

PEMODELAN REGRESI NONPARAMETRIK BIRESPOK SPLINE TRUNCATED PADA FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PERSENTASE PENDUDUK MISKIN DAN INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA DI PROVINSI PAPUA

Ramadhaniah Akhyar^{1*}, Nur Salam², Yeni Rahkmawati³

^{1,2,3} Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Lambung Mangkurat

*e-mail : r.dhaniahakhyr@gmail.com

DOI: 10.14710/j.gauss.14.1.188-199

Article Info:

Received: 2025-02-21

Accepted: 2025-07-26

Available Online: 2025-07-30

Keywords:

Nonparametric Regression, Birespon, Spline Truncated, Papua Province, Percentage of Poor Population, Human Development Index.

Abstract: In 2022, Papua Province has the highest percentage of poor people in Indonesia (26.03%) and an Human Development Index of 62.25%, indicating challenges in improving welfare. These two indicators are interrelated, with the hope that an increase in HDI can reduce poverty. Factors that influence both include life expectancy (X_1), gini ratio (X_2), and GRDP per capita (X_3). This study uses birresponse nonparametric regression model with a truncated spline approach to model the relationship. The GCV method was used to determine the optimum knot points, with the best model at three knot points of order 1, resulting in a minimum GCV of 17.90415 and R^2 of 85.11%. Simultaneous and partial tests showed that the model and the factors tested were significant. The results of this study indicate that the method used is effective in analysing the relationship of economic factors to poverty and HDI, so it can be a reference for sustainable development policies in Papua.

1. PENDAHULUAN

Indonesia menghadapi tantangan besar dalam upaya mengurangi kemiskinan sesuai dengan *Sustainable Development Goals* (SDGs). Target nasional dalam Rencana Pembangunan Jangka Menengah Nasional (RPJMN) 2020-2024 adalah menurunkan persentase penduduk miskin menjadi 6.5%-7.5%, tetapi pada tahun 2022 angka ini masih berada di 9.57% (BPS, 2023). Selain itu, standar garis kemiskinan yang ditetapkan Badan Pusat Statistik (BPS) lebih rendah dibandingkan standar Bank Dunia, sehingga jika menggunakan acuan internasional, jumlah penduduk miskin di Indonesia menjadi lebih tinggi (Piliang, 2023).

Provinsi Papua mencatat persentase penduduk miskin tertinggi di Indonesia, yaitu mencapai 26.03% pada tahun 2022, di mana angka tersebut hampir tiga kali lipat dari rata-rata nasional (BPS, 2023). Tidak ada kabupaten/kota di Papua yang memiliki tingkat kemiskinan di bawah rata-rata nasional. Selama 2017-2022, rata-rata kemiskinan di Papua terus berada di angka 27.16% dan menjadikannya provinsi dengan tingkat kemiskinan tertinggi di Indonesia (Syahrazad, 2024). Selain itu, ketimpangan pendapatan yang diukur melalui gini ratio juga cukup tinggi, yaitu 0.386. Hal tersebut menunjukkan perlunya intervensi lebih lanjut (BPS, 2023).

Kemiskinan berdampak langsung pada rendahnya Indeks Pembangunan Manusia (IPM). Menurut Nabila (2021), terdapat kaitan yang kuat antara persentase penduduk miskin dan IPM. Papua mencatat IPM sebesar 62.25% pada 2022, jauh di bawah rata-rata nasional sebesar 71.52% (BPS, 2023). Angka harapan hidup di Papua juga lebih rendah, hanya 66.44 tahun dibandingkan rata-rata nasional 72.13 tahun. Hal ini menunjukkan bahwa tantangan pembangunan di Papua terkait dengan ekonomi sosial.

Berbagai penelitian telah mengkaji faktor-faktor yang mempengaruhi kemiskinan dan IPM di Papua menggunakan regresi nonparametrik. *Spline* terdiri dari fungsi potongan

polinomial yang memiliki sifat tersegmen dan kontinu cenderung memiliki kemampuan dalam menangani/mengatasi pola data yang perilakunya menunjukkan perubahan pada sub-interval tertentu (Dani, 2021). Oleh karena itu, *spline truncated* digunakan dalam penelitian ini untuk mengestimasi hubungan antara variabel yang memengaruhi kemiskinan dan IPM di Papua, yang cenderung menunjukkan pola naik atau turun yang tajam, serta keunggulannya terletak pada fleksibilitas dalam membentuk kurva regresi yang halus terhadap pola. Septiningrum (2021) menggunakan Regresi Nonparametrik Birespon *Spline Truncated* dan menemukan bahwa angka kesakitan, partisipasi kasar SMA, serta PDRB per kapita memengaruhi IPM dan Indeks Pembangunan Gender, dengan R^2 sebesar 88.47%. Tediwibawa (2019) menggunakan metode serupa dan menunjukkan bahwa rata-rata lama sekolah, tingkat pengangguran terbuka, partisipasi angkatan kerja, serta laju pertumbuhan penduduk berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin dan kedalaman kemiskinan, dengan GCV 31.14057 dan R^2 86.47%. Namun, penelitian sebelumnya belum mengkaji persentase penduduk miskin dan IPM secara bersamaan.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penelitian ini bertujuan untuk membangun model yang menjelaskan faktor-faktor yang mempengaruhi persentase penduduk miskin dan IPM di Papua secara bersamaan menggunakan metode Regresi Nonparametrik Birespon *Spline Truncated*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Regresi nonparametrik digunakan ketika asumsi dalam regresi parametrik tidak terpenuhi. Metode ini cocok jika bentuk kurva data tidak dapat diwakili oleh model parametrik seperti model linier, eksponensial, atau polinomial (Wu & Zhang, 2006). Regresi nonparametrik memiliki fleksibilitas tinggi sehingga memungkinkan data menentukan bentuk estimasi tanpa subjektivitas (Eubank, 1999). Secara umum, model dari pendekatan regresi nonparametrik terdapat pada Persamaan (1).

$$Y_i = f(X_i) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan Y_i variabel respon untuk observasi ke- i , X_i variabel prediktor untuk observasi ke- i , $f(X_i)$ fungsi regresi yang tidak diketahui untuk observasi ke- i , dan ε_i galat untuk observasi ke- i .

Pendekatan regresi nonparameterik salah satunya adalah *spline*. *Spline truncated* memiliki titik – titik knot yang merupakan titik perpaduan yang menunjukkan perubahan perilaku dalam kurva pada selang yang berbeda (Hardle, 1990). Fungsi *spline* berorde p dengan titik knot k_1, k_2, \dots, k_r dengan $h = 1, 2, \dots, r$, model regresi nonparametrik *spline truncated* secara umum dapat ditulis sebagai berikut.

$$f(X_{li}) = \sum_{j=0}^p \alpha_{lj} X_{li}^j + \sum_{h=1}^r \beta_{lh} (X_{li} - k_{lh})_+^p \quad (2)$$

$(X_{li} - k_{lh})_+^p$ merupakan fungsi *truncated* yang dapat dijabarkan sebagai berikut.

$$(X_{li} - k_{lh})_+^p = \begin{cases} (X_{li} - k_{lh})^p, & X_{li} - k_{lh} \geq 0 \\ 0, & X_{li} - k_{lh} < 0 \end{cases} \quad (3)$$

Pada fungsi Persamaan (2), maka akan diperoleh model regresi nonparametrik *spline* sebagai berikut.

$$Y_i = \sum_{l=1}^m \left(\sum_{j=0}^p \alpha_{lj} X_{li}^j + \sum_{h=1}^r \beta_{lh} (X_{li} - k_{lh})_+^p \right) + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

dimana Y_i variabel respon untuk observasi ke- i , α_{lj} koefisien regresi estimasi model komponen polinomial untuk prediktor ke- l pada orde ke- j , dimana $l = 1, 2, \dots, m$; $j = 0, 1, 2, \dots, p$, β_{lh} koefisien regresi estimasi model komponen *truncated* prediktor ke- l pada knot ke- h , dimana $h = 1, 2, \dots, r$, X_{li} variabel prediktor ke- l untuk observasi ke- i , k_{lh} titik knot ke-

h untuk variabel prediktor ke- l , p banyaknya orde polinomial, m banyaknya variabel prediktor, r banyaknya knot.

Regresi birespon adalah model regresi dengan lebih dari satu variabel respon yang saling berkorelasi, baik secara logika maupun matematis (Simila, 2007). Model regresi nonparametrik *spline* birespon dapat dijabarkan sebagai berikut (Wang, 1998).

$$Y_{1i} = \sum_{l=1}^m \left(\sum_{j=0}^p \alpha_{lj} X_{li}^j + \sum_{h=1}^r \beta_{lh} (X_{li} - k_{lh})_+^p \right) + \varepsilon_{1i} \quad (5)$$

$$Y_{2i} = \sum_{l=1}^m \left(\sum_{j=0}^p \delta_{lj} X_{li}^j + \sum_{h=1}^r \tau_{lh} (X_{li} - k_{lh})_+^p \right) + \varepsilon_{2i} \quad (6)$$

di mana δ_{lj} koefisien regresi estimasi model komponen polinomial pada variabel respon kedua untuk prediktor ke- l pada orde ke- j , τ_{lh} koefisien regresi estimasi model komponen *truncated* pada variabel respon kedua untuk prediktor ke- l pada knot ke- h .

Berikut adalah model regresi birespon *spline truncated* yang disajikan dalam bentuk matriks (Padutan, 2021).

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{k})\widehat{\boldsymbol{\beta}} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (7)$$

dimana,

$$\boldsymbol{y} = \begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ \vdots \\ Y_{1n} \\ Y_{21} \\ Y_{22} \\ \vdots \\ Y_{2n} \end{bmatrix}; \boldsymbol{X}(\boldsymbol{k}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} & | & \mathbf{0}\boldsymbol{C} \\ \hline \boldsymbol{D} & | & \boldsymbol{D} \end{bmatrix}; \widehat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \alpha_{10} \\ \alpha_{11} \\ \vdots \\ \alpha_{mp} \\ \beta_{11} \\ \vdots \\ \beta_{mr} \\ \delta_{10} \\ \delta_{11} \\ \vdots \\ \delta_{mp} \\ \tau_{11} \\ \vdots \\ \tau_{mr} \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n} \end{bmatrix}$$

dengan,

$$\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11}^1 & \cdots & X_{11}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{11} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{m1}^1 & \cdots & X_{m1}^p (X_{m1} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{m1} - k_{mr})_+^p \\ 1 & X_{12}^1 & \cdots & X_{12}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{12} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{m2}^1 & \cdots & X_{m2}^p (X_{m2} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{m2} - k_{mr})_+^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n}^1 & \cdots & X_{1n}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{1n} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{mn}^1 & \cdots & X_{mn}^p (X_{mn} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{mn} - k_{mr})_+^p \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11}^1 & \cdots & X_{11}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{11} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{m1}^1 & \cdots & X_{m1}^p (X_{m1} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{m1} - k_{mr})_+^p \\ 1 & X_{12}^1 & \cdots & X_{12}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{12} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{m2}^1 & \cdots & X_{m2}^p (X_{m2} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{m2} - k_{mr})_+^p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & X_{1n}^1 & \cdots & X_{1n}^p (X_{11} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{1n} - k_{1r})_+^p & \cdots & X_{mn}^1 & \cdots & X_{mn}^p (X_{mn} - k_{11})_+^p & \cdots & (X_{mn} - k_{mr})_+^p \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{0}\boldsymbol{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{0}\boldsymbol{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks \boldsymbol{C} dan \boldsymbol{D} masing-masing berukuran $n \times (p + r)$. Sedangkan $\mathbf{0}\boldsymbol{C}$ dan $\mathbf{0}\boldsymbol{D}$ masing-masing berukuran $n \times (p + r)$ yang semua elemennya bernilai nol (0). Berikut adalah matriks varians-kovarians yang disajikan dalam bentuk matriks.

$$W_{(Y_1, Y_2)} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \dots & 0 & | & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{12} \\ 0 & \sigma_1^2 & \dots & \vdots & | & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & | & \vdots & \vdots & \ddots & \sigma_{12} \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_1^2 & | & \sigma_{12} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{12} & | & \sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{12} & \dots & \vdots & | & 0 & \sigma_2^2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \sigma_{12} & | & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \sigma_{12} & - & \dots & \sigma_{12} & | & 0 & 0 & \dots & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$$

Berikut adalah penyelesaian optimasi parameter dengan WLS.

$$\boldsymbol{\varepsilon}'\mathbf{W}\boldsymbol{\varepsilon} = \{(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})'\mathbf{W}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})\} \quad (8)$$

Setelah melakukan penurunan secara parsial terhadap $\boldsymbol{\beta}$, hasil penurunan tersebut disamakan dengan nol, dan diperoleh estimasi parameter sebagai berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y} \quad (9)$$

Dengan demikian, bentuk estimasi model *spline truncated* dalam regresi nonparametrik birespon menjadi seperti berikut.

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{W}\mathbf{Y} \quad (10)$$

Sebelum pemodelan, penting untuk memahami korelasi antar variabel respon dalam regresi birespon. Nilai korelasi dapat ditentukan menggunakan koefisien korelasi *splineson* dengan persamaan berikut.

$$r(Y_1, Y_2) = \frac{n \sum_{i=1}^n Y_{1i} Y_{2i} - (\sum_{i=1}^n Y_{1i})(\sum_{i=1}^n Y_{2i})}{\sqrt{(n \sum_{i=1}^n (Y_{1i})^2 - (\sum_{i=1}^n Y_{1i})^2) - (n \sum_{i=1}^n (Y_{2i})^2 - (\sum_{i=1}^n Y_{2i})^2)}} \quad (11)$$

Berikut adalah hipotesis untuk pengujian korelasi antar variabel respon sebagai berikut.

H_0 : $r(Y_1, Y_2) = 0$ (tidak terdapat korelasi antar variabel respon)

H_1 : $r(Y_1, Y_2) \neq 0$ (terdapat korelasi antar variabel respon)

Kriteria pengambilan keputusan uji parsial sebagai berikut:

a. Terima H_0 jika $p - value > 0.05$ tidak ada korelasi antar dua respon.

b. Tolak H_0 jika $p - value < 0.05$ ada korelasi antar dua respon.

Koefisien korelasi bernilai antara -1 hingga +1. Korelasi positif mendekati +1, korelasi negatif mendekati -1, dan jika tidak berkorelasi mendekati 0 (Paiman, 2019).

Dalam *spline truncated*, titik knot optimal dipilih menggunakan metode *Generalized Cross-Validation* (GCV) (Wang, 1998). GCV merupakan metode sederhana secara komputasi, optimal dalam batas asimtotik, invarian terhadap transformasi, dan tidak memerlukan informasi tentang σ^2 (Sari, 2017). Model terbaik diperoleh saat GCV mencapai nilai minimum. Titik knot yang menandakan perubahan pola fungsi atau kurva. Persamaan GCV dapat ditulis sebagai berikut.

$$GCV(k) = \frac{MSE}{[n^{-1}trace(I-A(k))]^2} \quad (12)$$

dengan

$$\hat{\mathbf{Y}}_l = A(k_1, k_2, \dots, k_x)\mathbf{W}\mathbf{Y} \quad (13)$$

$$A(k) = \mathbf{X}(k)(\mathbf{X}'(k)\mathbf{W}\mathbf{X}(k))^{-1}\mathbf{X}'(k) \quad (14)$$

Model terbaik berdasarkan nilai GCV minimum akan dilakukan uji parameter. Uji serentak digunakan untuk menentukan pengaruh variabel prediktor secara bersamaan terhadap variabel respon (Sugiyono, 2015). Hipotesis secara umum sebagai berikut.

H_0 : $\rho_0 = \rho_{1j} = \rho_{2j} = \dots = \rho_{mr} = 0$

H_1 : setidaknya terdapat 1 $\rho_0 \neq 0$ atau $\rho_{1j} \neq 0$ atau $\rho_{mr} \neq 0$;

dimana $l = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, p$ dan $h = 1, 2, \dots, r$. Statistik uji yang digunakan sebagai parameter adalah:

$$F_{hitung} = \frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}{m} \right)}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-m-1} \right)} \quad (15)$$

di mana Y_i variabel respon untuk observasi ke- i , \hat{Y}_i estimasi nilai variabel respon untuk observasi ke- i , \bar{Y} rata-rata nilai variabel respon untuk observasi ke- i , n banyaknya pengamatan, m banyaknya variabel prediktor.

Kriteria pengambilan keputusan uji serentak sebagai berikut.

- Terima H_0 jika $F_{hitung} \leq F_{\alpha(m,n-m-1)}$ atau jika $p - value > 0.05$ tidak ada perbedaan pada setiap koefisien
- Tolak H_0 jika $F_{hitung} > F_{\alpha(m,n-m-1)}$ atau jika $p - value < 0.05$ terdapat satu atau lebih koefisien yang tidak sama dengan nol

Penguji parsial digunakan untuk mengukur pengaruh suatu variabel prediktor terhadap variabel respon dengan menganggap prediktor lain konstan (Montgomery, 2018). Berikut hipotesis secara umum yang digunakan.

$$H_0: \rho_0 = 0 ; H_1: \rho_0 \neq 0;$$

$$H_0: \rho_{1j} = 0 ; H_1: \rho_{1j} \neq 0; \quad j = 1, 2, 3, \dots, p$$

$$H_0: \rho_{mr} = 0 ; H_1: \rho_{mr} \neq 0; \quad l = 1, 2, 3, \dots, m, h = 1, 2, \dots, r$$

dengan rumus uji parsial dari estimasi koefisien setiap respon secara umum diasumsikan:

$$t_{hitung} = \frac{\hat{\rho}_l}{SE(\hat{\rho}_l)}, l = 1, 2, \dots, j + r \quad (16)$$

di mana $\hat{\rho}_l$ estimasi koefisien regresi variabel prediktor ke- l , menentukan $SE(\hat{\rho}_l)$ dapat dihitung dari $\sqrt{var(\hat{\rho}_l)}$ yang memiliki diagonal dari matriks variance-covariance $var(\hat{\rho}_l)$.

$$\begin{aligned} var(\hat{\rho}_l) &= var[(X'X)^{-1}X'Y] = (X'X)^{-1}X'var(Y)[(X'X)^{-1}X'] \\ &= (X'X)^{-1}X'(\sigma^2I)X(X'X)^{-1} = \sigma^2(X'X)^{-1}X'X(X'X)^{-1} = \sigma^2(X'X)^{-1} \end{aligned} \quad (17)$$

Nilai σ^2 diganti dengan nilai MSE. Kriteria pengambilan keputusan uji parsial sebagai berikut:

- Terima H_0 jika $t_{hitung} \leq t_{\frac{\alpha}{2},(n-m-1)}$ atau jika $p - value > 0.05$ parameter tidak memiliki kontribusi yang signifikan terhadap model
- Tolak H_0 jika $t_{hitung} > t_{\frac{\alpha}{2},(n-m-1)}$ atau jika $p - value < 0.05$ parameter memiliki kontribusi yang signifikan terhadap model

Kebaikan model diukur melalui nilai koefisien determinasi menunjukkan seberapa besar variasi dari variabel respon dapat dijelaskan oleh variabel prediktor (Nurhuda, 2022). Koefisien determinasi dapat dihitung menggunakan rumus:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} \quad (18)$$

Dengan SSR merupakan *Sum of Squared Regression* dan SST merupakan *Sum of Squared Total*.

3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang berbentuk *cross section* diperoleh dari publikasi Badan Pusat Statistik (BPS) Provinsi Papua (<https://papua.bps.go.id/id/publication>). Unit observasi adalah Kabupaten/Kota di Provinsi Papua yaitu sebanyak 29 Kabupaten/Kota dan merupakan data provinsi sebelum mengalami pemekaran Daerah Otonomi Baru (DOB). Sehingga, struktur data penelitian sebagai berikut.

Tabel 1. Struktur Data

Kabupaten/Kota	Variabel Respon	Variabel Prediktor
----------------	-----------------	--------------------

	Y_1	Y_2	X_1	X_2	X_3
1	Y_{11}	Y_{21}	X_{11}	X_{21}	X_{31}
2	Y_{12}	Y_{22}	X_{12}	X_{22}	X_{32}
3	Y_{13}	Y_{23}	X_{13}	X_{23}	X_{33}
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
29	Y_{129}	Y_{229}	X_{129}	X_{229}	X_{329}

Y_1 : variabel respon, persentase penduduk miskin (persen)

Y_2 : variabel respon, indeks pembangunan manusia

X_1 : variabel prediktor, angka harapan hidup (tahun)

X_2 : variabel prediktor, gini ratio

X_3 : variabel prediktor, PDRB per kapita (ribu rupiah)

Penelitian ini menggunakan regresi Nonparametrik *Spline Truncated* dengan analisis data melalui RStudio. Tahapan penelitian dilakukan sebagai berikut.

1. Mengumpulkan data untuk variabel respon dan variabel prediktor yang dianggap berpotensi memengaruhi.
2. Membuat statistika deskriptif yang terdiri dari nilai rata-rata, varians, nilai maksimum, nilai minimum dan *range*.
3. Melakukan uji korelasi antara variabel-variabel respon menggunakan korelasi *pearson*, sebagaimana diuraikan dalam Persamaan (11).
4. Membuat *scatter plot* untuk variabel prediktor dan variabel respon guna mengidentifikasi pola data.
5. Memodelkan persentase penduduk miskin dan IPM di Provinsi Papua menggunakan regresi nonparametrik birespon *spline truncated* pada Persamaan (5) dan (6). Pemodelan ini dilakukan menggunakan kombinasi titik knot yaitu 1 titik knot, 2 titik knot, dan 3 titik knot dengan orde 1, orde 2 dan orde 3. Pemodelan melibatkan penyusunan matriks *varians-kovarians* (\mathbf{W})
6. Menentukan titik knot optimal dengan menggunakan metode *Generalized Cross Validation* (GCV) pada Persamaan (12) untuk setiap kombinasi orde. Titik knot yang optimal adalah titik knot yang menghasilkan nilai GCV terkecil.
7. Menerapkan model *spline truncated* untuk memodelkan persentase penduduk miskin dan IPM di Provinsi Papua menggunakan titik knot optimal.
8. Melakukan uji parameter secara serentak dan parsial dari model terbaik pada Persamaan (15) dan (16), serta menghitung nilai R^2 dari model menggunakan Persamaan (17).
9. Melakukan interpretasi model dan menarik kesimpulan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum pemodelan, dilakukan analisis statistika deskriptif terhadap persentase penduduk miskin (Y_1) dan IPM (Y_2), serta faktor-faktor yang diduga mempengaruhi, yaitu angka harapan hidup (X_1), gini ratio (X_2), dan PDRB perkapita (X_3), yang mencakup 29 Kabupaten/Kota di Provinsi Papua tahun 2023. Tabel 2 menunjukkan hasil statistika deskriptif dari variabel-variabel tersebut.

Tabel 2. Statistika Deskriptif

Variabel	Rata-rata	Varians	Maksimum	Minimum	<i>Range</i>
Y_1	27.6103	88.961	40.01	10.01	30.00
Y_2	59.3783	119.357	81.14	35.19	45.95
X_1	65.7721	13.529	72.83	55.72	17.11
X_2	0.34359	0.003	0.420	0.228	0.192
X_3	52121.76	5140.903	391800	6488	385312

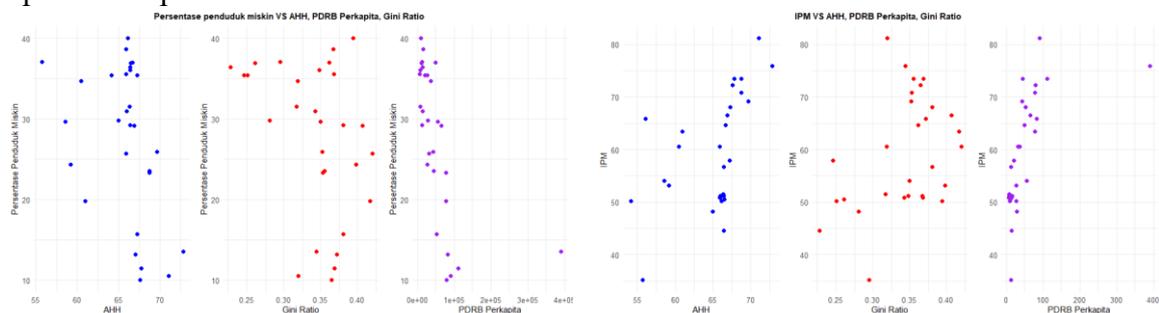
Pada regresi birespon, salah satu syarat yang harus dipenuhi adalah adanya korelasi yang erat antara variabel respon, yang diuji menggunakan uji korelasi *pearson* dengan taraf signifikansi 0.05.

Tabel 3. Hasil Uji Korelasi *Pearson*

	Korelasi <i>Pearson</i>	<i>P-value</i>
Y_1 dan Y_2	-0.7872965	< 0.0001

Pada Tabel 3, uji korelasi *pearson* antara persentase penduduk miskin dan IPM menunjukkan $p - value < 0.0001$, lebih kecil dari $\alpha (0,05)$ sehingga H_0 ditolak. Ini menunjukkan adanya korelasi negatif signifikan antara kedua variabel dengan nilai korelasi -0.7872965 yang tergolong kuat. Berdasarkan hasil ini, pemodelan regresi nonparametrik birespon menjadi salah satu solusi analisis penelitian ini.

Langkah awal yang akan dilakukan dalam pemodelan yaitu melihat pola hubungan antara variabel respon dengan masing-masing variabel prediktor dengan melihat *scatterplot* dapat dilihat pada Gambar 1 dan 2.



Gambar 1. *Scatterplot* variabel prediktor terhadap variabel persentase penduduk miskin

Gambar 2 *Scatterplot* variabel prediktor terhadap variabel respon IPM

Scatterplot pada Gambar 1. dan 2. menunjukkan bahwa hubungan antara variabel prediktor dan persentase penduduk miskin serta IPM tidak mengikuti pola tertentu. Oleh karena itu, regresi nonparametrik dipilih sebagai pendekatan untuk menyelesaikan permasalahan ini.

Model regresi nonparametrik birespon *spline truncated* melibatkan penyusunan matriks *varians-kovarians* (**W**) dalam perhitungan sebagai berikut.

$$W = \begin{bmatrix} 88.96052 & 0 & \dots & 0 & -81.8024 & -81.8024 & \dots & -81.8024 \\ 0 & 88.96052 & \dots & \vdots & -81.8024 & -81.8024 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & -81.8024 \\ 0 & 0 & \dots & 88.96052 & -81.8024 & -81.8024 & \dots & -81.8024 \\ -81.8024 & -81.8024 & \dots & -81.8024 & 119.357 & 0 & \dots & 0 \\ -81.8024 & -81.8024 & \dots & \ddots & 0 & 119.357 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & -81.8024 & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ -81.8024 & - & \dots & -81.8024 & 0 & 0 & \dots & 119.357 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Pemilihan model terbaik dari titik knot optimal berdasarkan nilai GCV minimum. Evaluasi titik knot dilakukan pada 1–3 titik knot dan orde 1–3 untuk ketiga variabel prediktor. Tabel berikut menampilkan nilai GCV dari setiap kombinasi.

Tabel 4. Nilai GCV Minimum

Titik Knot	Orde	Titik Knot			GCV
		X_1	X_2	X_3	
1	1	69.93857	0.409143	95453.5	25.52195

Titik Knot	Orde	Titik Knot			GCV	
		X_1	X_2	X_3		
	2	58.69786	0.247214	7978.443	1070.087	
	3	58.69786	0.247214	7978.443	3193.293	
2	1	57.694	0.2406	7476.4	20.14063	
		69.93857	0.409143	95453.5		
	2	57.694	0.2406	7476.4	35.02088	
		58.69786	0.247214	7978.443		
		3	57.694	0.2406	7476.4	514.2747
		59.05071	0.249929	8153.786		
3	1	58.69786	0.247214	7978.443	17.90415*	
		66.65786	0.364957	45027.6		
		69.93857	0.409143	95453.5		
	2	58.69786	0.247214	7978.443	36.01507	
		3	59.62043	0.254286	8778.286	
			65.909	0.3269	14996	
	3	58.69786	0.247214	7978.443	200.8203	
		64.63786	0.307886	13124.59		
66.03014		0.345886	23950.56			

Keterangan : (*) GCV minimum

Berdasarkan Tabel 4. maka dapat diketahui bahwa nilai GCV minimum pada 3 knot dan berorde 1. Sehingga pemilihan untuk model terbaik dari persentase penduduk miskin dan IPM di Provinsi Papua adalah menggunakan 3 titik knot orde 1 dengan estimasi parameter sebagai berikut.

Tabel 5. Estimasi Parameter 3 Titik Knot

Variabel Respon 1			Variabel Respon 2		
Prediktor	Parameter	Estimasi	Prediktor	Parameter	Estimasi
Konstan	α_0	-0.000100478	Konstan	δ_0	0.000630865
X_1	α_{11}	-0.11913992	X_1	δ_{11}	0.45220066
	β_{11}	-0.104653665		τ_{11}	0.383817476
	β_{12}	-0.102666208		τ_{12}	0.376467076
	β_{13}	-0.098426478		τ_{13}	0.360838715
X_2	α_{21}	0.00011982	X_2	δ_{21}	-0.000238145
	β_{21}	0.000131526		τ_{21}	-0.000345316
	β_{22}	0.00012768		τ_{22}	-0.000331767
	β_{23}	0.000122862		τ_{23}	-0.000314878
X_3	α_{31}	0.006325705	X_3	δ_{31}	0.001814613
	β_{31}	-0.055084189		τ_{31}	-0.013218191
	β_{32}	0.045500138		τ_{32}	0.024515732
	β_{33}	0.003193731		τ_{33}	-0.013063342

Berikut ini adalah persamaan model regresi nonparametrik birespon *spline truncated* untuk 3 titik knot optimal orde 1 pada estimasi Tabel 5.

Untuk variabel respon pertama persentase penduduk miskin sebagai berikut.

$$\hat{Y}_1 = -0.000100478 - 0.1191399X_1 - 0.104653665(X_1 - 58.69786)_+^1 - 0.102666208(X_1 - 66.65786)_+^1 - 0.098426478(X_1 - 69.93857)_+^1 + 0.00011982X_2 + 0.0001315(X_2 - 0.247214)_+^1 + 0.0001276(X_2 - 0.364957)_+^1 + 0.000122862(X_2 - 0.409143)_+^1 + 0.006325705X_3 - 0.055084189(X_3 - 7978.443)_+^1 + 0.045500138(X_3 - 45027.6)_+^1 + 0.003193731(X_3 - 95453.5)_+^1 \quad (20)$$

Untuk variabel respon kedua indeks pembangunan manusia sebagai berikut.

$$\hat{Y}_2 = 0.000630865 + 0.45220066X_1 + 0.383817476(X_1 - 58.69786)_+^1 + 0.376467076(X_1 - 66.65786)_+^1 + 0.360838715(X_1 - 69.93857)_+^1 - 0.000238145X_2 - 0.0003453(X_2 - 0.247214)_+^1 - 0.000331767 \quad (21)$$

$$(X_2 - 0.364957)_+^1 - 0.000314878(X_2 - 0.409143)_+^1 + 0.0018146X_3 - 0.013218191(X_3 - 7978.443)_+^1 + 0.024515732(X_3 - 45027.6)_+^1 - 0.013063342(X_3 - 95453.5)_+^1$$

Hasil model terbaik akan dilakukan pengujian secara serentak untuk menguji signifikansi semua parameter dalam model secara keseluruhan.

Tabel 6. Pengujian Simultan

Sumber Variasi	Db	Jumlah Kuadrat	Rata-rata Kuadrat	F_{hitung}	$p - value$
Regresi	26	17488.1	672.6192	7.038635	3.293969×10^{-7}
Galat	32	3057.953	95.56102		
Total	58	20546.05			

Keterangan : (*) Signifikan pada taraf nyata $\alpha(0.05)$

Berdasarkan Tabel 6. terlihat bahwa nilai $p - value$ sebesar 3.293969×10^{-7} lebih kecil dari nilai $\alpha(0.05)$, sehingga diperoleh keputusan tolak H_0 . Artinya, hal ini mengindikasikan bahwa model regresi birespon menunjukkan setidaknya satu parameter prediktor yang signifikan dalam menjelaskan hubungan antara prediktor dengan persentase penduduk miskin dan IPM.

Pengujian hipotesis secara parsial yang bertujuan untuk mengetahui parameter mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap model

Tabel 7. Pengujian Parsial

Variabel Respon	Variabel Prediktor	Parameter	Estimasi	Standar Error	t_{hitung}	$p - value$
Y_1	Konstan	α_0	-0.000100478	0.000026	-3.86408	$5.12 \times 10^{-4} *$
		X_1	α_{11}	-0.11913992	0.018215512	-6.54057
	X_2	β_{11}	-0.104653665	0.015553544	-6.72861	$1.34 \times 10^{-7} *$
		β_{12}	-0.102666208	0.015256166	-6.72949	$1.34 \times 10^{-7} *$
		β_{13}	-0.098426478	0.014623473	-6.73072	$1.33 \times 10^{-7} *$
		α_{21}	0.00011982	0.0000143	8.389833	$1.38 \times 10^{-9} *$
		β_{21}	0.000131526	0.0000163	8.084864	$3.12 \times 10^{-9} *$
		β_{22}	0.00012768	0.0000157	8.107757	$2.94 \times 10^{-9} *$
	X_3	β_{23}	0.000122862	0.0000151	8.135822	$2.72 \times 10^{-9} *$
		α_{31}	0.006325705	0.00023117	27.36377	$9.05 \times 10^{-2} *$
		β_{31}	-0.055084189	0.008187145	-6.72813	$1.34 \times 10^{-7} *$
		β_{32}	0.045500138	0.009703523	4.689033	$4.90 \times 10^{-5} *$
		β_{33}	0.003193731	0.001926861	1.657479	1.07×10^{-1}
		δ_0	0.000630865	0.0000224	28.10171	$3.99 \times 10^{-2} *$
	Y_2	Konstan	δ_{11}	0.45220066	0.015725918	28.75512
τ_{11}			0.383817476	0.013427773	28.58385	$2.36 \times 10^{-2} *$
X_2		τ_{12}	0.376467076	0.013171039	28.58295	$2.36 \times 10^{-2} *$
		τ_{13}	0.360838715	0.012624818	28.5817	$2.37 \times 10^{-2} *$
		δ_{21}	-0.000238145	0.0000123	-19.3149	$3.35 \times 10^{-1} *$
		τ_{21}	-0.000345316	0.000014	-24.587	$2.39 \times 10^{-2} *$
		τ_{22}	-0.000331767	0.0000136	-24.4027	$3.00 \times 10^{-2} *$
		τ_{23}	-0.000314878	0.000013	-24.1519	$4.11 \times 10^{-2} *$
X_3		δ_{31}	0.001814613	0.000199576	9.092358	$2.20 \times 10^{-1} *$
		τ_{31}	-0.013218191	0.007068172	-1.8701	7.06×10^{-2}
		τ_{32}	0.024515732	0.0083773	2.926448	$6.26 \times 10^{-3} *$
		τ_{33}	-0.013063342	0.001663508	-7.85289	$5.85 \times 10^{-9} *$

Keterangan : (*) Signifikan pada taraf nyata $\alpha(0.05)$

Berdasarkan Tabel 7, dari 26 parameter dalam model regresi nonparametrik birespon *spline truncated*, 24 parameter menolak H_0 karena $p - value < 0.05$, sementara 2 parameter (β_{33} dan τ_{33}) gagal menolak H_0 . Namun, semua variabel prediktor tetap signifikan karena

setidaknya satu parameter berpengaruh pada setiap variabel prediktor. Secara keseluruhan, dapat disimpulkan bahwa semua variabel prediktor berpengaruh terhadap persentase penduduk miskin dan IPM di Provinsi Papua.

Hasil pengujian serentak pada koefisien determinasi (R^2) dapat menunjukkan seberapa besar kebaikan model regresi dalam menjelaskan variabilitas variabel respons. Berikut ini adalah nilai koefisien determinasi (R^2) untuk model birespon.

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{17488.1}{20546.05} = 0.8511659 \times 100 = 85.11659$$

Berdasarkan analisis diperoleh model birespon regresi nonparametrik *spline truncated* dengan 3 titik knot orde 1 nilai untuk model ini sebesar 85.11%. Hal ini berarti bahwa model yang terbentuk dapat menjelaskan variasi dari variabel respon sebesar 85.11%, sedangkan sisanya 14.89% dijelaskan oleh faktor lain yang tidak diketahui.

Model terbaik untuk persentase penduduk miskin dan Indeks Pembangunan Manusia di Provinsi Papua menggunakan pendekatan regresi nonparametrik birespon *spline truncated* dengan 3 titik knot orde 1, yang diperoleh dari Persamaan (20) dan (21).

Berikut ini adalah interpretasi dari model *spline truncated* untuk respon pertama, yaitu persentase penduduk miskin, yang terdapat pada Persamaan (20).

1. Jika variabel (X_2) dan (X_3) konstan, maka pengaruh dari angka harapan hidup (X_1) terhadap penduduk miskin (Y_1) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_1 = \begin{cases} -0.000100478 - 0.11913992X_1, & , X_1 < 58.69786 \\ 6.142845681 - 0.223793585X_1, & , 58.69786 \leq X_1 < 66.65786 \\ 12.98635542 - 0.326459793X_1, & , 66.65786 \leq X_1 < 69.93857 \\ 19.87016253 - 0.424886271X_1, & , X_1 \geq 69.93857 \end{cases} \quad (22)$$

Persamaan (22) setiap segmen untuk kenaikan 1 tahun angka harapan hidup menurunkan persentase penduduk miskin dengan besaran yang berbeda berdasarkan intervalnya: kurang dari 58.70 tahun turun 0.1191%, 58.70 hingga 66.66 tahun turun 0.2238%, 66.66 hingga 69.94 tahun turun 0.3265%, dan lebih dari 69.94 tahun turun 0.4249%.

2. Jika variabel (X_1) dan (X_3) konstan, maka pengaruh dari gini ratio (X_2) terhadap penduduk miskin (Y_1) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_1 = \begin{cases} -0.000100478 + 0.00011982X_2, & , X_2 < 0.247214 \\ -0.000132993 + 0.000251345X_2, & , 0.247214 \leq X_2 < 0.364957 \\ -0.000179591 + 0.000379025X_2, & , 0.364957 \leq X_2 < 0.409143 \\ -0.000229859 + 0.000501887X_2, & , X_2 \geq 0.409143 \end{cases} \quad (23)$$

Persamaan (23) setiap segmen untuk kenaikan 1 pada Gini ratio meningkatkan persentase penduduk miskin dengan besaran berbeda: kurang dari 0.247214 naik 0.00011982%, 0.247214 hingga 0.364957 naik 0.000251345%, 0.364957 hingga 0.409143 naik 0.000379025%, dan lebih dari 0.409143 naik 0.000501887%.

3. Jika variabel (X_1) dan (X_2) konstan, maka pengaruh dari PDRB perkapita (X_3) terhadap penduduk miskin (Y_1) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_1 = \begin{cases} -0.000100478 + 0.006325705X_3, & , X_3 < 7978.443 \\ 439.4859579 - 0.048758484X_3, & , 7978.443 \leq X_3 < 45027.6 \\ -1609.276051 - 0.003258346X_3, & , 45027.6 \leq X_3 < 95453.5 \\ -1914.128807 - 0.000064615X_3, & , X_3 \geq 95453.5 \end{cases} \quad (24)$$

Persamaan (24) setiap segmen untuk kenaikan 1 ribu rupiah PDRB per kapita memengaruhi persentase penduduk miskin secara berbeda: kurang dari 7978.443 ribu rupiah naik 0.0063%, 7978.443 hingga 45027.6 ribu rupiah turun 0.0488%, 45027.6 hingga 95453.5 ribu rupiah turun 0.0033%, dan lebih dari 95453.5 ribu rupiah turun 0.00006%.

Berikut ini adalah interpretasi dari model *spline truncated* untuk respon kedua, yaitu indeks pembangunan manusia, yang terdapat pada persamaan (21).

1. Jika variabel (X_2) dan (X_3) konstan, maka pengaruh dari angka harapan hidup (X_1) terhadap IPM (Y_2) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_2 = \begin{cases} 0.000630865 + 0.45220066X_1, & , X_1 < 58.69786 \\ -22.52863359 + 0.836018136X_1, & , 58.69786 \leq X_1 < 66.65786 \\ -47.62312325 + 1.212485212X_1, & , 66.65786 \leq X_1 < 69.93857 \\ -72.85966697 + 1.573323927X_1, & , X_1 \geq 69.93857 \end{cases} \quad (2425)$$

Persamaan (25) setiap segmen untuk kenaikan 1 tahun angka harapan hidup meningkatkan IPM dengan besaran berbeda berdasarkan intervalnya: kurang dari 58.70 tahun naik 0.4522, 58.70 hingga 66.66 tahun naik 0.8360, 66.66 hingga 69.94 tahun naik 1.2125, dan lebih dari 69.94 tahun naik 1.5733.

2. Jika variabel (X_1) dan (X_3) konstan, maka pengaruh dari gini ratio (X_2) terhadap IPM (Y_2) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_2 = \begin{cases} 0.000630865 - 0.000238145X_2, & , X_2 < 0.247214 \\ 0.000716232 - 0.000583461X_2, & , 0.247214 \leq X_2 < 0.364957 \\ 0.000837313 - 0.000915228X_2, & , 0.364957 \leq X_2 < 0.409143 \\ 0.000966143 - 0.001230106X_2, & , X_2 \geq 0.409143 \end{cases} \quad (26)$$

Persamaan (26) setiap segmen untuk kenaikan 1 pada Gini ratio menurunkan IPM dengan besaran berbeda: kurang dari 0.247214 turun 0.000238, 0.247214 hingga 0.364957 turun 0.000583, 0.364957 hingga 0.409143 turun 0.000915, dan lebih dari 0.409143 turun 0.001230.

3. Jika variabel (X_1) dan (X_2) konstan, maka pengaruh dari PDRB perkapita (X_3) terhadap IPM (y_2) adalah sebagai berikut.

$$\hat{Y}_2 = \begin{cases} 0.000630865 + 0.0018146X_3, & , X_3 < 7978.443 \\ 105.461216 - 0.011403578X_3, & , 7978.443 \leq X_3 < 45027.6 \\ -998.4233689 + 0.003258346X_3, & , 45027.6 \leq X_3 < 95453.5 \\ 248.5183647 + 0.000048812X_3, & , X_3 \geq 95453.5 \end{cases} \quad (27)$$

Persamaan (27) setiap segmen untuk kenaikan 1 ribu rupiah PDRB per kapita memengaruhi IPM secara berbeda: kurang dari 7978.443 ribu rupiah naik 0.0018146, 7978.443 hingga 45027.6 ribu rupiah turun 0.011403578, 45027.6 hingga 95453.5 ribu rupiah naik 0.003258346, dan lebih dari 95453.5 ribu rupiah naik 0.000048812.

5. KESIMPULAN

Model regresi nonparametrik birespon *spline truncated* pada model persentase penduduk miskin dan IPM terbaik adalah model *spline truncated* berorde 1 dengan 3 titik knot. Nilai GCV yang dihasilkan adalah 17.90415. Koefisien determinasi R^2 yang diperoleh adalah sebesar 85.11%.

Berdasarkan hasil model terbaik pada 3 titik knot orde 1, hasil uji parameter secara serentak dan parsial signifikan pada variabel prediktor, yaitu angka harapan hidup (X_1), gini ratio (X_2), dan PDRB per kapita (X_3), yang menunjukkan bahwa model tersebut layak untuk digunakan dan mampu menganalisis dengan baik pada hubungan persentase penduduk miskin dan IPM, sehingga dapat menjadi referensi dalam perumusan kebijakan penurunan kemiskinan dan pembangunan berkelanjutan di Provinsi Papua untuk kabupaten/kota yang memiliki angka harapan hidup rendah, gini ratio cukup tinggi, dan PDRB perkapita rendah.

DAFTAR PUSTAKA

- BPS, 2023. *Papua Dalam Angka*. Papua: Badan Pusat Statistika Provinsi Papua.
 BPS, 2023. *Statistika Indonesia*. Jakarta: Badan Pusat Statistika.

- Dani, A. T. R., 2021. Flexibility of Nonparametric Regression Spline Truncated on Data without a Specific Pattern. *Jurnal Litbang Edusaintech*, pp. 37 - 43.
- Eubank, R. L., 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing*. New York: Marcel Dekker.
- Hardle, W., 1990. *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Montgomery, D. d. R., 2018. *Applied Statistics and Probability for Engineers..* United States of America: John Wiley and Sons.
- Nabila, R., 2021. The effect of macroeconomic variables on the poverty rate in Indonesia. *Journal of Economics Research and Policy Studies* , pp. 1(2), 1-9.
- Nurhuda, G., 2022. Pemodelan Regresi Nonparametrik Berdasarkan Estimator Spline Truncated pada Data Simulasi. *Jurnal Matematik, Statistika dan Komputasi*, pp. 172 - 182.
- Padutan, A. B., 2021. Pemodelan Angka Harapan Hidup dan Angka Kematian Bayi di Kalimantan dengan Regresi Nonparametrik Birespon. *Barekeng: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, pp. 283-296.
- Paiman, 2019. *Teknik Analisis Korelasi dan Regresi Ilmu-Ilmu Pertanian*. Yogyakarta: UPY Press.
- Piliang, M. Z., 2023. Kemiskinan, Kesenjangan Pendapatan, dan Bantuan Sosial. *ATTANMIYAH: Jurna Ekonomi dan Bisnis Islam*, pp. 262-284.
- Sari, S. U. R., 2017. Perbandingan Model Regresi Nonparametrik Spline Multivariabel dengan Menggunakan Metode Generalized Cross Validation (GCV) dan Metode Unbiased Risk (UBR) dalam Pemilihan Titik Knot Optimal. *Prosiding SI MaNIs*, Volym I, pp. 154-166.
- Simila, T., 2007. Input selection and shrinkage in multiresponse linear regression. *Computational Statistics & Data Analysis*.
- Syahrazad, L., 2024. Analisis Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Indeks Kedalaman Kemiskinan di Provinsi Papua. *Jurnal of Development Economic and Digitalization*, pp. 109 - 129.
- Tediwibawa, R., 2019. Regresi Nonparametrik Spline Birespon Untuk Memodelkan Persentase Penduduk Miskin dan Indeks Kedalaman Kemiskinan di Kalimantan Timur Tahun 2015. *Jurnal Eksponensial*, pp. 21-28.
- Wang, Y., 1998. Spline Smoothing Models With Correlated Error. *Journal of the American Statistical Association*, pp. 341 - 348.
- Wu, H. & Zhang, J. T., 2006. *Nonparametric Regression Methods for Longitudinal Data Analysis: Mixed-Effects Modeling Approaches*. New York: John Wiley and Sons.