ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 3, Nomor 3, Tahun 2014, Halaman 381 - 390
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PEMODELAN *MARKOV SWITCHING AUTOREGRESSIVE*

Fiqria Devi Ariyani[1], Budi Warsito[2], Hasbi Yasin[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRACT

Transition from depreciation to appreciation of exchange rate is one of regime switching that ignored by classic time series model, such as ARIMA, ARCH, or GARCH. Therefore, economic variables are modeled by Markov Switching Autoregressive (MSAR) which consider the regime switching. MLE is not applicable to parameters estimation because regime is an unobservable variable. So that filtering and smoothing process are applied to see the regime probabilities of observation. Using this model, transition probabilities and duration of the regime can be informed. In this case conducted exchange rate of Rupiah to US Dollar modeling with MSAR. The best model is MS(2)-AR(1) with transition probabilities from depreciation to appreciation is 0,052494 and appreciation to depreciation is 0,746716. Duration of the depreciation state is 19,04986 days and appreciation state is 1,339198 days.

Key words: regime switching, markov switching autoregressive, markov chain, transition probabilities, filtering and smoothing

1. PENDAHULUAN

Pada umumnya pemodelan runtun waktu dilakukan dengan model klasik seperti *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA), *Autoregressive Conditional Heteroskedastic* (ARCH) dan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH). Namun, ketiga model tersebut tidak memperhitungkan adanya perubahan kondisi pada variabel ekonomi yang disebabkan oleh krisis ekonomi, perang, maupun sebab lain yang mengakibatkan nilai data berubah secara signifikan. Hamilton (1989) memperkenalkan model *Markov Switching* yang juga dikenal dengan model *Regime Switching* sebagai alternatif pemodelan data runtun waktu yang didalamnya terdapat perubahan kondisi atau *regime*.

Pada model ARIMA, ARCH maupun GARCH perubahan kondisi yang terjadi pada data diabaikan, namun pada model *Markov Switching* perubahan kondisi dianggap sebagai suatu variabel tak teramati (*unobservable variable*) yang dalam literatur sering disebut dengan *state* atau *regime*. Dengan memperhatikan adanya perubahan kondisi, model *Markov Switching* dapat menangkap dinamika yang lebih kompleks dari pergerakan data. Selain itu, dengan model ini juga dapat diketahui probabilitas dari perubahan kondisi dan durasi dari masing-masing kondisi. Selanjutnya model *Markov Switching* dikombinasikan dengan model *Autoregressive* yang kemudian dikenal dengan model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR). Model tersebut terbukti efektif diterapkan pada runtun waktu *Autoregressive* yang didalamnya terdapat perubahan kondisi.

Metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) merupakan metode yang populer digunakan untuk mengestimasi nilai parameter. Namun dalam model *Markov Switching* MLE tidak dapat digunakan secara langsung karena terdapat variabel *state* yang tidak diketahui nilainya. Untuk itu, Hamilton (1989) menggunakan algoritma *filtering* dan *smoothing* untuk mengetahui peluang suatu data pengamatan berada pada *state* tertentu, kemudian mengkombinasikannya dengan metode MLE.

Dalam penulisan Tugas Akhir ini akan dibahas pemodelan *Markov Switching Autoregressive* dan pendugaan parameter menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) yang diombinasikan dengan algoritma *filtering* dan *smoothing* dari Hamilton (1989). Pemodelan tersebut diterapkan pada data nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika tanggal 03 Februari hingga 30 April 2014. Data tersebut diasumsikan mengikuti proses *Autoregressive* dan didalamnya terdapat perubahan sruktur.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Perubahan atau *switching* dapat terjadi pada rataan, maupun rataan dan varian. Model dengan *switching* pada nilai rataan dan varian dituliskan oleh Hamilton (1996) dengan:

$$y_t = \mu_{s_t} + e_t, \quad e_t \sim N(0, \sigma^2_{s_t})$$

Peubah acak tidak teramati yang sering disebut dengan *state* atau *regime* disimbolkan dengan s_t, dimana $s_t \in \{1,2,\dots,M\}$ dan M adalah banyaknya *state*. Dalam penelitian dengan variabel kurs, diasumsikan terdapat dua *state* (M=2), yaitu apresiasi dan depresiasi. Sesuai dengan karakteristik rantai markov, bahwa nilai sekarang dipengaruhi oleh nilai di masa lalu, maka besarnya peluang nilai s_t dituliskan Hamilton (1994) dengan:

$$P[s_t=j|s_{t-1}=i,s_{t-2}=k,\dots M]=P[s_t=j|s_{t-1}=i]=p_{ij}$$

$$0\leq p_{ij}\leq 1,\ \sum_{j=i}^{M} p_{ij}=1, \text{ dimana } i,j=1,2$$

Dengan p_{ij} merupakan peluang transisi atau besarnya kemungkinan perubahan dari *state* i ke j. Kemudian nilai peluang transisi tersebut dikumpulkan kedalam matriks peluang transisi sebagai berikut:

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{M1} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{M2} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ p_{1M} & p_{2M} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix}$$

Kombinasi paling sederhana dari *Markov Switching* dengan model runtun waktu adalah *Markov Switching Autoregressive* (MSAR), yaitu kombinasi antara *Markov Switching* dengan model *Autoregressive*. Misalkan y_t adalah runtun waktu AR orde *r* yang nilai rataan dan variannya dipengaruhi perubahan *regime* sebanyak 2, maka Kim dan Nelson (1999) menuliskan model MS(2)-AR(*r*) sebagai berikut:

$$\phi(L)(y_t-\mu_{s_t})=e_t$$

$$(y_t-\mu_{s_t})=\phi_1\left(y_{t-1}-\mu_{s_{t-1}}\right)+\dots+\phi_r\left(y_{t-r}-\mu_{s_{t-r}}\right)+e_t$$

Dengan $e_t \sim iidN(0, \sigma^2_{s_t})$, serta μ_{s_t}dan $\sigma^2_{s_t}$ bernilai $\mu_1$dan σ^2_1 jika proses berada pada *state* 1 dan bernilai $\mu_2$dan σ^2_2 jika proses berada pada *state* 2.

Keterangan:

$y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-r}$	: data pengamatan
$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_r$	: koefisien *autoregressive*
$\mu_{s_t}, \mu_{s_{t-1}}, \dots, \mu_{s_{t-r}}$	: rataan pada saat t yang dipengaruhi perubahan *state*
$\sigma^2_{s_t}$	: varian pada saat t yang dipengaruhi perubahan *state*
e_t	: residual pada saat t

Untuk menentukan suatu *state* adalah apresiasi atau depresiasi Hamilton (1994) mempertimbangkan melalui nilai μ_{s_t}, dengan ketentuan bahwa $\mu_2<\mu_1$. Dimana dalam penelitinan ini $s_t = 1$ merupakan *state* saat rupiah mengalami apresiasi, sedangkan $s_t = 2$ merupakan *state* saat rupiah mengalami depresiasi.

Asumsi yang harus dipenuhi dalam analisis runtun waktu adalah stasioneritas. Suatu runtun waktu dikatakan stasioner jika $E(y_t) = \mu$ dan $Var(y_t) = \sigma^2$, konstan untuk semua t. Stasioneritas terbagi menjadi stasioneritas dalam *mean* dan stasioneritas dalam varian.

Pengujian stasioneritas secara visual dapat dilakukan dengan membuat plot, sedangkan secara statistik pengujian dilakukan dengan uji Bartlett dan uji akar unit Augmented Dickey Fuller.

Uji Bartlett merupakan pengujian formal untuk mengetahui homogenitas varian dari *a* kelompok sampel yang diuji. Dalam analisis runtun waktu, varian yang homogen diartikan sebagai varian yang nilainya bersifat konstan, sehingga data dikatakan stasioner dalam varian. Montgomery (2005) merumuskan H_0: $\sigma_1^2=\sigma_2^2= \dots =\sigma_a^2$ (varian homogen) dan H_1: paling sedikit ada satu σ_i^2 yang berbeda untuk i = 1,2,…,a (varian tidak). H_0 ditolak (varian tidak homogen) pada tingkat signifikansi α jika $\chi_0^2 > \chi_{\alpha,a-1}^2$.

$$\chi_0^2 = 2{,}3026 \frac{q}{c}$$

$$q=(N\text{-}a)\log S_p^2 - \sum_{i=1}^{a}(n_i\text{-}1)\log S_i^2$$

$$c=1+\frac{1}{3(a\text{-}1)}\left(\sum_{i=1}^{a}(n_i\text{-}1)^{-1}-(N\text{-}a)^{-1}\right)$$

$$S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a}(n_i-1)S_i^2}{N-a}$$

Keterangan :

S_i^2 : varian sampel kelompok i n_i : banyaknya sampel pada kelompok i

N : banyaknya seluruh sampel s_p^2 : varian gabungan

Dalam uji Augmented Dickey Fuller, stasioneritas diperiksa dengan menentukan apakah polinomial *autoregressive* memiliki sebuah akar tepat pada lingkaran unit atau di dekat lingkaran unit. Brockwell dan Davis (2002) merumuskan H_0: ϕ = 1 (data tidak stasioner) dan H_1: ϕ < 1 (data stasioner). H_0 ditolak (data stasioner) jika $\hat{\tau}_\mu$< t* atau jika nilai probabilitas < α .

$$\hat{\tau}_\mu=\frac{\hat{\phi}_1^*}{\widehat{SE}(\hat{\phi}_1^*)}$$

$$\widehat{SE}(\hat{\phi}_1^*) = s\left(\sum_{t=2}^{n}(y_{t-1}-\bar{y})^2\right)^{-1/2}$$

$$s = \sum_{t=2}^{n}(\nabla y_t - \hat{\phi}_0^* - \hat{\phi}_1^* y_{t-1})^2/(n-3)$$

Untuk variabel ekonomi agar diperoleh data yang stasioner dapat digunakan alternatif yaitu dengan menggunakan nilai *return*. Salah satu rumus yang digunakan untuk menghitung nilai *return* adalah:

$$R_t = \ln\left(\frac{y_t}{y_{t-1}}\right)$$

Keterangan :

R_t : nilai *return* pada periode t

y_t : nilai data pada periiode t

y_{t-1} : nilai data pada 1 periode sebelum t

Untuk menduga nilai dari masing-masing parameter pada model dilakukan estimasi parameter dengan metode *Maksimum Likelihood Estimation* (MLE). Langkah yang dilakukan adalah menentukan fungsi densitas untuk kemudian dibentuk menjadi fungsi log-likelihood. Untuk analisa yang sederhana, digunakan model MS(2)-AR(1). Fungsi densitas dari model tersebut dituliskan sebagai berikut:

$$f(y_t|s_t, s_{t-1}, \mathbf{\Omega_{t-1}}; \boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sigma_{s_t}\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{\left((y_t-\mu_{s_t})-\phi_1(y_{t-1}-\mu_{s_{t-1}})\right)^2}{2\sigma_{s_t}^2}\right]$$

Keterangan:

$\mathbf{\Omega_{t-1}}=(y_{t-1},y_{t-2},\dots,y_{-r+1})'$: populasi data pengamatan

$\boldsymbol{\theta}=(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,p_{11},p_{22},\phi_1)'$: populasi parameter model MS(2)-AR(1)

Fungsi densitas y_t bergantung pada nilai s_t dan s_{t-1}, sedangkan kedua nilai tersebut nilainya tidak diketahui secara langsung melainkan diketahui berdasarkan karakteristik data pengamatan. Maka langkah pertama yang dilakukan adalah membentuk fungsi densitas bersama dari y_t, s_t dan s_{t-1} sebagai berikut:

$$f(y_t,s_t,s_{t-1}|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta}) = f(y_t|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})\times P(s_t,s_{t-1}|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})$$

Langkah selanjutnya adalah menghitung peluang nilai suatu *state* pada saat t berdasarkan informasi data pengamatan hingga saat t-1, dituliskan dengan:

$$P(s_t=j,\, s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_{t-1}})=P(s_t=j|s_{t-1}=i)\times P(s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_{t-1}})$$

Dengan nilai $P(s_t=j|s_{t-1}=i)$ merupakan probabilitas transisi dari rantai markov dengan 2 *state*. Fungsi densitas y_t diperoleh dengan menghitung kemudian menjumlahkan fungsi densitas bersama untuk setiap kemungkinan nilai s_t dan s_{t-1} sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f\left(y_t\middle|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta}\right) &= \textstyle\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f\left(y_t,s_t=j,s_{t-1}=i\middle|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta}\right) \\ &= \textstyle\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})\times P(\, s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta}) \end{aligned}$$

Proses *Filtering*

Proses *filtering* dijalankan untuk mendapatkan peluang nilai suatu *state* pada saat t berdasarkan data pengamatan hingga saat t. Proses ini dijalankan secara iteratif dari t=1,2,…,T. Hasil dari proses *filtering* adalah nilai *filtered state probabilitiy* yang dinotasikan dengan $P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta})$. Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses *filtering*:

$$P(s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta})=\frac{f\left(y_t\middle|s_t=j,s_{t-1}=i,\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta}\right)\times P(s_t=j,s_t=i|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})}{\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t=j,s_{t-1}=i,\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})\times P(s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_{t-1}};\boldsymbol{\theta})}$$

Sehingga nilai *filtered state probability* suatu state dapat dihitung dengan:

$$P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta}) = \textstyle\sum_{i=1}^{M} P(s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta}) \text{ untuk i,j = 1,2.}$$

Nilai yang digunakan untuk memulai proses filtering pada saat t=1 adalah:

$$P(s_0 = j|\boldsymbol{\Omega}_0)\begin{cases} P(s_0 = 1|\boldsymbol{\Omega}_0) = \pi_1 = \frac{1-p_{22}}{2-p_{22}-p_{11}} \\ P(s_0 = 2|\boldsymbol{\Omega}_0) = \pi_2 = \frac{1-p_{11}}{2-p_{22}-p_{11}} \end{cases}$$

Proses *Smoothing*

Untuk mendapatkan nilai estimasi yang lebih baik, dilakukan proses *smoothing* dimana peluang nilai *state* dihitung berdasarkan informasi dari seluruh data pengamatan. Proses ini dijalankan secara iteratif dari t = T-1,T-2,…, 1. Hasil dari proses *smoothing* adalah nilai *smoothed state probabilities* yang dinotasikan dengan $P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})$. Berikut adalah persamaan yang dituliskan oleh Kim dan Nelson (1999) untuk proses *smoothing*:

$$P(s_t=j,s_{t+1}=k|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})=\frac{P(s_{t+1}=k|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})\times P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta})\times P(s_{t+1}=k|s_t=j,\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta})}{P(s_{t+1}=k|\boldsymbol{\Omega_t};\boldsymbol{\theta})}$$

Persamaan diatas dihitung untuk setiap kemungkinan nilai k, kemudian diperoleh besarnya peluang s_t bernilai j berdasarkan pengamaatan hingga t=T, sebagai berikut:

$$P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})= \textstyle\sum_{k=1}^{M} P(s_t=j,s_{t+1}=k|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})\;;\; j,k=1,2$$

Setelah mendapatkan nilai peluang s_t melalui proses *filtering* dan *smoothing* maka dapat diperoleh fungsi densitas dari y_t sebagai berikut:

$$f\left(y_t\middle|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta}\right) = \textstyle\sum_{j=1}^{M}\sum_{i=1}^{M} f(y_t|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})\times P(\, s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta})$$

Dengan demikian fungsi *likelihood* dan *log-likelihood* dituliskan sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\theta})= \textstyle\prod_{t=1}^{T} f\left(y_t\middle|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta}\right)$$

$$\ln L(\boldsymbol{\theta})= \textstyle\sum_{t=1}^{T} f\left(y_t\middle|s_t,s_{t-1},\boldsymbol{\Omega_T};\boldsymbol{\theta}\right)$$

Karena terdapat fungsi pembatas, yaitu π_1 dan π_2 pada awal proses *filtering*, Hamilton (1994) mendefinisikan fungsi Lagrange dari *log-likelihood* dengan:

$$J(\boldsymbol{\theta})=\ln L(\boldsymbol{\theta})+\lambda(1-\pi_1-\pi_2)$$

Untuk mendapatkan nilai maksimum sebagai estimator, fungsi tersebut dideferensialkan terhadap masing-masing parameter dalam $\boldsymbol{\theta}=(\mu_1,\mu_2,\sigma_1^2,\sigma_2^2,p_{11},p_{22},\phi_1)$ dan menyamakannya dengan nol. Sehingga diperoleh estimator sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_j=\frac{\sum_{t=1}^{T} y_t P(s_t=j|y_t;\boldsymbol{\theta})}{\sum_{t=1}^{T} P(s_t=j|y_t;\boldsymbol{\theta})} \qquad \hat{\sigma}_j^2=\frac{\sum_{t=1}^{T}(y_t-\hat{\mu}_j)^2 P(s_t=j|y_t;\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\sum_{t=1}^{T} P(s_t=j|y_t;\hat{\boldsymbol{\theta}})}$$

$$\hat{p}_{ij}=\frac{\sum_{t=2}^{T} P(s_t=j,s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega}_T;\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\sum_{t=2}^{T} P(s_{t-1}=i|\boldsymbol{\Omega}_T;\hat{\boldsymbol{\theta}})} \qquad \hat{\phi}_r=\frac{\sum_{t=1}^{T}\left\{\sum_{j=1}^{M=2}(y_t-\hat{\mu}_j)\times P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega}_T;\boldsymbol{\theta})\right\}}{\sum_{t=1}^{T}\left\{\sum_{j=1}^{M=2} P(s_t=j|\boldsymbol{\Omega}_T;\boldsymbol{\theta})\right\}}$$

Selain dapat menangkap dinamika dari transisi kondisi, dengan model MSAR juga dapat dihitung durasi masing-masing *state*. Durasi dari state j dihitung dengan persamaan

$$E(D) = \frac{1}{1-P_{jj}}$$

Untuk mendapatkan orde AR yang tepat, estimasi parameter model MS(2)-AR(r) dilakukan untuk model AR orde 1 hingga 5. Menurut Hamilton (1994) pemilihan orde hingga 5 dalam AR(*r*) sudah cukup layak dalam pemodelan karena runtun waktu AR merupakan proses *short memory*, sehingga orde yang terlalu besar akan mengakibatkan model menjadi tidak efisien.

Jika nilai dari masing-masing parameter telah diketahui, maka langkah selanjutnya adalah uji diagnostik (*diagnostic checking*) untuk mengetahui kelayakan model. Pengujian terdiri dari uji signifikansi parameter dan normalitas residual. Pengujian signifikansi parameter dilakukan dengan uji parsial terhadap masing-masing parameter. Aswi dan Sukarna (2006) merumuskan H_0: $\hat{\theta}_k = 0$ (parameter tidak signifikan) dan H_1: $\hat{\theta}_k \neq 0$ (parameter signifikan). H_0 ditolak (parameter signifikan) jika $|t| > t_{\alpha/2}$; $df = n - n_p$ dimana n_p adalah banyaknya parameter atau nilai probabilitas < α .

$$t=\frac{\hat{\theta}_k}{SE(\hat{\theta}_k)} \quad k = 1, 2, \ldots, p$$

Pengujian normalitas residual dapat dilakukan dengan uji Jarque-Bera. Rosadi (2010) merumuskan H_0: residual berdistribusi normal dan H_1: residual tidak berdistribusi normal. H_0 ditolak jika JB > $\chi^2_{(\alpha;2)}$ atau nilai probabilitas < α .

$$JB=\frac{n}{6}\left(S^2+\frac{(K-3)^2}{4}\right)$$

$$S: \textit{skewness}=\frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^2\right)^{3/2}} \text{ dan K: kurtosis}=\frac{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(e_t-\bar{e})^2\right)^2}$$

Keterangan :

n : banyaknya data pengamatan

e_t : residual pada saat t

Jika terdapat lebih dari satu model yang lolos uji diagnostik maka dilakukan pemilihan model terbaik dengan membandingkan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC). AIC adalah ukuran kebaikan dari model statistik. yang menunjukkan seberapa tepat suatu model dengan data. Nilai AIC mempresentasikan keseimbangan optimum antara kecocokan model dengan banyaknya parameter, sehingga model yang lebih baik adalah model dengan nilai AIC minimum. Akaike (1977) menuliskan bentuk umum AIC sebagai berikut:

$$AIC = (-2)\log(L) + 2k$$

Keterangan :

L : nilai maksimal dari fungsi *likelihood* untuk estimasi model

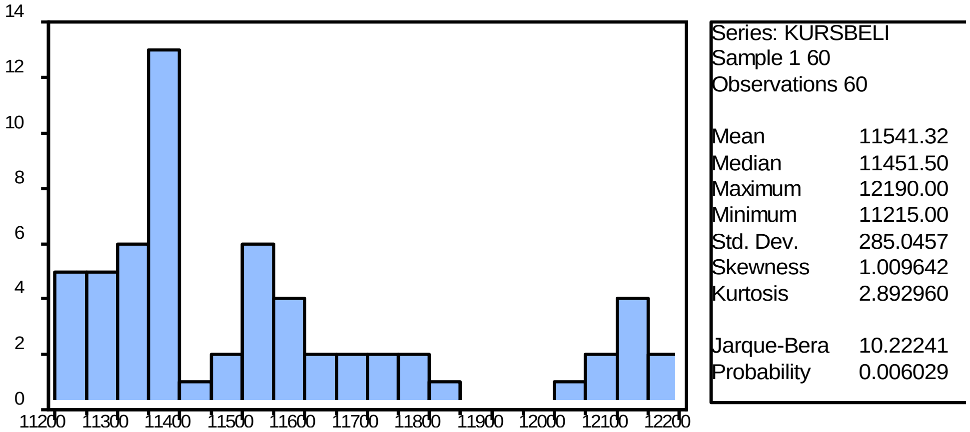
k : banyaknya koefisien dugaan dalam model

3. METODOLOGI PENELITIAN

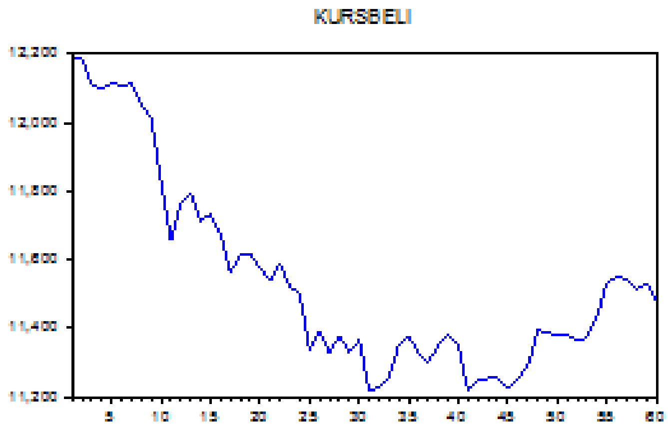
Penulisan tugas akhir ini menggunakan data sekunder yang diperoleh dari website Bank Indonesia (www.bi.go.id). Data berupa nilai tukar (kurs) beli dari transaksi Bank Indonesia untuk mata uang Rupiah terhadap Dollar Amerika pada tanggal 03 Februari hingga 30 April 2014 sebanyak 60 data. Adapun langkah-langkah untuk mencapai tujuan penelitian ini adalah:

1. Menguji stasioneritas data dengan membuat plot time series, uji Bartlett dan uji akar unit. Jika data tidak stasioner dilanjutkan dengan menghitung *return* dan menguji kestasionerannya kembali.
2. Melakukan estimasi parameter. Untuk memperoleh orde yang sesuai, estimasi dilakukan secara iteratif untuk proses AR orde 1 hingga 5.
3. Melakukan uji diagnostik model. Signifikansi parameter diketahui melalui nilai probabilitas parameter pada model sedangkan pengujian normalitas residual digunakan uji Jarque-Bera.
4. Pemilihan model terbaik. Dipilih model terbaik dengan nilai AIC terkecil dari model yang telah lolos uji diagnostik

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

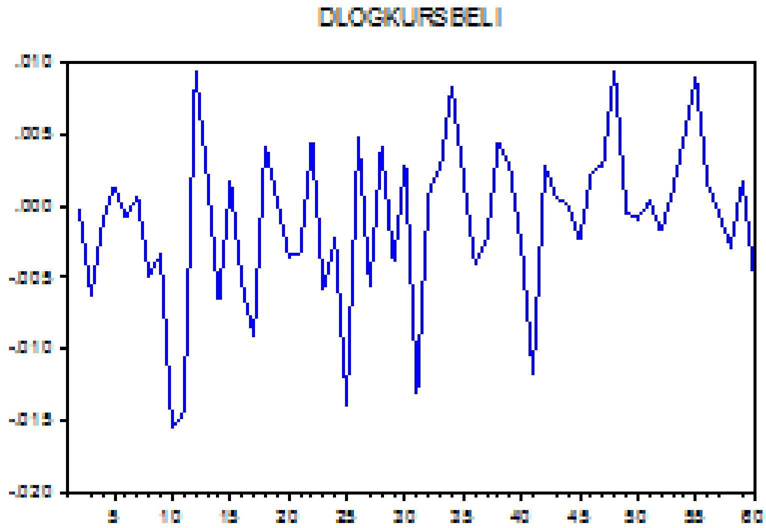


Langkah pertama adalah membentuk statistik deskriptif untuk menyajikan data dalam bentuk yang lebih mudah dipahami. Dari output dapat disimpulkan bahwa rata-rata dari 60 data kurs adalah Rp.11.541,32; dengan nilai tertinggi mencapai Rp.12.190,00 dan nilai terendah Rp.11.215,00. Dari grafik, data dikatakan tidak normal karena baik kemencengan maupun keruncingan jauh dari distribusi normal yang kemencengan dan keruncingannya menyerupai bentuk lonceng.



Selanjutnya dilakukan pengujian asumsi stasioneritas dari runtun waktu nilai tukar Rupiah terhadap Dollar Amerika dengan uji Bartlett dan uji Augmented Dickey Fuller.

Pada uji Bartlett, 60 nilai kurs dibagi kedalam 6 kelompok dengan masing-masing kelompok terdiri dari 10 nilai dan nilai Chi Square tabel untuk $\alpha = 5\%$ adalah $\chi^2_{\alpha,6-1} = 11{,}0705$, maka diperoleh nilai statistik uji $\chi^2_0 = 1{,}10795$. H_0 diterima (varian homogen) karena $\chi^2_0 > \chi^2_{\alpha,6-1}$. Uji akar unit Augmented Dickey Fuller menghasilkan nilai statistik uji $\hat{\tau}_\mu$=-2,449774 dan probabilitas = 0,1330, sehingga H_0 diterima (data tidak stasioner) karena nilai $\hat{\tau}_\mu$> t* dan nilai probabilitas > α. Dimana t* untuk data sebanyak 60 adalah -2,911730. Dapat disimpulkan bahwa data stasioner dalam varian namun tidak stasioner dalam *mean* pada tingkat signifikansi 5%.



Untuk mendapatkan data yang stasioner digunakan alternatif dengan menghitung nilai *return*. Pada uji bartlett nilai *return* kurs, 59 data dibagi ke dalam 6 kelompok dengan kelompok pertama terdiri dari 9 data dan 5 kelompok lainnya terdiri dari 10 data, dan nilai Chi Square tabel tabel untuk $\alpha = 5\%$ adalah $\chi^2_{\alpha,6-1} = 11{,}0705$, maka diperoleh nilai statistik uji χ^2_0=5,14563. H_0 diterima (varian homogen) karena $\chi^2_0 < \chi^2_{\alpha,6-1}$. Uji akar unit Augmented Dickey Fuller menghasilkan nilai statistik uji $\hat{\tau}_\mu$= -7,321193 dan probabilitas = 0,0000, sehingga H_0 ditolak (data stasioner) karena nilai $\hat{\tau}_\mu$< t* dan nilai probabilitas < α. Dimana t* untuk data sebanyak 59 adalah -2,911730. Dapat disimpulkan bahwa data *return* stasioner dalam varian dan mean pada tingkat signifikansi 5%. Dengan begitu pemodelan dilakukan menggunkan data *return* dengan t=2,3,…,60.

Setelah data dinyatakan stasioner, maka langkah selanjutnya adalah estimasi parameter. Untuk pemodelan MSAR, estimasi parameter dilakukan untuk model Markov Switching dengan *Autoregressvie* orde 1 hingga 5. Dengan *Eviews8* diperoleh hasil sebagai berikut:

Model	Parameter	Koefisien	t-stat	Prob	AIC	Jarque-Bera
MS(2)-AR(1)	$\hat{\mu}_1$	-0,000845	-3,355709	0,0008	-7,665474	3,489021
	$\hat{\sigma}_1$	-5,147362	-50,187159	0,0000		
	$\hat{\mu}_2$	-0,000892	-119,136907	0,0000		
	$\hat{\sigma}_2$	-11,878596	-29,893786	0,0000		
	$\hat{\phi}_1$	0,034699	51,505330	0,0000		
	$\hat{p}_{11}$	0,947506				
	$\hat{p}_{22}$	0,253284				
MS(2)-AR(2)	$\hat{\mu}_1$	-0,003160	-2,187761	0,0287	-7,448368	11,86620
	$\hat{\sigma}_1$	-4,953205	-30,508760	0,0000		
	$\hat{\mu}_2$	0,001201	2,097877	0,0359		
	$\hat{\sigma}_2$	-6,052759	-29,484640	0,0000		
	$\hat{\phi}_1$	-0,078200	-0,876675	0,3807		
	$\hat{\phi}_2$	-0,244211	-2,268901	0,0233		
	$\hat{p}_{11}$	0,258227				
	$\hat{p}_{22}$	0,285258				
MS(2)-(AR(3)	$\hat{\mu}_1$	-0,003454	-2,133710	0,0329	-7,420202	11,90944
	$\hat{\sigma}_1$	-4,958411	-29,960280	0,0000		
	$\hat{\mu}_2$	0,001325	2,217090	0,0266		
	$\hat{\sigma}_2$	-6,055209	-28,139510	0,0000		
	$\hat{\phi}_1$	-0,097468	-1,083524	0,2786		
	$\hat{\phi}_2$	-0,215945	-1,851173	0,0642		
	$\hat{\phi}_3$	-0,124936	-1,065210	0,2868		
	$\hat{p}_{11}$	0,249412				
	$\hat{p}_{22}$	0,302910				
MS(2)-AR(4)	-	-	-	-	-	-
MS(2)-AR(5)	$\hat{\mu}_1$	-0,009724	-11,39254	0,0000	-7,469895	7,433905
	$\hat{\sigma}_1$	-5,821375	-13,84546	0,0000		
	$\hat{\mu}_2$	0,001200	3,754559	0,0002		
	$\hat{\sigma}_2$	-5,833308	-43,92044	0,0000		
	$\hat{\phi}_1$	-0,074917	-0,387267	0,6986		
	$\hat{\phi}_2$	-0,346158	-2,449413	0,0143		
	$\hat{\phi}_3$	0,549963	-4,709847	0,0000		
	$\hat{\phi}_4$	-0,029027	-0,143993	0,8855		
	$\hat{\phi}_5$	-0,550217	-3,990741	0,0001		
	$\hat{p}_{11}$	0,123255				
	$\hat{p}_{22}$	0,793195				

Untuk mengetahui model mana yang layak digunakan untuk pemodelan, dilakukan uji Diagnostik. Pengujian terbagi ke dalam signifikansi parameter dan normalitas residual. Pengujian signifikansi parameter dilakukan secara parsial untuk mengetahui parameter mana sajakah yang secara signifikan berpengaruh terhadap model, sedangkan pengujian normalitas residual dilakukan dengan uji *Jarque-Bera*.

Dari tabel diperoleh informasi bahwa model yang semua parameternya signifikan berpengaruh terhadap model adalah MS(2)-AR(1). Pada model tersebut masing-masing estimator dari parameter $\boldsymbol{\theta}=(\mu_1,\sigma_1^2,\mu_2,\sigma_2^2,\phi_1,p_{11},p_{22},)$ memiliki nilai probabilitas < α pada tingkat signifikansi 5%. Selain itu, model MS(2)-AR(1) memiliki residual yang berdistribusi normal. Hal tersebut dapat dilihat dari nilai JB kurang dari $\chi^2_{(\alpha;2)}$ dan nilai probabilitas lebih dari α pada tingkat signifikansi 5%.

Karena hanya ada satu model yang lolos uji diagnostik, yaitu model MS(2)-AR(1), maka dapat dikatakan bahwa model terbaik adalah MS(2)-AR(1) dengan nilai AIC sebesar -7,665474. Berikut adalah matriks transisi dan hasil estimasi parameter model MS(2)-AR(1) :

$$P=\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0.947506 & 0.746716 \\ 0.052494 & 0.253284 \end{bmatrix}$$

$\hat{\mu}_1$ = -0.000845 $\hat{\mu}_2$ = -0.000892 $\hat{\phi}_1$ = 0.034699

$\hat{\sigma}_1^2$ = (antilog(-5.147363))^2 = 5,0731 . 10^{-11}

$\hat{\sigma}_2^2$ = (antilog(-11.87777))^2 = 1,7355 . 10^{-24}

Sehingga dapat dituliskan model sebagai berikut :

$$\left(y_t-\mu_{s_t}\right)=0{,}034699\left(y_{t-1}-\mu_{s_{t-1}}\right)+e_t,\, e_t\sim N(\mu_{s_t},\sigma_{s_t}^2)$$

dengan :

$$\mu_{s_t}\begin{cases}\mu_1=-0.000845\\ \mu_2=-0.000892\end{cases} \text{dan } \sigma_{s_t}^2\begin{cases}\sigma_1^2=5{,}0731\,.\,10^{-11} & \text{untuk } s_t = 1 \text{ (apresiasi)}\\ \sigma_2^2=1{,}7355\,.\,10^{-24} & \text{untuk } s_t = 2 \text{ (depresiasi)}\end{cases}$$

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan dapat diambil kesimpulan bahwa:

1. Data kurs Rupiah terhadap Dollar Amerika tidak stasioner dalam *mean* namun stasioner dalam varian. Untuk memperoleh data yang stasioner dalam mean dan varian digunakan data *return*. Selanjutnya penelitian dilakukan dengan data *return*, yaitu sebanyak 59 data.
2. Model *Markov Switching Autoregressive* yang paling sesuai adalah MS(2)-AR(1).

   $$\left(y_t-\mu_{s_t}\right)=0{,}227898\left(y_{t-1}-\mu_{s_{t-1}}\right)+e_t,\, e_t\sim N(\mu_{s_t},\sigma_{s_t}^2)$$

   dengan :

   $$\mu_{s_t}\begin{cases}\mu_1=-0.000845\\ \mu_2=-0.000892\end{cases} \text{dan } \sigma_{s_t}^2\begin{cases}\sigma_1^2=5{,}0731\,.\,10^{-11} & \text{untuk } s_t = 1 \text{ (apresiasi)}\\ \sigma_2^2=1{,}7355\,.\,10^{-24} & \text{untuk } s_t = 2 \text{ (depresiasi)}\end{cases}$$
3. Jika diketahui saat t-1 *return* Rupiah mengalami apresiasi, maka peluang *return* Rupiah pada saat t mengalami apresiasi adalah (p_{11}) = 0.947506, dan peluang *return* Rupiah pada saat t mengalami depresiasi adalah (p_{12}) = 0.052494. Jika diketahui saat t-1 *return* rupiah mengalami depresiasi, maka peluang *return* Rupiah pada saat t mengalami depresiasi adalah (p_{22}) = 0,253284, dan peluang *return* Rupiah pada saat t mengalami apresiasi adalah (p_{21}) = 0,746716.
4. Durasi *return* Rupiah mengalami apresiasi adalah 19,04986 hari, dan durasi *return* Rupiah mengalami depresiasi adalah 1,339198 hari.

6. DAFTAR PUSTAKA

Akaike, H. 1978. A Bayesian Analysis of the Minimum AIC Procedure. *Ann Inst Statist Math*, Vol 30: 9-14

Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu Teori dan Aplikasi*. Makassar: Andira Publisher.

Bain, L.J and Engelhardt. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Second edition. California: Duxbury Press

Brockwell, P.J and Davis, R.A. 2002. *Introduction to Time Series and Forecasting*. New York: Springer.

Dickey, F and David A. 1979. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*. 74: 427-431.

Hamilton, J.D. 1994. Time Series Analysis. New Jersey: Princeton University Press.

Hamilton, J.D. 1989. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Bussines Cycle. *Journal of Econometrics*, Vol 57: 353-384.

Hamilton, J.D. 1996. Specification Testing in Markov-switching Time Series Models. *Journal of Econometrics*, Vol 70: 127-157.

Kim, C.J and Nelson C.R, 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibs Sampling Approaches with Applications*. Cambridge, MA: MIT Press.

Makridakis *et al*. 1995. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Erlangga.

Montgomery, D.C. 2005. Introduction to Statistical Quality Control. Fifth edition. New York: John Willey & Sons.

Rosadi, D. 2012. *Ekonometrika dan Analisis Runtun Waktu Terapan Dengan Eviews*. Yogyakarta: Andi Offset.

Sukirno, S. 2000. *Makro Ekonomi Modern Perkembangan Pemikiran dari Klasik Hingga Keynesian Baru*. Jakarta: PT. Raja Grafindo Persada dalam Triyono. 2008. Analisis Perubahan Kurs rupiah Terhadap Dolar Amerika. *Jurnal Ekonomi Pembangunan Vol 9*. Surakarta.