

## ORDINARY KRIGING DALAM ESTIMASI CURAH HUJAN DI KOTA SEMARANG

Ahmat Dhani Riau Bahtiyar<sup>1</sup>, Abdul Hoyyi<sup>2</sup>, Hasbi Yasin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika UNDIP

<sup>2,3</sup>Staf Pengajar Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika UNDIP

### ABSTRAK

Dalam pengukuran data curah hujan, tidak semua titik terdapat alat pengukur karena adanya keterbatasan. Dengan adanya keterbatasan tersebut, dibutuhkan suatu metode untuk dapat menaksir suatu nilai untuk titik yang tidak terukur. *Kriging* sebagai analisa geostatistika digunakan dalam estimasi suatu nilai dalam titik yang tidak tersampel berdasarkan titik-titik sampel yang berada di sekitarnya dengan memperhitungkan korelasi spasial menggunakan suatu pembobot spasial, dimana korelasinya ditunjukkan melalui variogram. *Ordinary Kriging* adalah metode *kriging* yang paling banyak digunakan. Dengan menggunakan variogram eksperimental yang dibandingkan dengan beberapa variogram teoritis (Eksponensial, Gaussian, Spherical) dipilih salah satu model semivariogram terbaik untuk mengestimasi nilai yang akan dicari. Dalam penelitian ini, dilakukan estimasi curah hujan di Kota Semarang pada bulan Februari dimana hasil yang diperoleh adalah nilai curah hujan tiap kecamatan dan kelurahan.

Kata kunci : *Ordinary Kriging*, Variogram, Curah Hujan

### ABSTRACT

In a measurement of rainfall data, not all points are gauges because of a limitation. Given these limitations, a method is needed to estimate a value for points that are not measurable. *Kriging* as geostatistical analysis used in the estimation of a value in a point which is not sampled based sample points in the surrounding areas by taking into account the spatial correlation using a spatial weighting, where the correlation is shown by the variogram. *Ordinary Kriging* is the most widely used. By using the experimental variogram were compared with some theoretical variogram (Exponential, Gaussian, Spherical) selected one of the best semivariogram models to estimate the value that want to find. In this study, conducted rainfall estimates in Semarang in February where the result obtained is the value of rainfall each district and village .

Keywords : *Ordinary Kriging*, Variogram , Rainfall

### 1. PENDAHULUAN

Hujan adalah proses kondensasi uap air di atmosfer menjadi butir air yang cukup berat untuk jatuh dan biasanya tiba di daratan. Banyak atau sedikitnya hujan, dapat diukur melalui sebuah ukuran yang disebut dengan curah hujan. Menurut BMKG, curah hujan bulanan dikategorikan menjadi 4 kategori, antara lain kategori curah hujan ringan (0 – 100 mm), kategori curah hujan sedang (101 – 300 mm), kategori curah hujan tinggi (301 – 400 mm), dan kategori curah hujan sangat tinggi (diatas 401mm). Sebagai alat untuk mengukur curah hujan di suatu lokasi tertentu, maka dibangunlah pos-pos pemantauan curah hujan. Namun karena keterbatasan baik biaya maupun tempat, maka tidak semua kota/desa memiliki pos hujan sendiri sehingga pos hujan dibangun di

daerah yang dianggap memiliki potensi dan dapat mewakili daerah di sekitarnya (BMKG, 2013), sebagai contoh adalah Kota Semarang yang terdiri atas 16 kecamatan dan 177 kelurahan, hanya memiliki pos pemantauan hujan sebanyak 10 pos hujan.

Secara umum curah hujan di daerah sekitar pos-pos hujan tidak bisa diketahui secara pasti karena pengukuran tidak dilakukan di semua lokasi. *Ordinary kriging* sebagai salah satu metode geostatistika, memanfaatkan nilai spasial pada lokasi tersampel dan variogram yang menunjukkan korelasi antar titik spasial untuk memprediksi nilai pada lokasi lain yang belum tersampel yang mana nilai prediksi tersebut tergantung pada kedekatannya terhadap lokasi tersampel. Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis bermaksud untuk mengetahui bagaimana mengestimasi curah hujan di Kota Semarang dengan menggunakan metode interpolasi *Ordinary Kriging*.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1 Data Spasial

Data spasial adalah data yang diperoleh dari hasil pengukuran yang memuat informasi mengenai lokasi dari pengukuran. Data spasial merupakan data dependen, karena berasal dari lokasi spasial yang berbeda yang mengindikasikan ketergantungan antara nilai pengukuran dengan lokasi. Nilai pengukuran di suatu lokasi  $s$ , dinyatakan dengan  $Z(s_i)$ , yang merupakan realisasi dari peubah acak  $Z(s)$ .

### 2.2 Semivariogram

Semivariogram Eksperimental adalah semivariogram yang diperoleh dari data hasil pengukuran atau sampel. Taksiran semivariogram eksperimental terhadap jarak  $h$  adalah:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i + h) - Z(s_i)]^2$$

Beberapa model semivariogram teoritis:

a) Model Eksponensial

Fungsi model Eksponensial dinyatakan dengan:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , \quad \text{untuk } h = 0 \\ C_0 + C \left( 1 - \exp^{-\frac{h}{a}} \right) & , \quad \text{untuk } h \neq 0 \end{cases}$$

b) Model Gaussian

Fungsi model Gaussian dinyatakan dengan:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , \quad \text{untuk } h = 0 \\ C \left( 1 - \exp \left( -\frac{h^2}{a^2} \right) \right) & , \quad \text{untuk } h \neq 0 \end{cases}$$

c) Model Spherical

Fungsi model Spherical dinyatakan dengan:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left[ \left( \frac{3}{2} \right) \left( \frac{h}{a} \right) - \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right] & , \quad \text{untuk } h \leq a \\ C & , \quad \text{untuk } h > a \end{cases}$$

### 2.3 Ordinary Kriging

Ordinary kriging mengasumsikan mean populasi adalah konstan, tetapi tidak diketahui, sedangkan variogram dari  $Z(s)$  diketahui. Metode ini merupakan metode yang memberikan penaksir *Best Linier Unbiased Estimator* (BLUE). Bobot ordinary kriging memenuhi sifat tak bias dengan  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$  dengan  $n$  adalah jumlah sampel yang diketahui. Nilai bobot ordinary kriging dapat diperoleh melalui persamaan berikut:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_1) & \gamma(s_1, s_2) & \cdots & \gamma(s_1, s_n) & 1 \\ \gamma(s_2, s_1) & \gamma(s_2, s_2) & \cdots & \gamma(s_2, s_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(s_n, s_1) & \gamma(s_n, s_2) & \cdots & \gamma(s_n, s_n) & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \gamma(s_2, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Parameter tambahan  $m$  merupakan Lagrange multiplier yang digunakan untuk meminimalkan galat kriging. Interpolasi ordinary kriging dapat diperoleh dengan persamaan berikut:

$$\hat{Z}(s_0) = \lambda^T \cdot Z$$

dan variansi galat kriging  $\text{var}(\varepsilon(s_0))$  dapat diperoleh dari persamaan:

$$\text{var}(\varepsilon(s_0)) = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ m \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \gamma(s_1, s_0) \\ \gamma(s_2, s_0) \\ \vdots \\ \gamma(s_n, s_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

### 2.4 Validasi Model

Ketika model semivariogram akan digunakan dalam sistem persamaan ordinary kriging, sebelumnya diuji terlebih dahulu model semivariogram apakah sesuai dengan keadaan spasial. Dalam validasi model, digunakan nilai nilai residual terbaku untuk menentukan apakah model semivariogram yang dipilih sudah valid. Residual terbaku adalah residual yang sudah terstandarisasi. Statistik uji yang digunakan adalah statistik uji  $Q_1$ .

$$Q_1 = \frac{1}{n-1} \sum_{k=2}^n \left[ \frac{(\hat{Z}_k - Z_k)}{\hat{\sigma}_k} \right]$$

Diambil sebuah hipotesis yaitu:

$H_0$  : Model semivariogram cocok (valid) dengan keadaan spasial

$H_1$  : Model semivariogram tidak cocok (tidak valid) dengan keadaan spasial

Dengan menggunakan statistik uji  $Q_1$ , model ditolak jika

$$|Q_1| > \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n-1}}$$

Jika model sudah valid, model semivariogram tersebut dapat digunakan untuk menaksir nilai dari peubah tereregional di lokasi yang tidak tersampel.

### 2.5 Uji Normalitas Kolmogorov-Smirnov

Uji normalitas digunakan untuk mengetahui apakah populasi data berdistribusi normal atau tidak. Prinsip dari uji Kolmogorov-Smirnov adalah menghitung selisih absolut antara distribusi frekuensi kumulatif sampel ( $F_0(x)$ ) dengan distribusi normal baku [ $S_n(x)$ ]. Dalam uji Kolmogorov-Smirnov, diambil hipotesis:

$H_0$  : Residual berdistribusi normal

$H_1$  : Residual tidak berdistribusi normal

Dengan menggunakan taraf signifikansi  $\alpha$ , dan statistik uji DN, atau nilai sig pada output SPSS, diambil keputusan bahwa  $H_0$  akan ditolak jika nilai  $DN < D(\alpha)$  dimana DN merupakan nilai tertinggi dari  $|F_0(x) - S_n(x)|$  (Mustafid, 2003).

### **3. METODOLOGI PENELITIAN**

#### **3.1 Sumber Data**

Data yang digunakan adalah data sekunder yang diperoleh dari Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika (BMKG) Semarang, yaitu data curah hujan saat musim hujan di Kota Semarang pada tanggal 1 Januari 2013 – 28 Februari 2013.

#### **3.2 Populasi dan Sampel**

Populasi dalam penelitian ini adalah seluruh wilayah yang terdapat di Kota Semarang, sedangkan sampel yang diambil adalah pos-pos hujan yang tersebar di Semarang sebanyak 10 pos hujan yang akan dibagi menjadi pos kontrol dan pos tersampel.

#### **3.3 Variabel Penelitian**

Dalam penelitian ini variabel yang digunakan adalah:

- X : Titik koordinat absis
- Y : Titik koordinat ordinat
- Z : Curah hujan

#### **3.4 Tahapan Analisis**

Untuk menganalisa data dalam penelitian ini dibutuhkan beberapa tahapan analisis. Adapun tahapannya adalah:

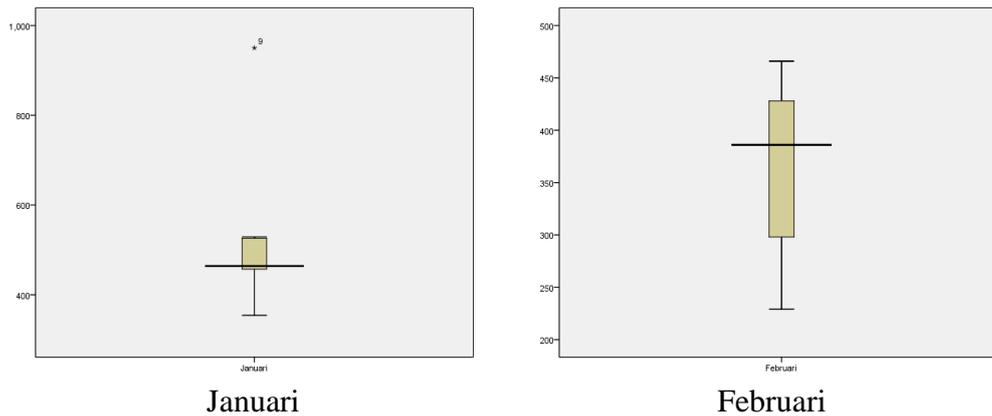
- a) Analisis data secara deskriptif.
  - b) Memilih data yang tidak mengandung pencilan.
  - c) Pengujian asumsi stasioneritas.
  - d) Perhitungan semivariogram eksperimental.
  - e) Fitting model dan validasi model.
  - f) Pemilihan model semivariogram terbaik.
  - g) Estimasi curah hujan dengan model semivariogram terbaik.
- Interpretasi hasil

### **4. HASIL DAN PEMBAHASAN**

#### **4.1 Eksplorasi Data**

Data pada bulan Januari memiliki nilai curah hujan minimum sebesar 354.00 mm, nilai curah hujan maksimum sebesar 950.00 mm, dengan rata-rata sebesar 513.22 mm dan simpangan baku 174.31. Data pada bulan Februari memiliki nilai curah hujan minimum sebesar 229,00 mm, nilai curah hujan maksimum sebesar 465,90 mm, dengan rata-rata sebesar 362,88 mm, dan simpangan baku 83,13.

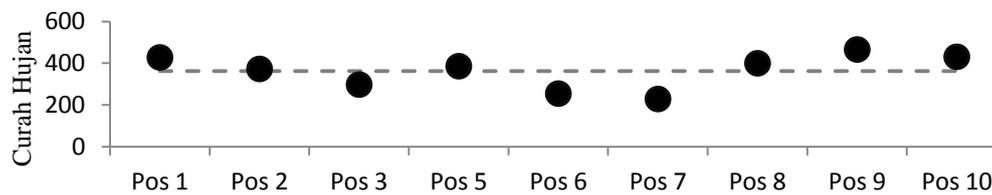
## 4.2 Deteksi Outlier



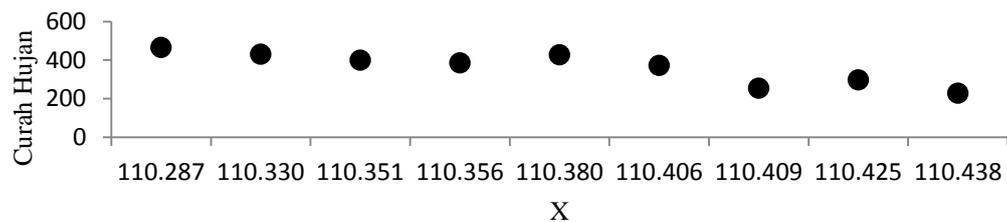
**Gambar 1.** Boxplot Data CURah Hujan

Terdapat pencilan pada data curah hujan di bulan Januari, yaitu pada data ke-10 (Pos hujan Boja) yang memiliki nilai kandungan curah hujan sebanyak 950 mm, sedangkan untuk data curah hujan pada bulan Februari, tidak mengandung pencilan.

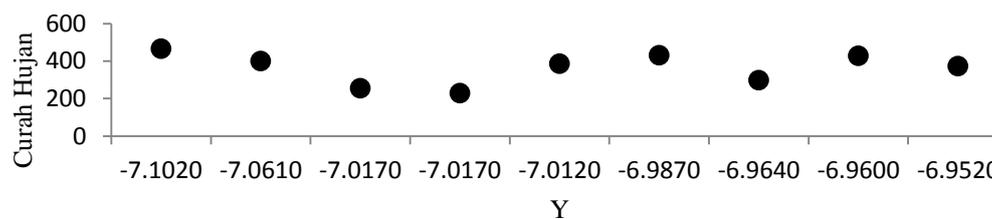
## 4.3 Asumsi Stasioneritas



**Gambar 2.** Plot Data Curah Hujan Masing-Masing Pos



**Gambar 3.** Plot Data Curah Hujan Terhadap Garis Bujur (X)



**Gambar 4.** Plot Data Curah Hujan Terhadap Garis Lintang (Y)

Berdasarkan plot data, sebaran data berada pada kisaran rata-rata data dan tidak terdapat trend, sehingga dapat dikatakan bahwa data memenuhi asumsi stasioner.

#### 4.4 Semivariogram Eksperimental

Hasil perhitungan semivariogram eksperimental adalah:

**Tabel 1.** Semivariogram Eksperimental

| Kelas | Jarak (h) | N(h) | Semivariogram ( $\gamma(h)$ ) |
|-------|-----------|------|-------------------------------|
| 1     | 0.022519  | 3    | 1554.333                      |
| 2     | 0.052543  | 7    | 3045.714                      |
| 3     | 0.067556  | 4    | 10701.750                     |
| 4     | 0.082568  | 8    | 6987.926                      |
| 5     | 0.097581  | 3    | 7952.333                      |
| 6     | 0.112593  | 2    | 11797.000                     |
| 7     | 0.127606  | 3    | 2058.502                      |
| 8     | 0.172643  | 2    | 14389.510                     |

#### 4.5 Menentukan Model Semivariogram

Setelah model semivariogram eksperimental dihitung, langkah selanjutnya adalah menentukan parameter yang diperlukan untuk membentuk model semivariogram teoritis. Parameter yang akan dicari adalah Sill, Nugget, dan Range. Untuk parameter *Sill*, diperoleh dari nilai variansi sampel yaitu 6910.034. *Nugget* yang digunakan dalam penelitian ini adalah 0, sedangkan *Range* dihitung dengan meminimumkan residual dari hasil perhitungan estimasi dengan menggunakan range yang ada pada semivariogram eksperimental. Range yang digunakan dalam model adalah range yang menghasilkan nilai estimasi titik kontrol (-6.9850, 110.3810) paling mendekati dengan nilai sebenarnya (residual paling mendekati nol), sehingga didapat parameter masing-masing model semivariogram sebagai berikut:

**Tabel 2.** Parameter Model

| No | Model        | Sill     | Range |
|----|--------------|----------|-------|
| 1  | Eksponensial | 6910.034 | 0.03  |
| 2  | Gaussian     | 6910.034 | 0.02  |
| 3  | Spherical    | 6910.034 | 0.04  |

Berikut adalah model semivariogram teoritis yang didapat:

1. Model semivariogram Eksponensial

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , \text{ untuk } h = 0 \\ 6910.034 \left( 1 - \exp^{-\frac{h}{0.03}} \right) & , \text{ untuk } h \neq 0 \end{cases}$$

2. Model semivariogram Gaussian

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , \text{ untuk } h = 0 \\ 6910.034 \left( 1 - \exp \left( -\frac{h^2}{0.02^2} \right) \right) & , \text{ untuk } h \neq 0 \end{cases}$$

### 3. Model semivariogram Spherical

$$\gamma(h) = \begin{cases} 6910.034 \left[ \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{h}{0.04}\right) - \left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{h}{0.04}\right)^3 \right], & \text{untuk } h \leq 0.04 \\ 6910.034 & , \text{ untuk } h > 0.04 \end{cases}$$

#### 4.6 Pengujian Model Semivariogram

Setelah semua model didapat, langkah selanjutnya adalah melakukan uji kecocokan model apakah tiap model tersebut valid dan dapat digunakan untuk melakukan pendugaan. Sebelum dilakukan Uji kecocokan model, dilakukan uji normalitas residual terbakunya terlebih dahulu dengan menggunakan Uji Kolmogorov-Smirnov. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Residual terbaku berdistribusi normal

$H_1$  : Residual terbaku tidak berdistribusi normal

Dengan menggunakan signifikansi  $\alpha$  sebesar 0.05 dan statistik uji Sig pada output SPSS, digunakan kriteria uji  $H_0$  ditolak jika  $\text{Sig} < \alpha$ . Nilai Sig dari masing-masing model ditunjukkan dalam tabel berikut:

**Tabel 3.** Uji Normalitas Residual Terbaku

| Model        | Sig   | Keputusan      | Kesimpulan                            |
|--------------|-------|----------------|---------------------------------------|
| Eksponensial | 0.200 | $H_0$ Diterima | Residual terbaku berdistribusi normal |
| Gaussian     | 0.200 | $H_0$ Diterima | Residual terbaku berdistribusi normal |
| Spherical    | 0.200 | $H_0$ Diterima | Residual terbaku berdistribusi normal |

Dari Tabel 3 terlihat bahwa residual terbaku pada semua model berdistribusi normal. Setelah dilakukan uji normalitas residual terbaku, langkah selanjutnya adalah menguji apakah model yang digunakan sesuai dengan keadaan spasialnya. Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Model semivariogram cocok (valid) dengan keadaan spasial

$H_1$  : Model semivariogram tidak cocok (tidak valid) dengan keadaan spasial

Dengan menggunakan signifikansi sebesar 0.05 dan statistik uji Q1, digunakan kriteria uji  $H_0$  ditolak jika  $Q1 > \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{n-1}} = \frac{1.96}{\sqrt{8}} = 0.693$ .

Nilai Q1 dari masing-masing model ditunjukkan dalam tabel berikut:

**Tabel 4.** Uji Kecocokan Model

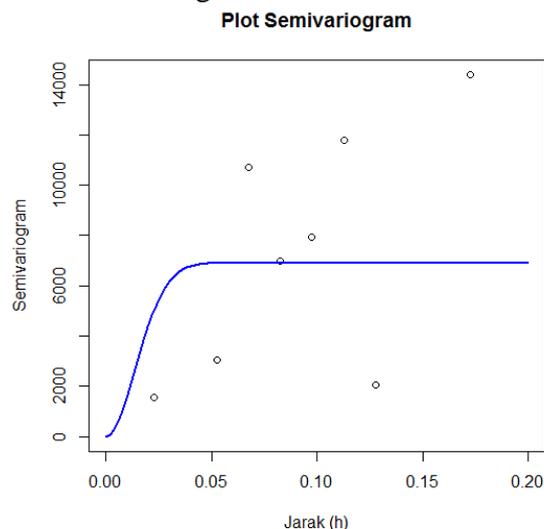
| Model        | Q1      | Keputusan      | Kesimpulan  |
|--------------|---------|----------------|-------------|
| Eksponensial | 0.00979 | $H_0$ Diterima | Model Valid |
| Gaussian     | 0.00970 | $H_0$ Diterima | Model Valid |
| Spherical    | 0.00971 | $H_0$ Diterima | Model Valid |

Dari Tabel 4 terlihat bahwa semua model semivariogram dinyatakan cocok (valid) dengan keadaan spasial berdasarkan kriteria Q1.

#### 4.7 Pemilihan Model Semivariogram Terbaik

Model semivariogram terbaik dipilih berdasarkan uji Q1 dimana model terbaik ditunjukkan dengan nilai Q1 terkecil, berdasarkan uji Q1 model semivariogram terbaik adalah model Gaussian dengan parameter Sill=6910.034, Range=0.02, dan Nugget=0.

Berikut adalah plot model semivariogram Gaussian:

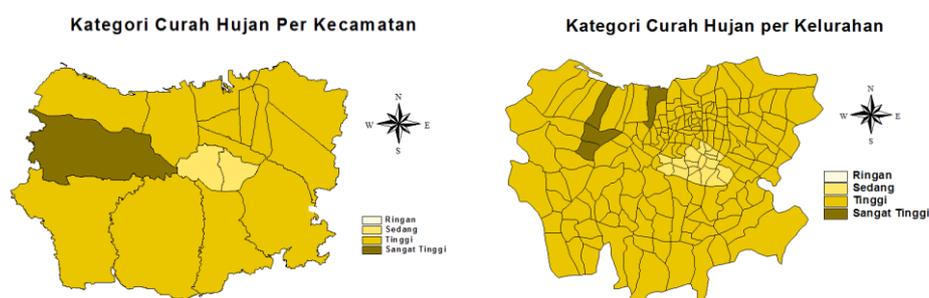


**Gambar 5.** Plot Model Semivariogram Gaussian

#### 4.8 Estimasi Curah Hujan di Titik yang Tidak Tersampel

Berdasarkan hasil interpolasi, estimasi curah hujan tertinggi per kecamatan adalah di Kecamatan Ngaliyan dengan curah hujan sebesar 409.483 mm, estimasi curah hujan terendah adalah di Kecamatan Candisari dengan curah hujan 232.300 mm, dan rata-rata estimasi curah hujan sebesar 345.045 mm. Peta sebaran curah hujan setiap kecamatan secara lengkap dapat dilihat pada Gambar 6.

Berdasarkan hasil interpolasi, estimasi curah hujan tertinggi per kelurahan adalah di Kelurahan Tambakaji dengan curah hujan sebesar 416.385 mm, sedangkan estimasi curah hujan terendah adalah di Kelurahan Karanganyar Gunung dengan curah hujan 232.940 mm, dan rata-rata estimasi curah hujan sebesar mm 347.594. Peta sebaran curah hujan setiap kelurahan secara lengkap dapat dilihat pada Gambar 6.



**Gambar 6.** Peta Sebaran Hasil Interpolasi per Kecamatan dan Kelurahan

## 5. KESIMPULAN

1. Model semivariogram terbaik yang digunakan adalah model Gaussian dengan parameter variogramnya adalah Sill = 6910.034, Range = 0.02, dan Nugget = 0. Sehingga persamaan model semivariogram yang digunakan adalah:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & , \text{ untuk } h = 0 \\ 6910.034 \left( 1 - \exp \left( -\frac{h^2}{0.02^2} \right) \right) & , \text{ untuk } h \neq 0 \end{cases}$$

2. Estimasi curah hujan tertinggi berada di Kecamatan Ngaliyan dengan curah hujan sebesar 409.483 mm, estimasi curah hujan terendah berada di Kecamatan Candisari dengan curah hujan sebesar 232.300 mm, dan rata-rata estimasi curah hujan sebesar 345.045 mm.
3. Hasil prediksi tiap kelurahan pada bulan Februari tahun 2013 menunjukkan bahwa estimasi curah hujan tertinggi berada di Kelurahan Tambakaji dengan curah hujan sebesar 416.385 mm, estimasi curah hujan terendah berada di Kelurahan Karanganyar Gunung dengan curah hujan sebesar 232.940 mm, dan rata-rata estimasi curah hujan sebesar 350.915 mm.

## 6. DAFTAR PUSTAKA

- Achmad, M. 2011. *Buku Ajar: Hidrologi Teknik*. LKPP Unhas.
- Alc^antara, E. H. 2008. Use of Ordinary Kriging Algorithm and Wavelet Analysis to Understanding the Turbidity Behavior in an Amazon Floodplain. *Journal of Computational Interdisciplinary Sciences*. Vol. 1, No. 1: Hal 57-70.
- Awali, A.A. 2013. Estimasi Kandungan Hasil Tambang Menggunakan Ordinary Indicator Kriging. *Jurnal Gaussian*. Vol. 2, No. 1: Hal 1-10.
- [BMKG].Badan Meteorologi, Klimatologi, dan Geofisika. 2013. “Prakiraan Hujan 3 Bulanan”. *Buletin BMKG Provinsi Jateng, Desember 2013*. Semarang: BMKG.
- Cressie, N. 1991. *Statistics for Spatial data*. New York: Wiley.
- Isaaks, E.H., Srivastava, R.M. 1989. *Applied Geostatistics*. New York: Oxford University press.
- Kitanidis, P. K. 2003. *Introduction to Geostatistics: Applications to Hydrogeology*. United Kingdom: University of Cambridge.
- LeMay, N. E. 1995. *Variogram Modeling and Estimation*. University of Colorado.
- Mustafid. 2003. *Statistika Elementer*. Semarang: Universitas Diponegoro.
- Negreiros, J. 2010. Geographical Information Systems Principles of Ordinary Kriging Interpolator. *Journal of Applied Sciences*. Vol. 10, No. 11: Hal 852-867.
- Oliver, M. A. 2007. *Geostatistical Application for Precision Agriculture*. United Kingdom: Springer. 41
- Rezaee, H., Asghari, O. 2011. On the reduction of the ordinary kriging smoothing effect. *Journal of Mining & Environment*, Vol. 2, No.2: Hal 102-117.
- Suroso. 2006. Analisis Curah Hujan untuk Membuat Kurva Intensity-Duration-Frequency (IDF) di Kawasan Rawan Banjir Kabupaten Banyumas. *Jurnal Teknik Sipil*. Vol. 3, No. 1: Hal 37-40.
- Vijay, K. 2006. Kriging of Groundwater Levels – A Case Study. *Journal of Spatial Hydrology*, Vol. 6, No.1: Hal 81-92.
- Webster, R., Oliver, M.A. 2007. *Geostatistics for Environmental Scientists*. New York: Wiley.
- Widhita, P. J. A. 2008. *Penaksiran Kandungan Cadangan Bauksit Di Daerah Mempawah Menggunakan Ordinary Kriging dengan Semivariogram Anisotropik*. Skripsi. Departemen Matematika, FMIPA Universitas Indonesia. Tidak diterbitkan.