

KAJIAN MODEL INFLASI TAHUNAN KOTA SIBOLGA DENGAN ARIMA DAN PENDEKATAN REGRESI POLINOMIAL PADA ANALISIS MULTIREOLUSI WAVELET

Ebeit Devita Simatupang¹, Suparti², Rita Rahmawati³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRACT

Inflation rate is one of the fundamental economic indicators of a country. Therefore, prediction of inflation rate become important thing in taking monetary to maintain economy stability. In studying inflation model, commonly used method of parametric ARIMA Box-Jenkins which requires data is stationer and residual is white noise. However, data inflation which is fluctuates often does not meet parametric assumptions. In this study, it is proposed to use wavelet Multiresolution Analysis (MRA) as alternative method. The transformation from wavelet capable in representing time and frequencies simultaneously so that it can be used to analyze nonstationer data. One of wavelet transformation form is discrete wavelet transformation (DWT) which expresses sized data N as 2^J for positive integer j . DWT analyses supported by MRA that divides data X become detail component (D_j) and smoothing component (S_j) to gain of estimating result. The best of MRA estimation will be approached by polynomial regression. The model of regression is formed by summing influence each variable predictor which raised increasingly to k -degrees. By using yoy inflation data of Sibolga City in July 2008-October 2013 period, obtain the best parametric model ARIMA (0,1,[12]) with $MSE=1,15411$ and the best model of polynomial regression approached 13-degree at MRA that use $la18$ filter in resolution level $j = 1$ which has $MSE=1,238816$. Both models are used to forecast yoy inflation of Sibolga City in 2014.

Keywords: yoy Inflation of Sibolga City, ARIMA, Multiresolution Analysis (MRA), Polynomial Regression.

I. PENDAHULUAN

1.1 Latarbelakang

Tingkat inflasi merupakan salah satu indikator fundamental ekonomi suatu negara. Kestabilan inflasi merupakan prasyarat bagi pertumbuhan ekonomi yang berkesinambungan yang pada akhirnya memberikan manfaat bagi peningkatan kesejahteraan masyarakat. Oleh karena pentingnya hal tersebut, prediksi (*forecasting*) terhadap nilai inflasi menjadi penting agar dapat membantu pemerintah dalam mengambil kebijakan untuk menjaga stabilitas moneter dan perekonomian.

Dalam mengkaji model inflasi, umumnya digunakan metode parametrik ARIMA Box-Jenkins yang mensyaratkan data stasioner dan residual *white noise*. Namun, data inflasi yang sangat fluktuatif seringkali tidak memenuhi asumsi parametrik. Dalam penelitian ini, diusulkan analisis multiresolusi (MRA) wavelet sebagai metode alternatif. Transformasi dari wavelet mampu merepresentasikan informasi waktu dan frekuensi secara bersamaan sehingga dapat digunakan untuk menganalisis data nonstasioner. Salah satu bentuk transformasi wavelet adalah transformasi wavelet diskrit (DWT) yang menyatakan ukuran data N sebagai 2^J untuk suatu bilangan bulat positif J . Analisis DWT didukung MRA yang membagi data X menjadi komponen detail (D_j) dan komponen pemulusan (S_j) untuk mendapatkan hasil estimasi. Estimasi terbaik MRA akan didekati dengan regresi polinomial. Model regresi dibentuk dengan menjumlahkan pengaruh masing-masing variabel prediktor yang dipangkatkan meningkat sampai pangkat ke- k . Masalah dibatasi pada variabel yang digunakan yaitu data inflasi tahunan (*year on year/yoy*) kelompok umum Kota Sibolga dalam rentang Juli 2008 sampai Oktober 2013 dengan panjang seri 64 bulan.

1.2 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan model runtun waktu klasik ARIMA Box-Jenkins untuk data inflasi yoy Kota Sibolga.
2. Mendapatkan model regresi polinomial sebagai pendekatan dalam analisis multiresolusi (MRA) wavelet pada data inflasi yoy Kota Sibolga.
3. Membandingkan model terbaik regresi polinomial sebagai pendekatan dalam analisis multiresolusi (MRA) wavelet dengan model terbaik ARIMA Box-Jenkins pada data inflasi yoy Kota Sibolga
4. Melakukan *forecasting* inflasi yoy Kota Sibolga tahun 2014 dari kedua model.

II. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Inflasi

Inflasi adalah kecenderungan dari harga-harga untuk menaik secara umum dan terus-menerus. Indikator inflasi yang lazim digunakan adalah Indeks Harga Konsumen (IHK), Indeks Harga Perdagangan Besar, dan Deflator PDB (Tim Statistik Sektor Riil Direktorat dan Moneter Bank Indonesia, 2008).

Menurut Badan Pusat Statistik (2012), cara perhitungan inflasi terbagi dua yaitu:

- a. Inflasi bulanan (*month to month/mtm*):

$$\frac{(IHK \text{ bulan } n) - (IHK \text{ bulan } n-1)}{(IHK \text{ bulan } n-1)} \times 100 \%$$

- b. Inflasi tahunan (*year on year/yoy*):

$$\frac{(IHK \text{ bulan } n \text{ tahun } t) - (IHK \text{ bulan } n \text{ tahun } t-1)}{(IHK \text{ bulan } n \text{ tahun } t-1)} \times 100 \% \quad (1)$$

Inflasi tahunan yoy bulan Desember disebut dengan laju inflasi tahun kalender.

2.2 Analisis Runtun Waktu

Menurut Aswi dan Sukarna (2006), runtun waktu merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap.

Model runtun waktu ARIMA Box-Jenkins mengasumsikan data stasioner dan residual mengikuti proses *white noise*. Runtun waktu dikatakan stasioner jika tidak ada perubahan kecenderungan dalam rata-rata dan perubahan variansi. Proses *white noise* merupakan proses stasioner. Proses dimana $a_t \sim NID(0, \sigma_a^2)$ artinya residual independen berdistribusi normal dengan mean 0 dan varian konstan (Soejoeti, 1987).

Model-model non-musiman dalam runtun waktu (Soejoeti, 1987):

Model Autoregressive (AR)

Bentuk umum suatu proses *Autoregressive* tingkat p atau AR (p) adalah

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + a_t$$

Model Moving Average (MA)

Bentuk umum model *Moving Average* tingkat q atau MA (q) adalah:

$$Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

Model Autoregressive Moving Average (ARMA)

ARMA (p, q) adalah model campuran yang berbentuk:

$$Z_t = \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi_p Z_{t-p} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

biasa ditulis dengan: $\varphi(B)Z_t = \theta(B)a_t$

Model Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

Persamaan umum ARIMA (p, d, q) dapat ditulis: $\varphi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B) a_t$.

Dalam hal ini, d merupakan orde dari *differencing*.

Menurut Tarno (2013), bagian dari model ARIMA yang tergeneralisasi sehingga tidak dapat dinyatakan dalam bentuk umum disebut dengan model subset ARIMA. Model subset ARIMA ini merupakan himpunan bagian dari model ARIMA. Sebagai contoh subset ARIMA $([1,5],0,[1,12])$ dapat ditulis sebagai: $(1 - \varphi_1 B - \varphi_5 B^5)Z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_{12} B^{12})a_t$

2.3 Wavelet

Fungsi wavelet adalah suatu fungsi matematika yang mempunyai sifat- sifat tertentu di antaranya berosilasi di sekitar nol (seperti fungsi sinus dan cosinus) dan terlokalisasi dalam domain waktu artinya pada saat nilai domain relatif besar, fungsi wavelet berharga nol (Percival and Walden, 2000). Fungsi wavelet dibedakan atas dua jenis, yaitu wavelet ayah (ϕ) dan wavelet ibu (ψ) yang mempunyai sifat:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \phi(x)dx = 1 \text{ dan } \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)dx = 0.$$

Dengan dilatasi diadik dan translasi integer, wavelet ayah dan wavelet ibu melahirkan keluarga wavelet yaitu:

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{j/2} \phi(2^j x - k) \text{ dan } \psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j x - k).$$

Indeks dilatasi j akan berpengaruh terhadap perubahan *support* dan daerah hasil (*range*) secara berkebalikan, artinya *support* menyempit maka *range* akan melebar. Indeks translasi k berpengaruh terhadap pergeseran posisi wavelet pada sumbu datar tanpa mengubah *support*. *Support* suatu fungsi adalah *closure* dari himpunan titik-titik domain yang memberikan nilai fungsi tidak sama dengan nol.

Definisi 1

Didefinisikan $f \in L^2[a, b]$ dengan $L^2[a, b] = \{f: \int_a^b f(x)^2 dx < \infty\}$. Dua fungsi $f_1, f_2 \in L^2[a, b]$ dikatakan ortogonal jika $\langle f_1, f_2 \rangle = 0$, dengan hasil kali dalam $\langle f_1, f_2 \rangle = \int_a^b f_1(x)f_2(x)dx$ (Ogden, 1997).

Definisi 2

Sebuah barisan fungsi $\{f_j\}$ dikatakan ortonormal jika f_j merupakan pasangan ortogonal dan

$$\| f_j \| = 1 \text{ untuk semua } j \text{ dengan } \| f_j \| = \sqrt{\langle f_i, f_g \rangle} = \sqrt{\int_a^b f_1(x)f_2(x)dx} \text{ (Ogden, 1997).}$$

Keluarga wavelet ortogonal yang biasa digunakan dalam wavelet (Bruce and Gao, 1996)

Tabel 1. Berbagai Jenis Wavelet

| Type | Nama Wavelet |
|------------------|--|
| Haar | “haar” |
| Daublets | “d4” “d6” “d8” “d10” “d12” “d14” “d16” “d18” “d20” |
| Least Asymmetric | “la8” “la10” “la12” “la16” “la18” “la20” |
| Coiflets | “c6” “c12” “c24” “c30” |

Huruf pertama dari wavelet mengindikasikan nama, yaitu d untuk daublet, s untuk symmlet, la untuk least asymmetric dan c untuk coiflet. Nomor dari wavelet mengindikasikan panjang support (*width*) dan kehalusan (*smoothness*). Wavelet dengan nomor besar seperti d20 atau c30 relatif lebar dan halus. Wavelet dengan nomor kecil seperti d4 atau c6 kurang halus dan lebih sempit.

Dengan mengambil J cukup besar, representasi fungsi dalam wavelet dapat didekati

$$f^J(x) = \sum_{k \in Z} c_{j_0,k} \phi_{j_0,k}(x) + \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{k \in Z} d_{j,k} \psi_{j,k}(x) \text{ dimana } c_{j_0,k} = \langle f, \phi_{j_0,k} \rangle \text{ dan } d_{j,k} = \langle f, \psi_{j,k} \rangle.$$

Transformasi Wavelet Diskrit

Data dinyatakan dengan $N = 2^J$ dan mendekomposisikan ke dalam koefisien wavelet (W) dan koefisien skala (V). Pada koefisien DWT di level pertama berukuran $\frac{N}{2} \times 1$, untuk level kedua ukurannya $\frac{N}{4} \times 1$, sampai di level terakhir diperoleh W_{j_0} dan V_{j_0} didapatkan koefisien DWT dengan ukuran $\frac{N}{2^{j-1}} \times 1$ sehingga ketika dijumlahkan dari level pertama diperoleh matriks dengan ukuran $N \times 1$ sebagaimana ukuran data asli.

DWT dari sebuah deret waktu \mathbf{X} , dengan panjang N , adalah sebuah transformasi linear, dengan pembentukan \mathbf{W} dari koefisien DWT per-level, dari perkalian matriks filter atas \mathbf{X} adalah sebagai berikut:

$$\mathcal{W}\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1 \\ \mathcal{W}_2 \\ \vdots \\ \mathcal{W}_j \\ \mathcal{V}_j \end{bmatrix} \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathcal{W}_1\mathbf{X} \\ \mathcal{W}_2\mathbf{X} \\ \vdots \\ \mathcal{W}_j\mathbf{X} \\ \mathcal{V}_j\mathbf{X} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \\ \mathbf{W}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{W}_j \\ \mathbf{V}_j \end{bmatrix} = \mathbf{W}$$

\mathcal{W}_j adalah matriks berukuran $\frac{N}{2^j} \times N$, dan \mathcal{V}_j adalah matriks \mathcal{W} berukuran $1 \times N$. \mathbf{W}_j adalah vektor kolom dengan panjang $\frac{N}{2^j}$ dan \mathbf{V}_j adalah elemen terakhir dari \mathbf{W} .

Pembangunan wavelet dari \mathbf{X} yang diindikasikan oleh sifat ortonormalitas $\mathbf{X} = \mathbf{O}^T \mathbf{O}$, maka diperoleh: $\mathbf{X} = \mathcal{W}^T \mathbf{W} = \sum_{n=0}^{N-1} \mathcal{W}_n \mathcal{W}_n = \sum_{j=1}^J \mathcal{W}_j^T \mathbf{W}_j + \mathcal{V}_j^T \mathbf{V}_j$ menyatakan pendefinisian detail D_j dan aproksimasi S_j dengan $D_j \equiv \mathcal{W}_j^T \mathbf{W}_j$ dan $S_j \equiv \mathcal{V}_j^T \mathbf{V}_j$, maka dapat dituliskan: $\mathbf{X} = \sum_{j=1}^J D_j + S_j$ merupakan **analisis multiresolusi (MRA)** dari \mathbf{X} , yaitu mendefinisikan deret \mathbf{X} sebagai jumlah dari sebuah konstanta vektor S_j dan jumlahan detail D_j dengan $j = 1, 2, \dots, J$.

Untuk membentuk koefisien wavelet dan koefisien skala dalam Transformasi Wavelet Diskrit (DWT) digunakan filter. Filter wavelet $\{h_l\}$ digunakan untuk membangun baris $\frac{N}{2}$ pertama dari matriks DWT \mathcal{W} sedangkan filter skala $\{g_l\}$ digunakan untuk membangun baris $\frac{N}{2}$ terakhir dari \mathcal{W} .

2.4 Regresi Polinomial

Regresi polinomial merupakan model regresi linier yang dibentuk dengan menjumlahkan pengaruh masing-masing variabel prediktor (X) yang dipangkatkan meningkat sampai pangkat- k .

Secara umum, model polinomial derajat- k dalam satu variabel prediktor adalah:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 x_i^2 + \dots + \beta_k x_i^k + \varepsilon_i \quad \text{dimana: } x_i = X_i - \bar{X}.$$

Jika $x_{i1} = x_i$, $x_{i2} = x_i^2$ dan $x_{ij} = x_i^j$ dengan $j = 1, 2, \dots, k$ maka dapat dituliskan $Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$, merupakan model regresi linear berganda (Neter *et al*, 1990).

Metode kuadrat terkecil (*least squares*) digunakan untuk mengestimasi koefisien parameter. Untuk menentukan model terbaik dari beberapa model regresi polinomial digunakan kriteria *Mean Square Error* (MSE). Semakin kecil nilai MSE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya, atau model yang dipilih merupakan model terbaik. Dapat dibantu secara visual dengan membandingkan plot model regresi dengan plot data aslinya.

III. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data historis sekunder perkembangan bulanan IHK kelompok umum Kota Sibolga periode Juli 2007 - Januari 2014 yang diambil dari *website* resmi Badan Pusat Statistik.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan yaitu inflasi yoy Kota Sibolga dan waktu ($t = 1,2,3, \dots, 64$). Variabel inflasi yoy diperoleh sebagai hasil perhitungan angka inflasi dari data bulanan IHK. Data dibagi dalam data *in-sample* (Juli 2008 - Oktober 2013) dan data *out of sample* (November 2013 - Januari 2014).

3.3 Metode Analisis

1. Metode Runtun Waktu Klasik ARIMA Box-Jenkins

- Memeriksa asumsi stasioneritas data inflasi yoy secara visual (plot Box-Cox, plot *time series*, dan plot ACF/PACF). Secara formal dengan uji akar unit Dickey-Fuller.
- Jika data tidak stasioner dalam varian, dilakukan stabilisasi varian dengan transformasi dari data. Jika data tidak stasioner dalam *mean*, dilakukan *differencing* terhadap data. Kemudian dilakukan kembali pemeriksaan stasioneritas.
- Mengidentifikasi model sementara berdasarkan plot ACF dan PACF.
- Mengestimasi parameter model ARIMA.
- Tahap verifikasi model ARIMA untuk memilih model yang menggunakan prinsip parsimoni dan MSE terkecil, sehingga diperoleh model terbaik.

Pengolahan data dilakukan dengan bantuan *software Eviews 6*.

2. Regresi Polinomial sebagai Pendekatan dalam Analisis Multiresolusi atau *Multiresolution Analysis* (MRA) dengan Metode Wavelet

Tahap 1: Analisis Multiresolusi (MRA) Wavelet

- Memilih filter wavelet.
- Menghitung MRA di beberapa level resolusi.
- Membandingkan MSE setiap level resolusi. Level resolusi yang memiliki MSE terkecil terpilih sebagai hasil estimasi MRA terbaik.

Tahap 2: Pendekatan Regresi Polinomial

Dalam tahap ini, data hasil estimasi MRA terbaik yang telah diperoleh digunakan sebagai variabel respons (Y) dan $t = 1,2, \dots, 64$ digunakan sebagai variabel prediktor (X).

Langkah analisis regresi polinomial adalah sebagai berikut:

- Menghitung estimasi parameter model regresi polinomial untuk beberapa derajat- k .
- Menampilkan plot model regresi polinomial untuk beberapa derajat- k .
- Model regresi polinomial terbaik dipilih berdasarkan MSE terkecil.
- Menghitung MSE model regresi polinomial terbaik terhadap data asli inflasi yoy.

Pengolahan data dilakukan dengan bantuan *software R 3.0.0*

3. Perbandingan Hasil Analisis

Tahapan ini melakukan *forecasting* dan mengkomparasikan dengan data *out of sample* untuk mengetahui keakuratan model. Dari kedua model, dilakukan prediksi (*forecasting*) inflasi yoy Kota Sibolga untuk tahun 2014 yaitu selama Februari 2014-Desember 2014.

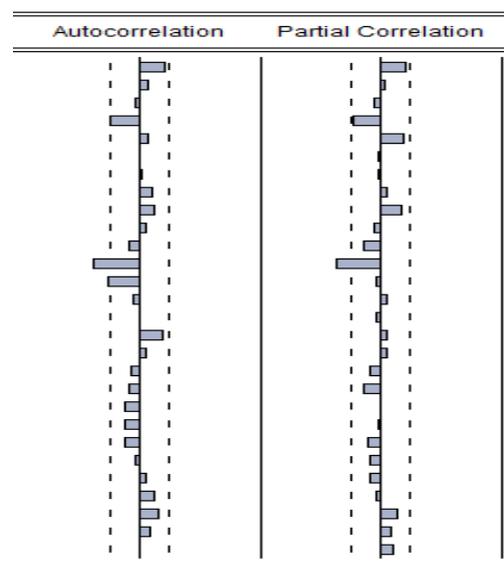
IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Data runtun waktu inflasi tahunan (*year on year/yoy*) Kota Sibolga periode Juli 2008 sampai Oktober 2013 yang digunakan sebagai variabel dalam penelitian ini, didapatkan dari perhitungan inflasi menggunakan IHK Kota Sibolga dengan persamaan (1).

4.2 Metode Runtun Waktu Klasik ARIMA Box-Jenkins

Melalui uji stasioneritas secara visual (plot Box-Cox, plot *time series*, ACF/PACF) dan secara formal (uji *Dickey Fuller*) menyatakan bahwa data inflasi yoy menjadi stasioner setelah *differencing* lag 1.



Identifikasi model dilihat dari *correlogram differencing* inflasi yoy (Gambar 1). Pada grafik ACF, lag-lag yang signifikan adalah lag 1, lag 4, lag 12 dan lag 13. Hal ini mengindikasikan adanya beberapa model subset ARIMA (0,1,[1]), ARIMA (0,1,[4]), ARIMA (0,1,[12]), dan ARIMA (0,1,[13]). Selanjutnya dari grafik PACF, lag-lag yang signifikan adalah lag 1, lag 4, dan lag 12. Hal ini mengindikasikan adanya beberapa model subset ARIMA ([1],1,0), ARIMA ([4],1,0), dan ARIMA ([12],1,0). Model lain yang berhasil diidentifikasi adalah ARIMA ([12],1,[4]), ARIMA ([12],1,[12]), ARIMA ([12],1,[13]), ARIMA ([12],1,[4,12]), ARIMA ([12],1,[4,13]), ARIMA ([12],1,[12,13]), dan ARIMA ([12],1,[4,12,13]).

Gambar 1. Plot ACF/PACF Inflasi yoy *Differencing* Lag 1.

Setelah dilakukan tahap estimasi parameter model dan verifikasi model yang meliputi pemeriksaan diagnostik (uji normalitas residual dan uji independensi residual) diperoleh model yang memenuhi asumsi *white noise* yaitu:

- ARIMA (0,1,[12]) \equiv MA ([12]) dari data *differencing* yoy
- ARIMA ([12],1,0) \equiv AR ([12]) dari data *differencing* yoy
- ARIMA ([12],1,[4]) \equiv ARMA ([12],[4]) dari data *differencing* yoy

Untuk mendapatkan model terbaik, tahap verifikasi dilanjutkan dengan mempertimbangkan jumlah parameter sesedikit mungkin (*principle of parsimonious*) dan memilih *Mean square Error* (MSE) terkecil.

Tabel 2. Rangkuman Verifikasi Model

| Model | Jumlah Parameter | Sum Square Resid (SSR) | Mean Square Error (MSE) |
|-----------------|------------------|------------------------|-------------------------|
| MA ([12]) | 1 | 62,67649 | 0,99486 |
| AR ([12]) | 1 | 63,34470 | 1,24205 |
| ARMA ([12],[4]) | 2 | 53,49273 | 1,04888 |

Dari Tabel 2, diperoleh bahwa model terbaik secara statistik untuk data *in sample* (digunakan data inflasi yoy Juli 2008-Oktober 2013 sebagai data *in sample*) adalah MA ([12]) dengan nilai MSE sebesar 0,99486 terhadap data *differencing* lag 1 inflasi yoy dan nilai MSE sebesar 1,15411 terhadap data inflasi yoy.

Model MA ([12]) dari data *differencing* yoy atau ARIMA (0,1,[12]) dapat dimodelkan:

$$W_t = \theta_{12}a_{t-12}$$

$$\Leftrightarrow Z_t - Z_{t-1} = \theta_{12}a_{t-12}$$

$$\Leftrightarrow \hat{Z}_t = Z_{t-1} + \theta_{12}a_{t-12}$$

$$\Leftrightarrow \hat{Z}_t = Z_{t-1} - 0,856945 a_{t-12}$$

Model ini yang selanjutnya akan digunakan untuk melakukan *forecasting* inflasi yoy Kota Sibolga tahun 2014.

4.3 Regresi Polinomial sebagai Pendekatan dalam Analisis Multiresolusi (MRA) dengan Metode Wavelet

Analisis Multiresolusi (MRA) dengan Metode Wavelet

Dalam transformasi wavelet diskrit (DWT), ukuran data N dinyatakan sebagai 2^J untuk suatu bilangan bulat positif J . Analisis DWT didukung oleh MRA untuk mendapatkan pendekatan estimasi model asli dalam beberapa level resolusi sebanyak $J - 1$. Data runtun waktu inflasi yoy $N = 64 \Leftrightarrow 2^J = 2^6$ dan level resolusi $j = 1, 2, 3, 4, 5$.

Untuk mendapatkan estimasi model asli optimal, MRA diujikan dengan beberapa filter dengan bantuan komputasi software R. Hasil dirangkum dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 3. Wavelet Filter dan MSE Level Resolusi dari MRA

| Wavelet Filter | MSE Level Resolusi | | | | |
|-------------------------|--------------------|-----------|----------|----------|----------|
| | $j = 1$ | $j = 2$ | $j = 3$ | $j = 4$ | $j = 5$ |
| Haar | 0,3930039 | 1,104214 | 2,56485 | 8,247075 | 9,549173 |
| Daubelets | | | | | |
| d4 | 0,3297831 | 1,268975 | 2,323658 | 4,671978 | 9,46105 |
| d8 | 0,2668002 | 0,5031961 | 1,900715 | 7,787904 | 10,23936 |
| d10 | 0,2435837 | 0,5317852 | 1,869736 | 9,235578 | 10,16236 |
| d12 | 0,2144322 | 0,9318994 | 1,915149 | 6,16539 | 9,703411 |
| d14 | 0,1896645 | 1,151908 | 1,760835 | 3,5034 | 9,579911 |
| d16 | 0,1873017 | 0,9437425 | 1,669559 | 5,633177 | 10,00690 |
| d18 | 0,2085276 | 0,576697 | 1,823728 | 9,13065 | 10,28072 |
| d20 | 0,234558 | 0,479856 | 1,92868 | 8,316828 | 9,922082 |
| Least Asymmetric | | | | | |
| la8 | 0,2497691 | 0,5148032 | 1,922465 | 5,006415 | 9,368818 |
| la10 | 0,2044728 | 1,091681 | 1,934310 | 9,222598 | 9,792436 |
| la12 | 0,225033 | 1,117602 | 1,880443 | 6,45405 | 9,42842 |
| la16 | 0,2137903 | 0,5387575 | 1,802865 | 8,19021 | 9,512682 |
| la18 | 0,1837746 | 1,073365 | 1,721246 | 7,178265 | 10,21662 |
| la20 | 0,2073907 | 1,024569 | 1,667876 | 9,344307 | 9,6079 |
| Coiflets | | | | | |
| c6 | 0,3387294 | 0,763726 | 2,29005 | 3,726835 | 9,24519 |
| c12 | 0,2616512 | 0,6403775 | 1,969621 | 7,514037 | 9,320746 |
| c24 | 0,2259851 | 0,6283443 | 1,830034 | 5,258084 | 10,06951 |
| c30 | 0,2181056 | 0,6285873 | 1,680815 | 3,630509 | 10,26074 |

Berdasarkan Tabel 3, dapat dilihat bahwa filter la18 level resolusi $j = 1$ memiliki MSE MRA paling kecil dibandingkan dengan wavelet filter lainnya. Sehingga dipilih menjadi estimasi MRA terbaik untuk data inflasi yoy.

Regresi Polinomial sebagai Pendekatan dalam Analisis Multiresolusi (MRA) dengan Metode Wavelet

Dalam pendekatan regresi polinomial ini, data hasil estimasi MRA terbaik yang telah diperoleh sebelumnya, ditetapkan untuk digunakan sebagai variabel respons (Y) dan $t = 1, 2, 3, \dots, 64$ digunakan sebagai variabel prediktor (X). Untuk menghindari kemungkinan adanya korelasi yang tinggi dalam model, terlebih dahulu variabel prediktor (X) diubah menjadi $x_i = X_i - \bar{X}$. Model polinomial dicobakan untuk beberapa pangkat ke- k . Pemilihan model terbaik regresi polinomial dilakukan dengan memilih MSE model yang paling kecil.

Melalui bantuan komputasi, diperoleh model terbaik regresi polinomial yaitu derajat ke-13 yang dimodelkan sebagai berikut:

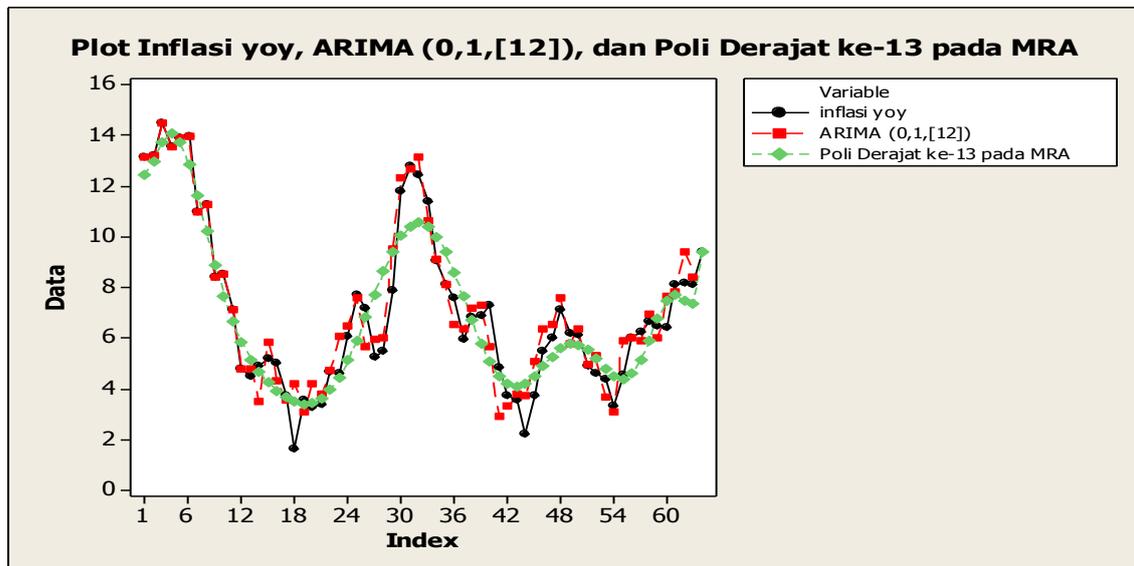
$$y = 10,53 - 0,1410x_i - 0,1383x_i^2 + 0,001531x_i^3 + 0,001049x_i^4 + 0,0000004915x_i^5 - 0,000003639x_i^6 - 0,00000002629x_i^7 + 0,000000006357x_i^8 + 0,0000000006504x_i^9 - 0,00000000005340x_i^{10} - 0,0000000000006148x_i^{11} + 0,00000000000001712x_i^{12} + 0,000000000000002081x_i^{13}$$

Model di atas memiliki MSE sebesar 1,072027 terhadap data inflasi yoy hasil estimasi MRA dan MSE sebesar 1,238816 terhadap data asli inflasi yoy.

4.4 Perbandingan Hasil Metode Klasik ARIMA Box-Jenkins dan Pendekatan Regresi Polinomial pada Analisis Multiresolusi (MRA) Wavelet

Tabel 4. Rangkuman Analisis Metode Klasik ARIMA Box-Jenkins dan Pendekatan Regresi Polinomial pada MRA

| | Metode Klasik ARIMA Box- Jenkins | Pendekatan Regresi Polinomial pada MRA | |
|--|---|---|--------------------|
| Asumsi yang harus dipenuhi | Stasioneritas dan residual harus <i>white-noise</i> | - | |
| Model Terbaik | ARIMA (0,1,[12]) | Regresi Polinomial derajat ke-13 | |
| MSE terhadap data inflasi yoy (t=1,2,...,64) | 1,15411 | 1,238816 | |
| Hasil Forecasting | | | Data Aktual |
| 2013:11 | 10,18 | 10,53 | 10,09 |
| 2013:12 | 10,51 | 10,25 | 10,08 |
| 2014:01 | 9,22 | 9,72 | 9,55 |
| MSE (t=65,...,67) | 0,09847 | 0,08380 | |
| MSE terhadap data inflasi yoy (t=1,2,...,67) | 1,106172 | 1,187749 | |



Gambar 2. Plot Gabungan Data Inflasi yoy, ARIMA (0,1,[12]) dan Regresi Polinomial pada MRA

Tabel 4 menunjukkan bahwa model terbaik pendekatan regresi polinomial pada MRA yaitu polinomial derajat ke-13 masih memiliki MSE yang lebih besar dari MSE model terbaik metode klasik ARIMA (0,1,[12]). Dari Gambar 2, plot ARIMA (0,1,[12]) juga lebih mendekati plot data inflasi yoy dibandingkan dengan plot polinomial derajat ke-13. Meskipun

demikian, prosedur pengujian pendekatan regresi polinomial pada MRA tidak mengharuskan data stasioner dan residual *white-noise*. Selain itu, dalam penelitian ini hasil *forecasting* regresi polinomial pada MRA tidak jauh berbeda dengan data aktual. Artinya regresi polinomial pada analisis multiresolusi (MRA) cukup baik dalam pemodelan dan peramalan.

Tabel 5. *Forecasting* Inflasi yoy Kota Sibolga untuk Tahun 2014 dengan Model ARIMA (0,1,[12]) dan Regresi Polinomial Derajat ke-13 pada MRA

| Tahun: Bulan | <i>Forecasting</i> | |
|--------------|---------------------|--|
| | ARIMA (0,1,[12]) | Regresi Polinomial Derajat ke-13 pada MRA |
| 2014:02 | 9,16 | 8,99 |
| 2014:03 | 8,92 | 8,11 |
| 2014:04 | 8,28 | 7,16 |
| 2014:05 | 8,65 | 6,23 |
| 2014:06 | 8,26 | 5,41 |
| 2014:07 | 7,84 | 4,75 |
| 2014:08 | 7,55 | 4,31 |
| 2014:09 | 8,68 | 4,10 |
| 2014:10 | 7,83 | 4,13 |
| 2014:11 | 7,83 | 4,34 |
| 2014:12 | 7,83 | 4,69 |

Berdasarkan Tabel 5, hasil *forecasting* dengan kedua model menunjukkan bahwa angka inflasi yoy Kota Sibolga akan turun sepanjang tahun 2014.

5. KESIMPULAN

5.1 Kesimpulan

Dari hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, dapat diperoleh beberapa kesimpulan, yaitu:

1. Model runtun waktu inflasi yoy Kota Sibolga dengan metode ARIMA Box-Jenkins adalah ARIMA (0,1,[12]) dengan MSE=1,15411.
2. Model runtun waktu inflasi yoy Kota Sibolga dengan pendekatan regresi polinomial pada MRA adalah polinomial derajat ke-13 pada MRA filter la18 level resolusi $j = 1$ dengan MSE=1,238816.
3. Model regresi polinomial derajat ke-13 pada MRA filter la18 level resolusi $j = 1$ memiliki MSE yang tidak jauh berbeda dengan MSE model ARIMA (0,1,[12]) dengan selisih sebesar 0,084706 dan hasil *forecasting* mendekati dengan nilai aktual. Artinya model regresi polinomial derajat ke-13 pada MRA filter la18 level resolusi $j = 1$ cukup baik dalam pemodelan dan peramalan.
4. Inflasi yoy Kota Sibolga diprediksi akan turun di sepanjang tahun 2014 sehingga diperoleh laju inflasi tahun kalendar sebesar 7,83 untuk model ARIMA (0,1,[12]) dan sebesar 4,69 untuk model regresi polinomial derajat ke-13 pada MRA.
5. Pendekatan regresi polinomial pada MRA tidak mengharuskan data stasioner dan residual *white-noise* sehingga pendekatan regresi polinomial pada MRA lebih mudah digunakan dan dapat dijadikan sebagai metode alternatif ketika data tidak memenuhi asumsi metode parametrik.

5.2 Saran

Analisis Multiresolusi (MRA) dengan metode wavelet adalah metode nonparametrik yang dapat menghasilkan estimasi lebih mulus dan nilai MSE yang jauh lebih kecil (MSE Filter la18 level resolusi $j = 1$ pada data inflasi yoy Kota Sibolga adalah 0,1837746).

MRA dapat dikembangkan dan dicobakan dengan pendekatan fungsi lain selain regresi polinomial untuk melakukan prediksi atau *forecasting*.

DAFTAR PUSTAKA

- Aswi dan Sukarna. 2006. *Analisis Deret Waktu: Teori dan Aplikasi*. Makassar. Andira Publisher.
- Badan Pusat Statistik. 2012. *Data Strategis BPS*. Jakarta. Badan Pusat Statistik.
- Bruce, A. and Gao, HY. 1996. *Applied Wavelet Analysis with S-PLUS*. New York. Springer Verlag.
- Neter, J. *et al.* 1990. *Applied Linear Statistical Models: Regression, Analysis of Variance, and Experimental Designs*. 3rd Edition. United States of America. Richard D. Irwin. Inc.
- Ogden, R. T. 1997. *Essential Wavelets For Statistical Applications and Data Analysis*. Boston. Birkhauser.
- Percival, D.B. and Walden, A.T. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. 1st Published. New York. Cambridge University Press.
- Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta. Universitas Terbuka.
- Tarno. 2013. *Kombinasi Prosedur Pemodelan Subset ARIMA dan Deteksi Outlier untuk Prediksi Data Runtun Waktu*. Prosiding Seminar Nasional Statistika Universitas Diponegoro 2013. ISBN: 978-602-14387-0-1. Semarang. Universitas Diponegoro
- Tim Statistik Sektor Riil Direktorat dan Moneter. 2008. *Perhitungan Inflasi*. Jakarta. Bank Indonesia.