dari tahun tertanggung meninggal, maka nilai tunai atau premi tunggal bersih $\left(A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|}\right)$:

$$A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|} = \frac{1}{l_x}\left[v^{1/k}\left(l_x - l_{(1/k)}\right) + v^{2/k}\left(l_{x+(1/k)} - l_{x+(2/k)}\right) + \ldots + v^n\left(l_{x+n-(1/k)} - l_{x+n}\right)\right]$$

Pada $A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{1}|}$, perhitungan uang pertanggungan dilakukan tiap akhir jangka waktu $\frac{1}{k}, \frac{2}{k}, \ldots, 1$. Rata-rata saat pembayaran uang pertanggungan dibayarkan adalah $\frac{k+1}{2k}$, maka $A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{1}|} \approx v^{\frac{k+1}{2k}} \frac{d_x}{l_x}$, $A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{2}|} \approx v^{\frac{k+1}{2k}} \frac{d_x}{l_x} + v^{\frac{k+1}{2k}} v \frac{d_{x+1}}{l_x}$, dan seterusnya sehingga:

$$\begin{aligned} A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|} &\approx v^{\frac{k+1}{2k}-1}\left[v\frac{d_x}{l_x} + v^2\frac{d_{x+1}}{l_x} + \ldots + v^n\frac{d_{x+n-1}}{l_x}\right] \\ &= v^{\frac{k+1}{2k}-1} A^1_{x:\overline{n}|} \\ &= (1+i)^{\frac{k-1}{2k}} A^1_{x:\overline{n}|}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

Jika k tak terhingga, maka premi tunggal asuransi jiwa berjangka untuk pembayaran uang pertanggungan dibayarkan sesaat setelah seseorang yang berusia x meninggal $\left(\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}\right)$ adalah:

$$\begin{aligned} \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} &= \lim_{k\to\infty} A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|} \\ &= \lim_{k\to\infty}\left[-\frac{1}{l_x}\sum_{t=1}^{nk} v^{t/k}\Delta l_{x+((t-1)/k)}\right], \text{dengan } \Delta l_{x+((t-1)/k)} = l_{x+(t/k)} - l_{x+((t-1)/k)} \\ &= -\frac{1}{l_x}\int_0^n v^t \, dl_{x+t} \end{aligned}$$

$dl_{x+t} = -l_{x+t}\mu_{x+t}\, dt$ maka:

$$\bar{A}^1_{x:\overline{n}|} = -\frac{1}{l_x}\int_0^n v^t\left(-l_{x+t}\mu_{x+t}\right)dt = \int_0^n v^t \, {}_tp_x \, \mu_{x+t}\, dt \tag{2.9}$$

μ_{x+t} adalah tingkat kematian sesaat dari tertanggung berusia $x+t$.

(Jordan, 1967)

Untuk mempermudah, perhitungan $\bar{A}^1_{x:\overline{n}|}$ dilakukan dengan menggunakan $k\to\infty$ pada persamaan (2.8):

$$\begin{aligned} \bar{A}^1_{x:\overline{n}|} &= \lim_{k\to\infty} A^{(k)}_{\overset{1}{x}:\overline{n}|} \\ &\approx \lim_{k\to\infty}(1+i)^{\frac{k-1}{2k}} A^1_{x:\overline{n}|} \\ &= (1+i)^{\frac{1}{2}} A^1_{x:\overline{n}|} \end{aligned}$$

$$\bar{A}^1_{x:\overline{n}|} = v^{\frac{1}{2}}q_x + v^{1\frac{1}{2}}\,{}_{1|}q_x + \ldots + v^{n-\frac{1}{2}}\,{}_{n-1|}q_x. \tag{2.10}$$

Persamaan (2.10) menyatakan bahwa pembayaran uang pertanggungan pada setiap tahun polis, dilakukan pada pertengahan tahun polis tersebut.

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}} = \frac{1}{D_x}\left(\bar{C}_x + \bar{C}_{x+1} + \ldots + \bar{C}_{x+n-1}\right)$$

sehingga:

$$\bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n}}{D_x}. \tag{2.11}$$

(Futami, 1993)

Fungsi komutasi untuk asuransi jiwa kontinu adalah:

$$\bar{C}_x = \int_0^1 v^{x+t} l_{x+t}\ \mu_{x+t}\ dt = \int_0^1 D_{x+t}\ \mu_{x+t}\ dt \approx (1+i)^{\frac{1}{2}} C_x$$

$$\bar{M}_x = \sum_{t=0}^{n} \bar{C}_{x+t} = \int_0^{\infty} D_{x+t}\ \mu_{x+t}\ dt.$$

Untuk asuransi jiwa endowmen kontinu dituliskan sebagai berikut:

$$\bar{A}_{x:\overline{n|}} = \bar{A}^{1}_{x:\overline{n|}} + {}_nE_x = \frac{1}{l_x}\int_0^n v^t l_{x+t}\ \mu_{x+t}\ dt + \frac{D_{x+n}}{D_x} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}}{D_x} \tag{2.12}$$

(Jordan, 1967)

2.4 Premi Bersih Tahunan

Pada umumnya orang lebih memilih membeli asuransi jiwa dengan premi berkala dari pada premi tunggal. Premi berkala yaitu premi yang dibayarkan secara berkala, misalnya tiap tahun, enam bulan sekali, atau sebulan sekali dan dilakukan pada permulaan tiap selang waktu.

Premi bersih tahunan adalah premi yang dibayarkan oleh tertanggung kepada penanggung tiap tahun tanpa memperhatikan faktor biaya. Dalam menghitung premi bersih tahunan digunakan persamaan dasar sebagai berikut:

$$P \cdot \ddot{a} = A. \tag{2.13}$$

(Jordan, 1967)

Sejumlah uang yang dibayarkan oleh tertanggung kepada penanggung dengan anuitas diskrit dan uang pertanggungan dibayarkan segera disebut premi semikontinu. Premi bersih tahunan semikontinu dengan santunan 1 satuan untuk masing-masing jenis asuransi jiwa dituliskan sebagai berikut:

Asuransi Endowmen

$$P\left(\bar{A}_{x:\overline{n|}}\right) = \frac{\bar{A}_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} = \frac{\left(\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}\right)/D_x}{\left(N_x - N_{x+n}\right)/D_x} = \frac{\bar{M}_x - \bar{M}_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}. \tag{2.14}$$

(Bowers, et al., 1997)

2.5 Cadangan Premi

Cadangan premi adalah kewajiban yang mewakili jumlah menurut perkiraan perusahaan asuransi diperlukan untuk membayar santunan ketika jatuh tempo. Cadangan premi sebagai kewajiban, artinya perusahaan harus menyimpan jumlah uang cadangan sebagai hutang dalam neraca, bukan kekayaan.

Definisi cadangan premi secara prospektif yaitu sejumlah uang bila ditambahkan pada nilai tunai premi bersih yang akan datang akan sama dengan nilai tunai santunan yang akan datang. Berdasarkan definisi cadangan prospektif, simbol beserta rumus untuk cadangan prospektif semikontinu dituliskan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1 Cadangan Prospektif Semikontinu Akhir Tahun ke-t $\left({}_tV(\bar{A})\right)$ Seseorang yang Berumur x untuk Santunan 1 Satuan

Jenis Asuransi	Simbol	Rumus	
Endowmen n tahun	${}_tV\left(\bar{A}_{x:\overline{n}\vert}\right)$	$\begin{cases} \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}\vert} - P\left(\bar{A}_{x:\overline{n}\vert}\right) \ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}\vert} \\ 1 \end{cases}$	$t < n$ $t = n$
Endowmen n tahun, pembayaran h tahun	${}^h_tV\left(\bar{A}_{x:\overline{n}\vert}\right)$	$\begin{cases} \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}\vert} - {}_hP\left(\bar{A}_{x:\overline{n}\vert}\right) \ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}\vert} \\ \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}\vert} \\ 1 \end{cases}$	$t \le h < n$ $h < t < n$ $t = n$

(Bowers, et al., 1997)

3. CADANGAN DISESUAIKAN DENGAN METODE ILLINOIS

3.1 Cadangan Disesuaikan

Sumber dana tambahan untuk menutup biaya awal tahun dapat diperoleh dengan menyesuaikan cadangan premi (cadangan disesuaikan). Dana tersebut dapat dianggap berupa pinjaman yang akan dibayar kemudian dari pembayaran premi kotor di tahun-tahun mendatang. Misalkan P menyatakan premi bersih untuk suatu jenis asuransi. Premi tersebut akan diganti dengan α pada tahun pertama dan diikuti oleh β pada tahun-tahun berikutnya. α dan β adalah premi yang disesuaikan. Pemegang polis hanya membayar premi bersih yang sama besarnya tiap tahun, yaitu $P +$ biaya. α dan β hanya ada dalam perhitungan aktuaria dan tidak ada sangkut pautnya dengan pemegang polis. P di satu pihak serta α dan β di pihak lain dihubungkan oleh

Nilai tunai seluruh $P =$ Nilai tunai $\alpha +$ Nilai tunai β.

Persamaan ini berlaku pada waktu polis dikeluarkan. Bila n menyatakan jangka waktu penyesuaian cadangan, maka hubungan pada persamaan tersebut dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\alpha + \beta\, a_{x:n-1} = P\, \ddot{a}_{x:n} \tag{3.1}$$

$\alpha < P$, karena sebagian dari P dipakai untuk biaya tahun pertama, yaitu sebesar $P-\alpha$. Jadi, dari premi bersih tahun pertama sebesar P, hanya α yang disediakan untuk membayar santunan di tahun tersebut, sisanya $P-\alpha$ dipinjam perusahaan dan pinjaman tersebut akan dibayar kelak dari premi tahun-tahun berikutnya. Karena itu $\beta > P$, jadi $\alpha < P < \beta$.

(Larson & Gaumnitz, 1951)

3.2 Metode Illinois

Penentuan cadangan disesuaikan dengan metode Illinois terdapat persyaratan yang harus terpenuhi yaitu nilai premi bersih tahunan yang dibayarkan tertanggung lebih besar dari nilai premi bersih tahunan asuransi jiwa seumur hidup dengan jangka pembayaran premi 20 tahun pada usia yang sama.

Metode Illinois menyatakan bahwa pada akhir jangka waktu pembayaran premi atau pada akhir jangka 20 tahun, yang manapun terjadi duluan, kedua cadangan harus sama,

${}_{t}V^{I} = {}_{k}V$; k = min(n , 20).

Pada metode Illinois terdapat tiga nilai premi bersih yaitu:

1. α^{I} (premi bersih untuk tahun pertama),
2. β^{I} (premi bersih untuk 19 tahun berikutnya), dan
3. P (premi bersih untuk seterusnya).

dengan

$$\beta^{I} - \alpha^{I} = {}_{19}P_{x+1} - B\frac{C_x}{D_x}\ ,\ B \text{ adalah besar santunan.}$$

Untuk polis dengan pembayaran premi >20 tahun, maka persamaan umum metode Illinois dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\alpha^{I} + \beta^{I} a_{x:\overline{19}|} + P\ {}_{20|n-20}\ddot{a}_{x} = P\,\ddot{a}_{x:\overline{n}|} \tag{3.2}$$

Untuk polis dengan pembayaran premi ≤ 20 tahun, maka persamaan umum metode Illinois dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\alpha^{I} + \beta^{I} a_{x:\overline{k-1}|} = P\,\ddot{a}_{x:\overline{k}|} \tag{3.3}$$

dengan k adalah nilai terkecil dari n dan 20. n adalah jangka waktu pembayaran premi.

(Larson & Gaumnitz, 1951)

Berdasarkan metode prospektif semikontinu (asuransi jiwa kontinu dengan anuitas diskrit), cadangan disesuaikan dengan metode Illinois didefinisikan sebagai berikut:

a. Cadangan akhir tahun ke-t untuk asuransi jiwa endowmen semikontinu $h<20$, $n>h$, untuk seseorang berusia x:

$${}^{h}_{t}V^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right) = \begin{cases} \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{h-t}|} & ;\quad t \leq h < n \\ \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} & ;\quad h < t < n \\ 1 & ;\quad t = n. \end{cases}$$

b. Cadangan akhir tahun ke-t untuk asuransi jiwa endowmen semikontinu $n \leq 20$, untuk seseorang berusia x:

$${}_{t}V^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right) = \begin{cases} \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t}|} & ;\quad t < n \\ 1 & ;\quad t = n. \end{cases}$$

c. Cadangan akhir tahun ke-t untuk asuransi jiwa endowmen semikontinu $n>20$, $20<h<n$ untuk seseorang berusia x:

$${}^{h}_{t}V^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right) = \begin{cases} \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} - \beta^{I}\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t}|} - {}_{h}P\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right)\left[{}_{20-t|h-20}\,\ddot{a}_{x+t}\right] & ;\quad t \leq 20 \\ \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} - {}_{h}P\left(\bar{A}_{x:\overline{n}|}\right)\ddot{a}_{x+t:h-t} & ;\ 20 < t \leq h \\ \bar{A}_{x+t:\overline{n-t}|} & ;\ h < t < n \\ 1 & ;\quad t = n \end{cases}$$

d. Cadangan akhir tahun ke-t untuk asuransi jiwa endowmen semikontinu $n>20$, untuk seseorang berusia x:

$$
{}_tV^I\left(\bar{A}_{x:\overline{n|}}\right)=\begin{cases}\bar{A}_{x+t:\overline{n-t|}}-\beta^I\left(\bar{A}_{x:\overline{n|}}\right)\ddot{a}_{x+t:\overline{20-t|}}-P\left(\bar{A}_{x:\overline{n|}}\right)\left[{}_{20-t|}{}_{n-20}\ddot{a}_{x+t}\right] & ;\quad t\le 20\\ \bar{A}_{x+t:\overline{n-t|}}-P\left(\bar{A}_{x:\overline{n|}}\right)\ddot{a}_{x+t:n-t} & ;\quad 20<t<n\\ 1 & ;\quad t=n\end{cases}
$$

3.3 Simulasi Kasus Perhitungan Cadangan Disesuaikan dengan Metode Illinois

Seseorang laki-laki berusia 40 tahun membeli asuransi jiwa endowmen 30 tahun dengan santunan Rp 100.000.000,00 yang akan langsung diberikan pada saat ia meninggal, dengan pembayaran premi bersih setiap awal tahun selama 25 tahun. Akan dicari cadangan premi akhir tahun serta cadangan disesuaikan dengan metode Illinois untuk 30 tahun, berdasarkan metode prospektif dan Fackler. Tabel yang digunakan adalah *1980 CSO Male*, 6%.

Pertama dihitung premi bersih asuransi jiwa endowmen semikontinu 30 tahun dengan $x=40$, $n=30$, $h=25$, dan $B=10^8$:

$$
{}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=10^8\,\frac{\bar{A}_{40:\overline{30|}}}{\ddot{a}_{40:\overline{25|}}}=1.673.594{,}1795
$$

jadi, diperoleh premi bersih sebesar Rp 1.673.594,1795

Syarat metode Illinois adalah $P>{}_{20}P_x$, maka dihitung nilai ${}_{20}P\left(\bar{A}_{40}\right)$:

$$
{}_{20}P\left(\bar{A}_{40}\right)=10^8\,\frac{\bar{A}_{40}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}}=1.362.027{,}9044
$$

karena ${}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)>{}_{20}P\left(\bar{A}_{40}\right)$ maka polis ini memenuhi keadaan kelompok 1 dan metode Illinois dapat digunakan. Selanjutnya dihitung besar cadangan akhir tahun untuk 30 tahun.

Cadangan disesuaikan dengan metode Illinois berdasarkan metode prospektif dengan:

$$
\beta^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)={}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)+\frac{{}_{19}P\left(\bar{A}_{41}\right)-B\dfrac{\bar{C}_{40}}{D_{40}}}{\ddot{a}_{40:\overline{20|}}}=1.782.097{,}6423
$$

$$
\alpha^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\beta^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)-\left[{}_{19}P\left(\bar{A}_{41}\right)-B\frac{\bar{C}_{40}}{D_{40}}\right]=497.954{,}8942
$$

$$
{}^{25}_{1}V^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{41:\overline{29|}}-\beta^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{41:\overline{19|}}-{}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\left[{}_{19|}{}_{5}\ddot{a}_{41}\right]=330892.2558
$$

$$
{}^{25}_{2}V^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{42:\overline{28|}}-\beta^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{42:\overline{18|}}-{}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\left[{}_{18|}{}_{5}\ddot{a}_{42}\right]=2023750.9683
$$

$$
\vdots
$$

$$
{}^{25}_{30}V^I\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{70:\overline{0|}}=100000000.
$$

Sedangkan cadangan premi berdasarkan metode prospektif adalah:

$$
{}^{25}_{1}V\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{41:\overline{29|}}-{}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{41:\overline{24|}}=1579454.6524
$$

$$
{}^{25}_{2}V\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{42:\overline{28|}}-{}_{25}P\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)\ddot{a}_{42:\overline{23|}}=3234792.9576
$$

$$
\vdots
$$

$$
{}^{25}_{30}V\left(\bar{A}_{40:\overline{30|}}\right)=\bar{A}_{70:\overline{0|}}=100000000.
$$

Hasil lebih lengkapnya ditampilkan pada Tabel 3.1

Tabel 3.1 Cadangan Premi dan Penyesuaiannya dengan Metode Illinois untuk 30 Tahun pada Asuransi Jiwa Endowmen Semikontinu 30 Tahun, Pembayaran 25 Tahun

Tahun	Premi Bersih	Cadangan Premi	Cadangan Disesuaikan dengan Metode Illinois
		Prospektif	Prospektif
1	1673594.1795	1579454.6524	330892.2558
2	1673594.1795	3234792.9576	2023750.9683
3	1673594.1795	4970500.4481	3799044.9751
4	1673594.1795	6789513.9244	5659825.0087
5	1673594.1795	8697085.2420	7611491.2954
6	1673594.1795	10697067.6668	9658037.2469
7	1673594.1795	12795643.4942	11805820.5393
8	1673594.1795	14997770.6849	14059970.8721
9	1673594.1795	17310761.8784	16428009.0129
10	1673594.1795	19740068.0492	18915587.5617
11	1673594.1795	22291926.0825	21529169.0233
12	1673594.1795	24971083.3149	24273732.0976
13	1673594.1795	27783360.8879	27155364.0474
14	1673594.1795	30734330.7395	30179931.1055
15	1673594.1795	33831724.4970	33355512.4898
16	1673594.1795	37086221.8542	36693196.5476
17	1673594.1795	40509584.3327	40205206.1176
18	1673594.1795	44117375.5293	43907638.3357
19	1673594.1795	47926662.0433	47818158.5805
20	1673594.1795	51955878.2368	51955878.2368
21	1673594.1795	56223978.6624	56223978.6624
22	1673594.1795	60752879.1770	60752879.1770
23	1673594.1795	65567990.3754	65567990.3754
24	1673594.1795	70699172.0677	70699172.0677
25	1673594.1795	76184173.0447	76184173.0447
26	-	80256292.7379	80256292.7379
27	-	84625753.6000	84625753.6000
28	-	89336444.4146	89336444.4146
29	-	94440574.5421	94440574.5421
30	-	100000000.0000	100000000.0000

Pada Tabel 3.1 dapat dilihat bahwa tahun ke-1 hingga tahun ke-19 nilai cadangan disesuaikan dengan metode Illinois (${}_tV^I$) lebih kecil dari pada cadangan premi (${}_tV$) dan pada akhir jangka waktu 20 tahun nilai kedua cadangan sama. Pada akhir tahun jangka waktu polis, nilai cadangan disesuaikan dengan metode Illinois dan cadangan premi sama dengan nilai santunan yang diberikan.

4. KESIMPULAN

1. Sumber dana tambahan untuk menutup biaya awal tahun dapat diperoleh dengan menyesuaikan cadangan premi, salah satunya dengan menggunakan metode Illinois.
2. Pada asuransi jiwa endowmen 30 tahun dengan pembayaran premi 25 tahun nilai cadangan disesuaikan dengan metode Illinois tahun ke-1 hingga tahun ke-19 lebih kecil dari pada cadangan premi dan pada akhir jangka waktu 20 tahun nilai kedua

cadangan sama. Pada akhir tahun jangka waktu polis, nilai cadangan disesuaikan dengan metode Illinois dan cadangan premi sama dengan nilai santunan yang diberikan.

DAFTAR PUSTAKA

Bowers, N. L. et al. 1997. *Actuaries Mathematics*. 2nd ed. Illinois: The Society of Actuaries.

Catarya, I. 1988. *Asuransi II*. Karunika. Jakarta: Universitas Terbuka.

Futami, T. 1993. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian I*. Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc.

Futami, T . 1994. *Matematika Asuransi Jiwa Bagian II*. Tokyo: Oriental Life Insurance Cultural Development Centre, Inc.

Jordan, C. W. 1991. *Life Contingencies*. 2nd ed. Chicago: The Society of Actuaries.

Larson, R. E. and Gaumnitz, E. A. 1951. *Life Insurance Mathematics*. New York. John Willey & Sons, Inc.

Pandia, F. et al. 2005. *Lembaga Keuangan*. Jakarta: PT RINEKA CIPTA.

Sembiring, R. K. 1986. *Asuransi I*. Karunika. Jakarta: Universitas Terbuka.