ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 3, Nomor 3, Tahun 2014, Halaman 371 - 380
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

ANALISIS PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL SAHAM DENGAN PENDEKATAN OPTIMISASI MULTIOBJEKTIF UNTUK PENGUKURAN VALUE AT RISK

Fiki Farkhati[1], Abdul Hoyyi[2], Yuciana Wilandari[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staf Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Mean Variance Efficient Portfolio (MVEP) is theory of portfolio which purposed to standard investor because approach has only one objective that minimize portfolio risk. Portfolio with multi-objective optimization that simultaneously maximize portfolio return and minimize portfolio risk with various weighting coefficient k represents risk aversion index. The purpose of this research is analyze proportion each stock in order that is formed optimal portfolio approach multi-objective optimization and analyze expected return and risk that suitable with preference investor. This research is based on cases stocks ASII, TLKM, SMGR, UNVR and LPKR. As a specific example investment Rp 50.000.000,00 in 20 days with 95% degree of confidence. Optimal portfolio for risk seeker investor is portfolio with k = 0,01 with expected profit Rp 1.547.392,00 and risk estimation Rp 33.832.562,00. Optimal portfolio for risk indifference investor is portfolio with $1 \leq k \leq 100$ with expected profit Rp 965.678,00 until Rp 1.435.038,00 and risk estimation Rp 19.500.464,00 until Rp 25.513.351,00. Optimal portfolio for risk averse investor is portfolio with k = 10000 with expected return Rp 950.414,00 and risk estimation Rp 19.495.116,00.

Keywords : return, risk, portfolio, multi-objective, value at risk (VaR)

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan kegiatan penanaman uang atau modal dengan tujuan memperoleh keuntungan. Investasi dikatakan menguntungkan jika memberikan manfaat (*benefits*) yang lebih besar dari pengorbanannya (*cost*) (Husnan, 1993). Investasi pada aset berisiko seperti saham tidak hanya akan menghasilkan keuntungan (*return*) tetapi juga harus menghadapi kerugian (*risk*). Tingkat pengembalian dapat diukur dari *expected return* sedangkan risiko dapat diukur dari varian atau standar deviasi. Oleh karena itu dibutuhkan adanya diversifikasi untuk mengurangi risiko.

Professor Harry Markowitz merupakan pencetus teori diversifikasi portofolio yang selanjutnya dikenal dengan teori diversifikasi Markowitz. Konsep portofolio efisien Markowitz disebut juga dengan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP). Maruddani dan Purbowati (2009) mendefinisikan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP) sebagai portofolio yang memiliki varian minimum diantara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk. Fabozzi (1995) mengatakan bahwa portofolio yang optimal adalah tergantung pada preferensi investor. Weston dan Copeland (1986) membagi jenis investor menjadi tiga golongan berdasarkan preferensinya, yaitu kelompok yang senang menghadapi risiko (*risk seeker*), kelompok anti risiko (*risk averse*), dan kelompok yang acuh terhadap risiko (*risk indifference*).

Konsep portofolio yang dicetuskan oleh Markowitz merupakan optimisasi portofolio yang ditujukan untuk investor standar karena hanya mengacu pada satu penjelasan dari *return* portofolio (Steuer, *et al.* 2005). Duan (2007) menggunakan pendekatan multiobjektif untuk membentuk portofolio yang optimal dengan memaksimumkan *return* dan meminimumkan risiko secara bersamaan. Optimisasi multiobjektif menawarkan beberapa alternatif investasi tergantung pada preferensi investor.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Investasi

Menurut Kamus Bahasa Indonesia (2008) investasi adalah penanaman uang atau modal dalam suatu perusahaan atau proyek dengan tujuan memperoleh keuntungan. Investor dapat berinvestasi dalam bentuk aktiva riil (*real assets*) seperti tanah, rumah, membangun pabrik, dan bisnis properti maupun *financial assets* seperti saham, obligasi, waran, dan opsi.

2.2. Saham

Saham merupakan tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas. Porsi kepemilikan ditentukan oleh seberapa besar penyertaan yang ditanamkan di perusahaan tersebut.

2.3. Return

Menurut Ghozali (2007) *return* merupakan pendapatan yang akan diterima jika menginvestasikan uang pada suatu aktiva finansial (saham, obligasi) atau aktiva riil (*property*, tanah). Secara matematis Hardle dan Simar (2007) merumuskan *return* saham sebagai berikut :

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

dengan :

R_t = *return* saham pada periode t, t = 1,2, ... n

P_t = harga saham pada periode t, t = 1,2, ... n

P_{t-1} = harga saham pada periode t-1, t = 1,2, ... n

Maruddani dan Purbowati (2009) merumuskan jika terdapat n (jumlah observasi) *return*, maka ekspektasi *return* dapat diestimasi dengan mean *return*, yaitu :

$$\overline{R_t} = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_t$$

2.4. Risiko

Menurut Samsul (2006) terdapat dua risiko dalam berinvestasi, yaitu risiko sistematis (*systematic risk*) dan risiko tidak sistematis (*unsystematic risk*). Ghozali (2007) mengatakan bahwa risiko merupakan volatilitas dari sesuatu dapat berupa pendapatan maupun laba. Volatilitas merupakan ukuran dispersi (penyebaran) yang diukur dengan varian atau standar deviasi. Varian dan standar deviasi untuk return saham dirumuskan sebagai berikut :

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_t - \overline{R_t})^2}$$

dengan :

R_t = *return* saham pada periode t, t = 1,2, ... n

$\overline{R_t}$ = *expected return* saham (nilai rata-rata *return*)

n = jumlah observasi atau pengamatan

Ada tiga sifat investor terhadap risiko, yaitu kelompok yang senang terhadap risiko, anti risiko, dan acuh terhadap risiko. Kelompok pengambil risiko (*risk seeker*) adalah kelompok yang senang menghadapi risiko, jika dihadapkan pada investasi yang kurang atau yang lebih dengan perkiraan jumlah hasil pengembalian yang sama maka *risk seeker* lebih cenderung mengambil investasi yang berisiko tinggi. Pada keadaan yang sama kelompok anti risiko (*risk averse*) cenderung memilih investasi yang berisiko kecil. Sedangkan kelompok yang acuh terhadap risiko (*risk indifference*) tidak memiliki pilihan khusus terhadap titik tertentu (Weston dan Copeland, 1986).

2.5. Portofolio

Teori portofolio ini didasarkan pada kenyataan bahwa umumnya para investor tidak menginvestasikan seluruh dana mereka pada satu jenis saham tetapi membagi-bagikannya dalam berbagai jenis saham, dengan kata lain melakukan diversifikasi dengan tujuan untuk mengurangi risiko yang ditanggung (Husnan, 1993).

Return portofolio adalah *return* investasi dalam berbagai instrumen keuangan selama suatu periode tertentu (Samsul, 2006). Seperti yang dirumuskan oleh Fabozzi (1995) :

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_NR_N \quad (1)$$

dengan :

R_p = tingkat pengembalian portofolio selama periode berjalan

R_i = tingkat pengembalian aktiva i, i = 1,2,…,N

w_i = berat aktiva i pada portofolio, i = 1,2,…,N

Secara ringkas persamaan (1) dapat dinyatakan sebagai berikut :

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} w_iR_i \text{ dengan } \sum_{i=1}^{N} w_i = 1$$

Dalam bentuk notasi matriks (Maruddani dan Purbowati, 2009) persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut :

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + \dots + w_NR_N = [w_1\ w_2\ \dots\ w_N]\begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \dots \\ R_N \end{bmatrix} = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{R}$$

dengan :

$\mathbf{w}^T$ = vektor transpos dari $\mathbf{w}$

$\mathbf{R}$ = vektor kolom yang terdiri dari *return* aset tunggal

Nilai ekspektasi dari *return* portofolio adalah :

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{N} w_i\mu_i \quad (2)$$

Dalam bentuk notasi matriks, persamaan (2) dapat ditulis sebagai berikut :

$$E(R_p) = w_1\mu_1 + w_2\mu_2 + \dots + w_N\mu_N = [w_1\ w_2\ \dots\ w_N]\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix} = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{\mu}$$

dengan :

$\mathbf{w}^T$ = vektor transpos dari $\mathbf{w}$

$\boldsymbol{\mu}$ = vektor kolom yang terdiri dari *expected return* aset tunggal

Risiko portofolio adalah risiko investasi dari sekelompok instrumen keuangan dalam portofolio (Samsul, 2006). Secara umum bagi portofolio dengan aktiva sebanyak N, varian portofolio adalah (Roman, 2004):

$$\sigma_p^2 = Var\left(\sum_{i=1}^{N} w_iR_i\right) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_iw_j cov(R_i, R_j) \quad (3)$$

Dalam bentuk notasi matriks (Maruddani dan Purbowati, 2009) persamaan (3) dapat ditulis sebagai berikut :

$$\sigma_p^2 = [w_1\ \dots\ w_N]\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1N} \\ . & & & . \\ . & & & . \\ . & & & . \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \dots & \sigma_{NN} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_N \end{bmatrix} = \boldsymbol{w}^T \sum \boldsymbol{w}$$

dengan :
$\mathbf{w}^T$ = vektor transpos dari w_N
$\mathbf{\Sigma}$ = matriks varian-kovarian dari aset

2.6. Metode Portofolio Markowitz

Konsep portofolio efisien Markowitz disebut juga dengan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP). Maruddani dan Purbowati (2009) mendefinisikan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP) sebagai portofolio yang memiliki varian minimum diantara keseluruhan kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk. Hardle dan Simar (2007) menyelesaikan permasalahan optimasi dengan fungsi Lagrange sebagai berikut :

$$L = \boldsymbol{w^T\Sigma w} + \lambda_1\left(\mu_p - \boldsymbol{w^T\mu}\right) + \lambda_2(1 - \boldsymbol{w^T1}) \tag{4}$$

Untuk mendapatkan penyelesaian nilai optimal terhadap $\boldsymbol{w}$, persamaan (4) diturunkan terhadap $\boldsymbol{w}$ dan kemudian hasilnya disamakan dengan nol. Sehingga diperoleh persamaan pembobot :

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{\Sigma^{-1}}(\lambda_1\boldsymbol{\mu} + \lambda_2\boldsymbol{1}) \tag{5}$$

dengan substitusi persamaan (5) ke $\boldsymbol{1^Tw} = 1$, diperoleh persamaan :

$$\lambda_2 = \frac{2 - \boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}}\lambda_1\boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}1}} \tag{6}$$

dengan substitusi persamaan (6) ke persamaaan (5), maka diperoleh persamaan :

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2}\lambda_1\left(\boldsymbol{\Sigma^{-1}\mu} - \frac{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}\mu}}{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}1}}\,\boldsymbol{\Sigma^{-1}1}\right) + \frac{\boldsymbol{\Sigma^{-1}1}}{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}1}}$$

Untuk kasus portofolio dengan varian efisien tidak ada pembatasan pada mean portofolio ($\lambda_1 = 0$) sehingga vektor bobotnya yaitu :

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma^{-1}1}}{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}1}}$$

Syarat untuk mendapatkan bobot yang minimum adalah :

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \boldsymbol{w}^T \partial \boldsymbol{w}} = 2\boldsymbol{\Sigma} > 0$$

Maka bobot optimal pada *mean variance efficient portfolio* dengan *return* $R_t \sim N_N\ (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ adalah :

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma^{-1}1}}{\boldsymbol{1^T\Sigma^{-1}1}} \tag{7}$$

2.7. Metode Portofolio Multiobjektif

Multiobjektif merupakan salah satu metode optimisasi dimana pengoptimalan tidak hanya dilihat pada satu sudut pandang tetapi optimisasi berdasarkan lebih dari satu sudut pandang. Duan (2007) merumuskan optimisasi multiobjektif sebagai berikut :

Meminimumkan $f_0(\boldsymbol{w})$ (merupakan fungsi yang akan dioptimalkan)
dengan kendala : $f_i(\boldsymbol{w}) \le 0,\ i = 1, \dots, m$ (m kendala pertidaksamaan)
$f_j(\boldsymbol{w}) = 0,\ j = 1, \dots, p$ (p kendala persamaan)

Pendekatan optimisasi multiobjektif mengkombinasikan banyak fungsi objektif $f_1(\mathbf{w})$, $f_2(\mathbf{w})$, . . ., $f_N(\mathbf{w})$ ke dalam satu fungsi objektif dengan memasukkan bobot pada masing-masing fungsi objektif. Solusinya adalah dengan meminimumkan jumlah dari fungsi bobot menggunakan metode single-objektif, yaitu :

min $F(\mathbf{w}) = a_1f_1(\mathbf{w}) + \dots + a_Nf_N(\mathbf{w})$
dengan $a_i > 0$ dan $i = 1, 2, \dots, N$

Pada bidang finansial optimasi multiobjektif dapat diterapkan dalam optimasi portofolio saham yaitu dengan memaksimalkan *return* dan meminimalkan risiko secara bersamaan. Menurut Duan (2007) meminimumkan risiko portofolio $\sigma_p^2 = \boldsymbol{w^T} \sum \boldsymbol{w}$ dan memaksimumkan *expected return* portofolio $r_p = \boldsymbol{w^T r}$ adalah ekuivalen dengan meminimumkan negatif *expected return* portofolio $r_p = -\boldsymbol{w^T r}$ dan risiko portofolio $\sigma_p^2 = \boldsymbol{w^T} \sum \boldsymbol{w}$. Sehingga diperoleh formula sebagai berikut :

Meminimumkan : $(f_1(\boldsymbol{w}), f_2(\boldsymbol{w})) = (-\boldsymbol{w^T r}, \boldsymbol{w^T} \sum \boldsymbol{w})$

kendala : $\boldsymbol{1^T w} = 1$

Optimisasi multiobjektif ini dapat diselesaikan dengan skalarisasi yang merupakan suatu teknik standar untuk menemukan poin-poin optimal untuk setiap permasalahan pengoptimuman vektor. Dengan memberikan dua koefisien pembobotan $\lambda_{1,}\lambda_2 > 0$ untuk fungsi tujuan $f_1(\boldsymbol{w})$ dan $f_2(\boldsymbol{w})$ secara berturut-turut. Diberikan $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = k > 0$ sehingga diperoleh penyelesaian optimal dari permasalahan optimisasi vektor yaitu :

Meminimumkan : $-\boldsymbol{w^T r} + k\, \boldsymbol{w^T} \sum \boldsymbol{w}$

kendala : $\boldsymbol{1^T w} = 1$

Koefisien pembobot *k* menunjukkan seberapa besar seorang investor mengambil risiko atas *expected return*. Nilai *k* yang kecil mengindikasikan bahwa investor tersebut termasuk investor yang suka terhadap risiko (*risk seeker*), semakin besar nilai *k* mengindikasikan bahwa investor tersebut semakin menghindari risiko (*risk averse*).

Permasalahan optimisasi multiobjektif tersebut dapat diselesaikan dengan bantuan fungsi Lagrange sebagai berikut :

$$L = -\boldsymbol{w^T r} + k\, \boldsymbol{w^T \Sigma\, w} + \lambda\, (\boldsymbol{1^T w} - 1) \qquad (8)$$

Untuk mendapatkan penyelesaian nilai optimal terhadap $\boldsymbol{w}$, persamaan (8) diturunkan terhadap $\boldsymbol{w}$ dan kemudian hasilnya disamakan dengan nol. Sehingga diperoleh persamaan pembobot :

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2k}\, \boldsymbol{\Sigma^{-1}}\, (\boldsymbol{r} - \lambda \boldsymbol{1}) \qquad (9)$$

dengan substitusi persamaan (9) ke persamaan $\boldsymbol{1^T w} = 1$, diperoleh persamaan :

$$\lambda = \frac{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} r}}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}} - \frac{2k}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}} \qquad (10)$$

Substitusikan persamaan (10) ke persamaan (9), sehingga diperoleh :

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2k}\, \boldsymbol{\Sigma^{-1}}\, \left[\boldsymbol{r} - \left(\frac{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} r}}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}} - \frac{2k}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}}\right) \boldsymbol{1}\right]$$

Syarat untuk mendapatkan bobot yang minimum adalah :

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \boldsymbol{w^T} \partial \boldsymbol{w}} = 2k\boldsymbol{\Sigma} > 0$$

Maka bobot optimal pada portofolio multiobjektif dengan *return* $X \sim N_N\, (\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ adalah :

$$\boldsymbol{w} = \frac{1}{2k}\, \boldsymbol{\Sigma^{-1}}\, \left[\boldsymbol{r} - \left(\frac{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} r}}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}} - \frac{2k}{\boldsymbol{1^T \Sigma^{-1} 1}}\right) \boldsymbol{1}\right] \qquad (11)$$

2.8. Uji Normalitas

Uji normal multivariat dapat dilakukan secara visual dengan membuat plot Chi Kuadrat maupun diuji formal dengan uji Kolmogorov Smirnov. Jika plot Chi Kuadrat merupakan garis lurus dan jarak mahalanobis berdistribusi chi kuadrat pada uji Kolmogorov Smirnov maka dapat disimpulkan bahwa data *return* saham berdistribusi normal multivariate (Daniel, 1989).

2.9. *Value at Risk* (VaR)

VaR dapat diartikan sebagai ukuran kerugian terburuk yang diharapkan akan terjadi pada horizon waktu tertentu pada kondisi pasar yang normal dengan tingkat kepercayaan tertentu (Ghozali, 2007). Secara sederhana VaR ingin menjawab pertanyaan "seberapa besar (dalam persen atau sejumlah uang tertentu) investor dapat merugi selama waktu investasi t dengan tingkat kepercayaan (1-α)" (Maruddani dan Purbowati, 2009).

Jika W_0 didefinisikan sebagai investasi awal aset, $Z_{(1-\alpha)}$ = nilai Z pada tingkat kepercayaan (1-α), dan $\sigma_p^2 = \boldsymbol{w}^T\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w}$, Fabozzi dan Mann (2010) merumuskan VaR sebagai berikut :

$$VaR_{(1-\alpha)} = -(Z_{(1-\alpha)}.\sigma_p.W_0)$$

Dowd (2002) merumuskan VaR untuk *holding period* tertentu yaitu :

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = -(VaR_{(1-\alpha)}\sqrt{hp})$$

Sehingga VaR untuk periode tertentu dirumuskan :

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = -(Z_{(1-\alpha)}.\sigma_p.W_0.\sqrt{hp})$$

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder, yaitu data saham bulanan selama 5 tahun dari bulan Januari 2009 – Januari 2014 yang diunduh dari situs penyedia data historis saham yaitu http://finance.yahoo.com. Data saham yang digunakan merupakan data saham bulanan yang termasuk dalam 50 saham teraktif yang tercatat di Bursa Efek Indonesia periode Januari 2009 – Januari 2014. Data saham yang digunakan adalah saham syari'ah dari beberapa sektor berbeda yang tercatat di Bursa Efek Indonesia. Data saham yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Astra International Tbk. (ASII) termasuk dalam sektor aneka industri.
2. Telekomunikasi Indonesia (Persero) Tbk. (TLKM) termasuk dalam sektor infrastruktur, utilitas, dan transportasi.
3. Semen Indonesia (Persero) Tbk. (SMGR) termasuk dalam sektor industri dasar dan kimia.
4. Unilever Indonesia Tbk. (UNVR) termasuk dalam sektor barang konsumen.
5. Lippo Karawaci Tbk. (UNVR) termasuk dalam sektor industri, real estate, konstruksi bangunan.

3.2. Langkah Analisis

Adapun metode analisis yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut :

1. Mengumpulkan data saham bulanan dari variabel yang akan digunakan dalam penelitian.
2. Menghitung nilai *return* dari masing-masing saham.
3. Melakukan uji normal multivariat terhadap data *return* saham.
4. Jika uji normal multivariat tidak terpenuhi, maka mencari data saham baru dan lakukan langkah 2 dan 3 sampai didapat data *return* saham yang mengikuti distribusi normal multivariat.
5. Menghitung nilai *expected return* dari masing-masing saham.
6. Menghitung nilai matriks varian-kovarian dari kombinasi *return* saham.
7. Menghitung bobot masing-masing saham dengan pendekatan optimisasi multiobjektif dengan kombinasi nilai μ yang berbeda-beda.
8. Menghitung nilai pengembalian dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.
9. Menghitung nilai *Value at Risk* (VaR) dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.
10. Membandingkan nilai pengembalian dan *Value at Risk* (VaR) dari masing-masing *return* portofolio yang terbentuk menggunakan metode optimisasi multiobjektif.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. *Return* Saham

Nilai *expected return* dan varian *return* untuk masing-masing saham disajikan dalam tabel berikut :

Tabel 1. Nilai *Expected Return* dan Varian *Return* Saham

Saham	*Expected Return*	Varian
ASII	0,030947831	0,0084614590
TLKM	0,012138193	0,0047593646
SMGR	0,027131794	0,0070196610
UNVR	0,024812931	0,0065683010
LPKR	0,009048492	0,0141432042

Berdasarkan Tabel 1 *expected return* terbesar terdapat pada saham ASII dan *expexted return* saham terkecil terdapat pada saham LPKR, menunjukkan bahwa investasi yang memberikan pengembalian terbesar adalah investasi pada saham ASII dan investasi yang menghasilkan pengembalian terkecil adalah investasi pada saham LPKR. Varian terbesar terdapat pada saham LPKR dan varian terkecil terdapat pada saham TLKM, menunjukkan bahwa investasi yang paling berisiko adalah investasi pada saham LPKR dan investasi yang berisiko rendah adalah investasi pada saham TLKM.

Berdasarkan uji normalitas menggunakan grafik Chi Kuadrat dan uji Kolmogorov Smirnov dapat disimpulkan bahwa data *return* saham berdistribusi normal multivariat.

4.2. Pembentukan Portofolio dengan Pendekatan *Mean Variance Efficient Portfolio* (MVEP)

Tabel 2. Bobot Masing-Masing Saham dengan Metode MVEP

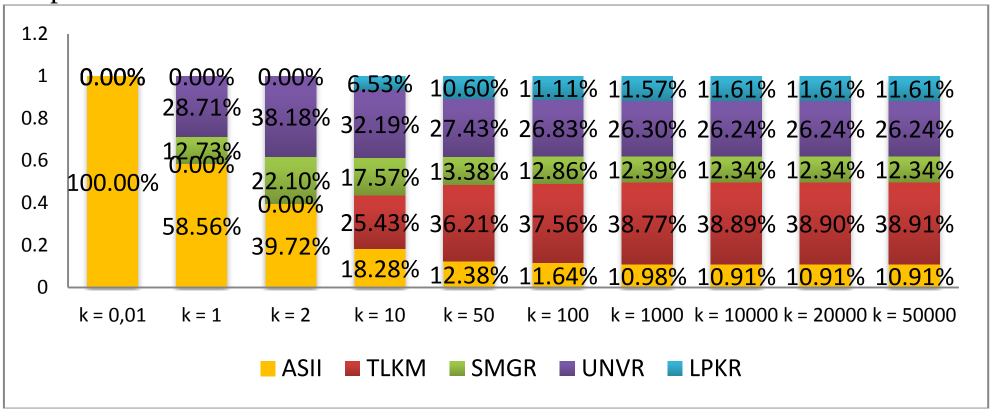
Saham	Bobot
ASII	0,1090379
TLKM	0,3890815
SMGR	0,1233459
UNVR	0,2623759
LPKR	0,1161587

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat bahwa bobot terbesar adalah investasi pada saham TLKM, karena *return* saham TLKM mempunyai varian minimum maka lebih dari sepertiga modal diinvestasikan pada saham TLKM. Proporsi terkecil adalah investasi pada saham ASII karena saham ASII mempunyai varian yang cukup besar sehingga untuk menghindari risiko hanya sedikit modal yang diinvestasikan pada saham ASII.

4.3. Pembentukan Portofolio dengan Pendekatan Optimisasi Multiobjektif

Berdasarkan Gambar 1 dapat dilihat bahwa dengan menggunakan koefisien pembobot k = 0,01 (k mendekati nol) saham yang diinvestasikan hanyalah saham ASII dengan proporsi semua modal diinvestasikan terhadap saham ASII. Investasi pada semua saham ASII cocok untuk investor dengan tipe *risk seeker*. Pada koefisien pembobot k = 1 proporsi saham ASII sudah berkurang, dari 100% menjadi 58,56% dan sisanya diinvestasikan pada saham SMGR dan UNVR. Dengan menggunakan koefisien pembobot k = 10 proporsi saham ASII semakin berkurang, dari 58,56% menjadi 18,28% dan sisanya diinvestasikan pada saham TLKM, SMGR, UNVR, dan LPKR. Dengan menggunakan koefisien pembobot k yang semakin mendekati bilangan tak hingga maka proporsi saham yang berisiko tinggi seperti ASII, SMGR, dan UNVR mengalami penurunan.

Pada koefisien pembobot $1 \leq k \leq 100$ terjadi perubahan yang signifikan pada proporsi saham, koefisien pembobot ini cocok digunakan oleh investor tipe *risk indifference*, sedangkan pada koefisien pembobot $k > 100$ tidak terjadi perubahan yang signifikan pada proporsi saham, koefisien pembobot yang mendekati bilangan tak hingga cocok digunakan oleh investor tipe *risk averse*.



Gambar 1. Komposisi Saham pada Pembentukan Portofolio dengan Pendekatan Optimisasi Multiobjektif

4.4. Perhitungan Keuntungan Portofolio

Pada studi kasus ini jika diambil contoh dengan menginvestasikan modal sebesar Rp 50.000.000,00 maka keuntungan yang diharapkan pada masing-masing portofolio dengan koefisien pembobot berbeda-beda adalah sebagai berikut :

Tabel 3. Nilai *Expected Return* dan Keuntungan yang Diharapkan pada Masing-Masing Portofolio

k	*Expected Return*	Keuntungan
0,01	0,03094783	Rp 1.547.392,00
1	0,02870076	Rp 1.435.038,00
2	0,02776248	Rp 1.388.124,00
10	0,02208869	Rp 1.104.434,00
50	0,01962190	Rp 981.095,00
100	0,01931355	Rp 965.678,00
1000	0,01903604	Rp 951.802,00
10000	0,01900829	Rp 950.414,00
20000	0,01900675	Rp 950.337,00
50000	0,01900582	Rp 950.291,00

4.5. Perhitungan *Value at Risk* (VaR)

Tabel 4. Nilai VaR pada Masing-Masing Portofolio

k	VaR
0,01	Rp 33.832.562,00
1	Rp 25.513.351,00
2	Rp 23.574.034,00
10	Rp 20.022.881,00
50	Rp 19.516.500,00
100	Rp 19.500.464,00
1000	Rp 19.495.169,00
10000	Rp 19.495.116,00
20000	Rp 19.495.116,00
50000	Rp 19.495.116,00

Pada studi kasus ini jika diambil contoh dengan menginvestasikan modal sebesar Rp 50.000.000,00 dengan jangka waktu 20 hari dan pada tingkat kepercayaan 95%, maka nilai *Value at Risk* (VaR) pada masing-masing portofolio dengan koefisien pembobot yang berbeda-beda dapat dilihat pada Tabel 4.

4.6. Portofolio Optimal

Portofolio yang optimal tergantung pada preferensi investor terhadap risiko, seperti yang telah dijelaskan sebelumnya terdapat tiga tipe investor, yaitu :

1. *Risk seeker*
   Portofolio yang optimal bagi investor tipe *risk seeker* adalah portofolio yang menggunakan koefisien pembobot k = 0,01 yaitu dengan berinvestasi pada saham ASII dengan keuntungan yang diharapkan adalah Rp 1.547.392,00 dan estimasi kerugian terburuk sebesar Rp 33.832.562,00.
2. *Risk indifference*
   Portofolio yang optimal bagi investor tipe *risk indifference* adalah portofolio yang menggunakan koefisien pembobot $1 \leq k \leq 100$ yaitu dengan berinvestasi pada saham ASII, TLKM, SMGR, UNVR, dan LPKR dengan keuntungan yang diharapkan adalah Rp 965.678,00 sampai dengan Rp 1.435.038 dan estimasi kerugian terburuk sebesar Rp 19.500.464,00 sampai dengan Rp 25.513.351,00.
3. *Risk averse*
   Portofolio yang optimal bagi investor tipe *risk averse* adalah portofolio yang menggunakan koefisien pembobot k = 10000 yaitu dengan berinvestasi pada saham ASII, TLKM, SMGR, UNVR, dan LPKR dengan keuntungan yang diharapkan adalah Rp 950.414,00 dan estimasi kerugian terburuk sebesar Rp 19.495.116,00.

5. PENUTUP

5.1. Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Pembentukan portofolio optimal dengan pendekatan optimisasi multiobjektif merupakan pengembangan dari metode MVEP yang dapat digunakan oleh semua tipe investor baik *risk averse, risk seeker* maupun *risk indifference.*
2. Pembentukan portofolio dengan pendekatan optimisasi multiobjektif mempertimbangkan koefisien pembobot (nilai k). Pemilihan koefisien pembobot yang mendekati nol, modal dialokasikan pada semua saham yang mempunyai tingkat pengembalian paling besar, sedangkan pemilihan koefisien pembobot yang mendekati bilangan tak hingga, proporsi modal pada saham yang mempunyai varian besar akan cenderung lebih kecil dibandingkan dengan saham yang mempunyai varian kecil.
3. VaR merupakan ukuran kerugian terburuk yang diharapkan akan terjadi pada horizon waktu tertentu pada kondisi pasar yang normal dengan tingkat kepercayaan tertentu. Jika diambil contoh investasi dengan modal Rp 50.000.000,00 dengan jangka waktu 20 hari dan pada tingkat kepercayaan 95%, maka estimasi kerugian terburuk yang akan didapat oleh investor tipe *risk averse* sebesar Rp 19.495.116,00 dengan keuntungan Rp 950.414,00, investor tipe *risk indifference* sebesar Rp 19.500.464,00 sampai dengan Rp 25.513.351,00 dengan keuntungan Rp 965.678,00 sampai dengan Rp 1.435.038,00, dan investor tipe *risk seeker* sebesar Rp 33.832.562,00 dengan keuntungan Rp 1.547.391,00.

5.2. Saran

Investor disarankan terlebih dahulu meneliti karakteristik dari *return* dan risiko dari saham yang akan dijadikan sebagai target investasi dan investor harus bijak dalam menentukan preferensi terhadap risiko. Rekomendasi pembentukan portofolio dengan optimisasi multiobjektif merupakan hasil dari perhitungan kuantitatif data historis yang dapat dijadikan pedoman, namun investor disarankan untuk mengetahui aspek fundamental dari masing-masing aset target investasi dan informasi yang berkembang terkait dengan dunia investasi.

6. DAFTAR PUSTAKA

Daniel, W. W. 1989. *Statistika Parametrik Terapan*. Alex Tri Kantjono W, penerjemah. Jakarta : Gramedia. Terjemahan dari : *Applied Nonparametric Statistics.*

Departemen Pendidikan Nasional. 2008. *Kamus Bahasa Indonesia.* Jakarta: Pusat Bahasa.

Dowd, K. 2002. *An Introduction to Market Risk Measurement.* Chichester: John Wiley & Sons Ltd.

Duan, Y. C. 2007. “A Multi-objective Approach to Portfolio Optimization”. *The Rose-Hulman Undergraduate Mathematics Journal.* Vol.8. No. 1.

Fabozzi, F. J. 1995. *Manajemen Investasi.* Tim Penerjemah Salemba Empat, penerjemah. Jakarta: Salemba Empat. Terjemahan dari : *Investment Management.*

Fabozzi, F. J., Mann, S. V. 2010. *Introduction to Fixed Income Analytics : Relative Value Analysis, Risk Measures, and Valuation.* Second Edition. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.

Ghozali, I. 2007. *Manajemen Risiko Perbankan : Pendekatan Kualitatif Value at Risk (VaR).* Semarang: Badan Penerbit Universitas Diponegoro.

Hardle, W., Simar, L. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis.* Second Edition. New York: Springer Berlin Heidelberg.

Husnan, S. 1993. *Teori Portofolio dan Implikasinya bagi Manajemen Keuangan.* Yogyakarta : BPFE – Yogyakarta.

Maruddani, D.A.I., Purbowati, A. 2009. “Pengukuran *Value at Risk* pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo”. *Media Statistika*. Vol 2. No. 2. Desember 2009. 93-104.

Roman, S. 2004. *Introduction to The Mathematics of Finance : from Risk Management to Options Pricing.* New York: Springer-Verlag New York.

Samsul, M. 2006. *Pasar Modal dan Manajemen Portofolio.* Jakarta: Erlangga.

Steuer. R. E., Qi, Y., Hirschberger, M. 2005. “Multiple Objectives in Portfolio Selection”. *Journal of Financial Decision Making.* Vol 1. No.1. September 2005.

Weston, J. F., Copeland T. E. 1986. *Manajemen Keuangan.* Kribrandoko, Jaka Wasana, dan Supranoto Dipokusumo, penerjemah. Jakarta : Erlangga. Terjemahan dari : *Managerial Finance.*