

PREDIKSI NILAI ASET MENGGUNAKAN MODEL GEOMETRIC BROWNIAN MOTION DAN MODEL VARIANCE GAMMA

Abdul Hoyyi^{1*}, Rita Rahmawati²

^{1,2}Departemen Statistika Universitas Diponegoro

*e-mail: hoyyistat@live.undip.ac.id

DOI: 10.14710/j.gauss.13.2.415-420

Article Info:

Received: 2024-09-19

Accepted: 2024-12-09

Available Online: 2024-12-10

Keywords:

Asset; Variance Gamma;
geometric Brownian Motion.

Abstract: The basic assumption in the Black-Scholes-Merton model is that assets that generate returns are normally distributed. Asset price movements fluctuate greatly so the data is not normally distributed. This paper proposes a forecasting method using the Variance Gamma (VG) model. The return data of traded assets in Indonesia shows excess kurtosis and tails in the return distribution so the performance of the geometric Brownian motion (GBM) model is less appropriate for use. One of the appropriate models for data that shows excess kurtosis and tails is the VG model. The VG model has three parameters to control volatility, skewness, and kurtosis. We compare the results of this study with the geometric Brownian motion (GBM) model. The accuracy of the model uses the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). In this study, the VG asset model has a MAPE value of 3.08%, while the GBM model has a MAPE value of 13.20%. These results conclude that the VG asset model is more accurate in predicting asset prices compared to the GBM asset model.

1. PENDAHULUAN

Salah cara yang dapat dilakukan untuk mengetahui seberapa besar keuntungan yang diperoleh dari aktivitas perdagangan aset adalah dengan cara melihat nilai *returns* aset. *Returns* adalah tingkat pengembalian atas hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi. Berdasarkan Campbell, Lo dan MacKinla (1997) dengan melihat nilai *returns*, investor dapat mengetahui perubahan harga dari suatu aset, seberapa besar keuntungan atau kerugian yang akan diterima, sehingga dapat dijadikan pedoman untuk memutuskan apakah akan berinvestasi dengan aset tersebut atau tidak. Harga aset sering mengalami perubahan yang sulit diprediksi, sehingga dapat mengalami kenaikan maupun penurunan sewaktu-waktu. Perubahan harga aset yang dapat mengalami kenaikan dan penurunan sewaktu-waktu berakibat pada tidak pastinya nilai *return* yang akan diterima, sehingga investor tidak bisa memperoleh kepastian apakah akan memperoleh keuntungan atau kerugian. Berkaitan dengan ketidakpastian tentang perubahan harga aset, maka diperlukan suatu model matematis untuk memprediksi harga aset di masa yang akan datang berdasarkan data harga aset yang ada. Menurut Brigo dkk. (2011), salah satu model matematis yang dapat digunakan untuk memodelkan dan memprediksi harga aset dengan kondisi *return* aset berdistribusi Normal adalah model *Geometric Brownian Motion* (GBM).

Model GBM mengasumsikan bahwa *return* dari aset berdistribusi Normal. Penelitian menggunakan data dari harga berbagai aset yang diperdagangkan di Indonesia memperlihatkan adanya *excess kurtosis* dan *tail* pada distribusi *return* sehingga performansi model *Geometric Brownian Motion* menjadi kurang baik untuk menggambarkan dinamika harga aset. Adanya *excess kurtosis* dan *tail* menyebabkan distribusi dari data tidak Normal. Salah satu model yang cocok untuk data yang memperlihatkan adanya *excess kurtosis* dan *tail* yakni model Variance Gamma. Sebuah proses stokastik tiga parameter disebut proses Variance Gamma, yang menggeneralisasi gerak Brown dikembangkan sebagai model untuk

dinamika harga *return* aset. Proses ini diperoleh dengan mengevaluasi gerakan Brown dengan drift pada waktu random yang diberikan oleh proses Gamma. Dua parameter tambahan adalah *drift* dari gerakan Brown dan volatilitas perubahan waktu. Parameter tambahan ini memberikan kontrol atas *skewness* dan *kurtosis* (Madan, Carr, dan Chang, 1998). Beberapa penelitian model Variance Gamma telah dilakukan yakni penentuan harga opsi *call* Variance Gamma yang diterapkan pada data saham menggunakan dua pendekatan yakni simulasi Monte Carlo dan bentuk *closed form* (Hoyyi, Abdurakhman dan Rosadi, 2022). Pengukuran probabilitas kebangkrutan obligasi perusahaan dengan menggunakan model Variance Gamma (Hoyyi, Abdurakhman dan Rosadi, 2024). Prosedur komputasi telah diperkenalkan oleh Avramidis and L'Ecuyer (2006) dan Fu (2007). Bentuk *closed form* disampaikan oleh Ivanov dan Ano (2016) dan Ivanov (2018), yang merupakan pengembangan bentuk yang disampaikan oleh Madan, Carr, dan Chang (1998). Pada penelitian ini diterapkan model Variance Gamma untuk memprediksi harga aset, kemudian hasilnya dibandingkan dengan model geometric Brownian motion.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Model Geometric Brownian Motion, berdasarkan Brigo dkk. (2011) model *Geometric Brownian Motion* (GBM) ditentukan sebagai berikut :

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dW(t) \quad (1)$$

S merupakan harga aset, t merupakan waktu, dan W merupakan gerak Brown standar berdistribusi Normal dengan rata-rata 0 dan variansi sama dengan $t_j - t_{j-1}$. Sedangkan μ merupakan nilai ekspektasi dari *returns* aset, dan σ merupakan volatilitas harga aset. Persamaan (1) merupakan persamaan diferensial Stokastik yang penyelesaiannya menggunakan teorema *Itô* yang menghasilkan :

$$S(t) = S(0) \exp\left(\left(u - \frac{\sigma^2}{2}\right)t + \sigma W(t)\right). \quad (2)$$

Untuk mensimulasikan persamaan (2) digunakan persamaan :

$$S(t_{i+1}) = S(t_i) \exp\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)(t_{i+1} - t_i) + \sigma\sqrt{t_{i+1} - t_i}Z_{i+1}\right) \quad (3)$$

dengan Z_1, Z_2, \dots, Z_n dibangkitkan secara random, independen dari distribusi normal standar. Menurut Madan, Carr dan Chang (1998) proses Variance Gamma (VG) diperoleh dengan mengevaluasi gerak Brown (dengan drif konstan dan volatilitas) pada perubahan waktu random yang diberikan oleh proses Gamma.

$$b(t; \theta, \sigma) = \theta t + \sigma W(t). \quad (4)$$

Proses VG didefinisikan pada gerak Brown dengan drif $b(t; \theta, \sigma)$ dan proses Gamma dengan unit mean rate, $\gamma(t; 1, \nu)$ yakni:

$$X_{VG} = b(\gamma(t; 1, \nu); \theta, \sigma). \quad (5)$$

Dengan kata lain proses VG dapat diperoleh dari gerak Brown dengan mengganti variabel random waktu t dengan proses Gamma γ . Model harga aset yang mengikuti proses VG :

$$S(t) = S(0) \cdot \exp[(\omega + r)t + X_{VG}(t)]. \quad (6)$$

Untuk mensimulasikan proses VG digunakan persamaan :

$$X_{VG}(t_i) = X_{VG}(t_{i-1}) + \theta \Delta g_i + \sigma \sqrt{\Delta g_i} Z_i \quad (7)$$

dengan $\Delta g_i \sim \Gamma\left(\frac{\Delta t_i}{v}, v\right)$, $Z_i \sim N(0,1)$ yang saling bebas. Salah satu metode estimasi parameter Variance Gamma yakni dengan metode momen. Metode ini mudah dilakukan dan memiliki bentuk *closed form*. Menurut Madan, Carr dan Chang (1998), misal $X(t)$ pada interval waktu t merupakan variabel random VG berdistribusi normal dengan mean θg dan variansi $\sigma \sqrt{g}$ dituliskan sebagai berikut pada persamaan 8:

$$X(t) = \theta g + \sigma \sqrt{g} z. \quad (8)$$

dengan z merupakan variabel random berdistribusi Normal standar yang independen dengan variabel random g yang berdistribusi Gamma dengan mean t dan varian vt . Langkah awal yang dilakukan untuk mengestimasi parameter VG yakni menentukan empat momen (m) pertama dari $X(t)$, sehingga diperoleh hasil sebagai berikut :

$$\begin{aligned} m_1 &= \theta \\ m_2 &= \theta^2 v + \sigma^2 \\ m_3 &= 2\theta^3 v^2 + 3\sigma^2 \theta v \\ m_4 &= 3\sigma^4 v + 12\sigma^2 \theta^2 v^2 + 6\theta^4 v^3 + 3\sigma^4 + 6\sigma^2 \theta^2 v + 3\theta^4 v^4. \end{aligned}$$

Menurut Seneta (2004), nilai $\theta^2 \approx \theta^3 \approx \theta^4 \approx 0$, sehingga parameter-parameter Variance Gamma diestimasi sebagai berikut:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\text{Var}(X(t))} \quad (9)$$

$$\hat{v} = \frac{\text{Kurtosis}(X(t))}{3} - 1 \quad (10)$$

$$\hat{\theta} = \frac{\hat{\sigma} \text{Skewness}(X(t))}{3\hat{v}} \quad (11)$$

3. METODE PENELITIAN

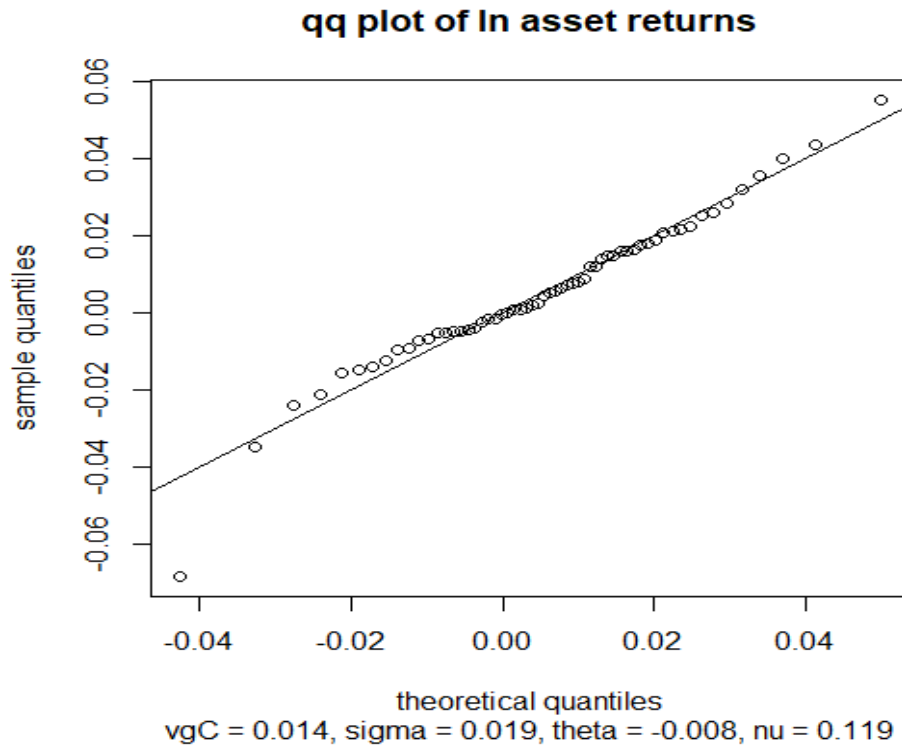
Data sampel yang digunakan untuk pemodelan diperoleh dari laporan keuangan PT Bank CIMB Niaga Tbk periode Januari 2012 – Desember 2016. Data *out sample* yang digunakan untuk melihat keakuratan model adalah data aset PT Bank CIMB Niaga Tbk periode Januari 2017 – Desember 2018. Data aset tersebut dapat diakses pada Bank CIMB Niaga Tbk (2023). Tahapan yang dilakukan dalam penelitian ini yakni :

1. melakukan eksplorasi data dengan membuat plot QQ untuk melihat akurasi distribusi dan uji kecocokan distribusi VG
2. melakukan estimasi parameter model VG menggunakan maximum likelihood
3. melakukan pemodelan VG dan GBM untuk peramalan aset perusahaan
4. menghitung keakuratan prediksi aset menggunakan MAPE.

Data diproses menggunakan perangkat lunak R4.0.2 (Team, 2020). Beberapa *library* R yang digunakan yakni : Variance Gamma (Scott, Dong dan Scott, 2018), BAS (Clyde, Ghosh, dan Littman, 2011), dan Bessel (Maechler, 2012).

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Tahap pertama dalam penelitian ini adalah eksplorasi data yaitu membuat plot kuantil untuk melihat kecocokan distribusi.



Gambar 1. Plot QQ Ln Returns Asset Terhadap Distribusi VG

Gambar 1. memperlihatkan plot kuantil distribusi Varians Gamma yang menunjukkan pola membentuk garis lurus, sehingga ada kecocokan antara data dan distribusi yang digunakan, yaitu distribusi Varians Gamma.

Uji kecocokan model distribusi VG sebagai berikut:

H_0 : Ln *returns* aset PT Bank CIMB Niaga Tbk mengikuti distribusi VG

H_1 : Ln *returns* aset PT Bank CIMB Niaga Tbk tidak mengikuti distribusi VG.

Pengujian dilakukan menggunakan uji Chi-square dengan taraf signifikansi 5%, nilai statistik yang diperoleh adalah $\chi^2 = 3,89$ yang lebih kecil dari $\chi^2_{0,05} = 5,99$. Berdasarkan hasil tersebut, memberikan keputusan bahwa hipotesis nol diterima sehingga distribusi Ln *returns* aset PT Bank CIMB Niaga Tbk yakni distribusi VG.

Estimasi parameter model Variance Gamma diperoleh menggunakan metode maksimum *likelihood*. Metode ini telah dibahas dalam makalah Fragiadakis, Karlis dan Meintanis, (2013). Pada penelitian ini digunakan perangkat lunak R untuk mengestimasi dengan *library* 'VarianceGamma'. Sintaks yang digunakan yakni 'vgFit(data)'. Hasilnya sebagai berikut pada tabel 1:

Tabel 1. Hasil Estimasi Parameter Model Variance Gamma

Nama Perusahaan	Konstanta	$\hat{\sigma}$	$\hat{\nu}$	$\hat{\theta}$
P.T. Bank CIMB Niaga Tbk.	0,014	0,019	0,119	-0,008

Sedangkan hasil estimasi parameter model GMB sebagai berikut pada tabel q:

Tabel 2. Hasil Estimasi Parameter Model Geometric Brownian Motion

Nama Perusahaan	Konstanta	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}_*$
P.T. Bank CIMB Niaga Tbk.	0,006	0,019	0,068

Hasil prediksi menggunakan model VG dan model GBM sebagai berikut :

Tabel 3. Prediksi Nilai Aset Menggunakan Model GBM dan Model VG.

Periode	Prediksi (dalam Rupiah)		
	Aktual	Model GBM	Model VG
Januari 2017	2,35x10 ¹⁴	2,34x10 ¹⁴	2,37x10 ¹⁴
Februari 2017	2,36x10 ¹⁴	2,26x10 ¹⁴	2,39x10 ¹⁴
Marer 2017	2,33x10 ¹⁴	2,27x10 ¹⁴	2,41x10 ¹⁴
April 2017	2,30x10 ¹⁴	2,26x10 ¹⁴	2,45x10 ¹⁴
Mei 2017	2,34x10 ¹⁴	2,24x10 ¹⁴	2,46x10 ¹⁴
Juni 2017	2,38x10 ¹⁴	2,25x10 ¹⁴	2,48x10 ¹⁴
Juli 2017	2,35x10 ¹⁴	2,24x10 ¹⁴	2,47x10 ¹⁴
September 2017	2,49x10 ¹⁴	2,24x10 ¹⁴	2,48x10 ¹⁴
Oktober 2017	2,48x10 ¹⁴	2,22x10 ¹⁴	2,50x10 ¹⁴
November 2017	2,47x10 ¹⁴	2,15x10 ¹⁴	2,54x10 ¹⁴
Desember 2017	2,64x10 ¹⁴	2,10x10 ¹⁴	2,56x10 ¹⁴
Februari 2018	2,61x10 ¹⁴	2,12x10 ¹⁴	2,56x10 ¹⁴
Maret 2018	2,56x10 ¹⁴	2,11x10 ¹⁴	2,58x10 ¹⁴
April 2018	2,56x10 ¹⁴	2,10x10 ¹⁴	2,59x10 ¹⁴
Mei 2018	2,56x10 ¹⁴	2,10x10 ¹⁴	2,61x10 ¹⁴
Juni 2018	2,58x10 ¹⁴	2,08x10 ¹⁴	2,63x10 ¹⁴
Juli 2018	2,57x10 ¹⁴	2,08x10 ¹⁴	2,64x10 ¹⁴
Agustus 2018	2,57x10 ¹⁴	2,11x10 ¹⁴	2,66x10 ¹⁴
September 2018	2,59x10 ¹⁴	2,15x10 ¹⁴	2,69x10 ¹⁴
Oktober 2018	2,60x10 ¹⁴	2,14x10 ¹⁴	2,71x10 ¹⁴
November 2018	2,56x10 ¹⁴	2,12x10 ¹⁴	2,71x10 ¹⁴
Desember 2018	2,65x10 ¹⁴	2,13x10 ¹⁴	2,72x10 ¹⁴

Evaluasi hasil peramalan menggunakan nilai MAPE. Nilai MAPE kedua model ditunjukkan pada Tabel 4.

Tabel 4. Nilai MAPE

Nama Perusahaan	Nilai MAPE	
	Model GBM	Model VG
P.T. Bank CIMB Niaga Tbk.	13,20%	3,08 %

Berdasarkan nilai MAPE pada Tabel 4, terlihat bahwa model VG memiliki akurasi peramalan yang sangat baik karena nilai MAPE < 10%. Model VG memiliki nilai MAPE yang lebih kecil dibandingkan dengan nilai MAPE model GBM. Hasil ini menyimpulkan bahwa model VG lebih baik dibandingkan dengan model GBM.

5. KESIMPULAN

Pada kasus ini, peramalan aset menggunakan Variance Gamma memberikan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan model geometric Brownian motion. Akurasi model Variance Gamma memiliki nilai MAPE kurang dari 10% yang memberikan kesimpulan bahwa akurasi peramalan sangat baik. Saran untuk penelitian selanjutnya yakni menggunakan model Variance Gamma multivariat

DAFTAR PUSTAKA

- Avramidis, A. N. and L'Ecuyer, P. 2006. 'Efficient Monte Carlo and quasi-Monte Carlo option pricing under the variance gamma model', *Management Science*, 52(12), pp. 1930–1944.
- Bank CIMB Niaga Tbk, P. 2023. *Investor Relations*. Indonesia. <https://investor.cimbniaga.co.id/>
- Brigo, D. et al. 2011. 'A Stochastic Processes Toolkit for Risk Management', *SSRN Electronic Journal*.
- Campbell, J. Y., Lo, A. W. and MacKinla, A. C. 1997. *The Econometric of Financial Markets*. Princeton University Pres.
- Clyde, M. A., Ghosh, J. and Littman, M. L. 2011. 'Bayesian adaptive sampling for variable selection and model averaging', *Journal of Computational and Graphical Statistics*, 20(1), pp. 80–101.
- Fragiadakis, K., Karlis, D. and Meintanis, S. G. 2013. 'Inference procedures for the variance gamma model and applications', *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 83(3), pp. 555–567.
- Fu, M. C. 2007. 'Variance-gamma and Monte Carlo', in *Applied and Numerical Harmonic Analysis*. Applied and Numerical Harmonic Analysis. Birkhäuser Boston Press.
- Hoyyi, A., Abdurakhman, A. and Rosadi, D. 2022. 'Variance Gamma Process With Monte Carlo Simulation and Closed Form Approach for European Call Option Price Determination', *Media Statistika*, 14(2), pp. 183–193.
- Hoyyi, A., Abdurakhman and Rosadi, D. 2024. 'Variance Gamma Model in Determining the Default Probability of Coupon Bond Issuing Company', *IAENG International Journal of Applied Mathematics*, 54(5), pp. 961–968.
- Ivanov, R. V. 2018. 'On risk measuring in the variance-gamma model', *Statistics and Risk Modeling*, 35(1–2), pp. 23–33.
- Ivanov, R. V. and Ano, K. 2016. 'On exact pricing of FX options in multivariate time-changed Lévy models', *Review of Derivatives Research*, pp. 1–16.
- Madan, D. B., Carr, P. P. and Chang, E. C. 1998. 'The Variance Gamma Process and Option Pricing', *Review of Finance*, 2, pp. 79–105.
- Maechler, M. 2012. 'Bessel: Bessel -- Bessel Functions Computations and Approximations.', r package. <http://cran.r-project.org/package=Bessel>.
- Scott, A. D., Dong, C. Y. and Scott, M. D. 2018. 'Package "VarianceGamma". The Variance Gamma Distribution', r package. <https://cran.r-project.org/package=VarianceGamma>.
- Team, R. C. 2020. 'R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing.', r package. <https://www.r-project.org/>.