

## DIAGRAM KENDALI TEWMA-MAX UNTUK MEMANTAU RATA-RATA DAN VARIABILITAS PROSES PADA PROSES SPINNING BENANG

Rahmania Marwah Darmawan<sup>1</sup>, Suliadi Suliadi<sup>2\*</sup>

<sup>1,2</sup> Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung

\*e-mail : [suliadi@gmail.com](mailto:suliadi@gmail.com)

DOI: 10.14710/j.gauss.13.2.509-519

### Article Info:

Received: 2024-08-14

Accepted: 2025-01-30

Available Online: 2025-01-31

### Keywords:

*Process Shift; Spinning; Statistical Quality Control; TEWMA-Max Control Chart*

**Abstract:** Statistical Quality Control (SQC) is a process to detect process shifts so that improvements can be made immediately. One of the tools in SQC is control charts. One of the control charts that has high sensitivity in detecting process shifts is the EWMA control chart which evolved into DEWMA and TEWMA. In 1998, a maximum control chart proposed to monitor the mean and variance shift in only one control chart. A combination of the TEWMA control chart and the maximum control chart was introduced by Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. (2023) become TEWMA-Max control chart which is considered better for detecting shifts in mean and small process variance. In this study, the TEWMA-Max control chart is applied to detect shifts in the mean and/or variability of the yarn spinning process according to its applicable standard processes. It is obtained that the mean and the variance process have changed.

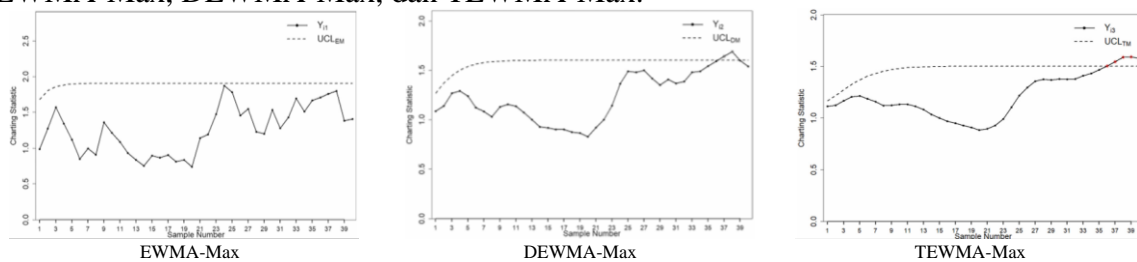
## 1. PENDAHULUAN

Dalam era globalisasi ini terjadi persaingan pasar yang ketat, sehingga dalam proses produksi setiap produsen harus mengoptimalkan dan memastikan kepuasan pelanggan terutama dalam aspek kualitas produk. Dalam aktivitas manajemen perusahaan, pengendalian kualitas merupakan prosedur untuk menjaga kualitas agar dapat dipertahankan sesuai dengan rencana (Elmas, 2017). Salah satu pendekatan untuk memastikan kualitas produk dalam industri manufaktur adalah pengendalian kualitas statistik (*Statistical Quality Control*). Pengendalian kualitas statistik merupakan suatu proses yang bertujuan untuk mendeteksi pergeseran proses yang terjadi sehingga perbaikan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak produk cacat yang diproduksi (Montgomery, 2012). Pengendalian kualitas statistik sangat bermanfaat untuk menjaga kualitas produk agar sesuai dengan standar kualitas yang ada.

Dalam pengendalian kualitas statistik, salah satu alat yang biasa digunakan untuk menjaga kualitas produk adalah diagram kendali. Dengan menggunakan diagram kendali, pergeseran rata-rata dan variabilitas proses yang berada di luar kendali dapat dideteksi (Mutakin & Rifai, 2023). Diagram kendali yang sederhana dan paling banyak digunakan adalah diagram kendali *Shewhart* yang dapat mendeteksi pergeseran proses  $\geq 1,5\sigma$  (Darmanto, Astutik, S. dan Irsandy, D. 2022). Untuk memperbaiki kekurangan dari diagram kendali *Shewhart*, Roberts (1959) memperkenalkan diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Diagram kendali ini dapat mendeteksi pergeseran proses kecil sampai sedang ( $< 1,5\sigma$ ) (Montgomery, 2012). Pada diagram kendali EWMA terdapat pengembangan metode untuk memperbaiki kekurangan pada diagram kendali EWMA tunggal seperti diagram kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average* (DEWMA) dan diagram kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average* (TEWMA).

Secara umum, dua diagram kendali dibuat terpisah untuk memantau rata-rata proses dan variabilitas proses. Karena diagram kendali ini dibuat secara terpisah dan memerlukan dua

kali analisis, maka Chen dan Cheng (1998) memperkenalkan diagram kendali *maximum* untuk memantau pergeseran rata-rata dan standar deviasi proses secara bersamaan (Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. 2023). Pada tahun 1999, Xie menggabungkan diagram kendali EWMA dengan diagram kendali *maximum* menjadi diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (EWMA-Max) untuk meningkatkan sensitivitas dari diagram kendali *maximum*. Selanjutnya dengan acuan diagram kendali EWMA-Max, pada tahun 2009 dikembangkan menjadi diagram kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (DEWMA-Max) dan pada tahun 2023 dikembangkan diagram kendali EWMA-Max dan DEWMA-Max menjadi diagram kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (TEWMA-Max) yang dinilai lebih sensitif dalam mendeteksi pergeseran rata-rata dan varians proses yang kecil. Dari penelitian tersebut terdapat perbandingan sensitivitas antara diagram kendali EWMA-Max, DEWMA-Max, dan TEWMA-Max.



Gambar 1. Diagram Kendali EWMA-Max, DEWMA-Max, dan TEWMA-Max

Tiga kebutuhan primer manusia adalah sandang, pangan, dan papan. Dalam pemenuhan kebutuhan sandang yaitu pakaian dibutuhkan bahan dasar pembuatan pakaian yang berasal dari benang. Proses pembuatan benang disebut proses *spinning*. Proses *spinning* benang merupakan proses pembuatan benang yang melibatkan pemintalan serat untuk membentuk benang (Istinharoh, 2013). Dalam proses *spinning* benang diukur kekuatan tarik benang untuk mengetahui kemampuan satu helai benang dapat menahan tarikan hingga benang tersebut putus yang dinyatakan dengan satuan centi Newton (cN) (Bintang & Khairunnisa, 2019). Kekuatan tarik benang merupakan salah satu komponen utama kualitas produk yang dapat berpengaruh terhadap kepuasan pelanggan sehingga penerapan metode ini harapannya dapat membantu dalam mengidentifikasi penyimpangan pada kualitas benang. Tujuan penelitian ini untuk menerapkan penggunaan diagram kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (TEWMA-Max) dalam mengendalikan proses *spinning* benang, serta untuk mengetahui apakah proses tersebut terkendali atau tidak berdasarkan diagram kendali tersebut.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

Diagram kendali TEWMA-Max merupakan perkembangan dari diagram kendali EWMA yang memiliki asumsi data berdistribusi normal sehingga perlu dilakukan uji normalitas pada data yang akan digunakan (Yuliyanti & Suliadi, 2024). Uji normalitas merupakan uji yang bertujuan untuk mengetahui pola sebaran data mengikuti distribusi normal atau tidak (Nuryadi, Astuti, T.D., Utami, E.S. dan Budiantara, M. 2017). Salah satu uji yang digunakan untuk uji normalitas adalah *Kolmogorov-Smirnov*. Adapun hipotesis dari uji normalitas adalah sebagai berikut:

$H_0$  : Data berdistribusi normal

$H_1$  : Data tidak berdistribusi normal

dengan hipotesis tersebut, adapun statistik uji yang digunakan adalah (Nuryadi, Astuti, T.D., Utami, E.S. dan Budiantara, M. 2017):

$$D = \max |F_0(X) - S_N(X)| \quad (1)$$

Keterangan:

$D$  = Deviasi maksimum

$F_0(X)$  = Fungsi distribusi frekuensi kumulatif

$S_N(X)$  = Distribusi frekuensi kumulatif yang diobservasi

Aturan keputusan dari uji normalitas yaitu tolak  $H_0$  apabila  $D \geq D_{\alpha;n}$  di mana nilai  $D_{\alpha;n}$  diperoleh dari Tabel *Kolmogorov-Smirnov* atau tolak  $H_0$  apabila  $P\text{-Value} < \alpha$ .

Langkah awal yang dilakukan dalam metode ini adalah menentukan parameter proses yang belum diketahui yang disebut diagram kendali fase I. Parameter tersebut akan digunakan pada diagram kendali fase II. Dalam fase I, data yang digunakan merupakan data masa lalu untuk menghitung batas kendali awal dan menilai apakah proses telah terkendali atau tidak selama periode pengumpulan data (Lawson, 2021). Diagram kendali *Shewhart* merupakan diagram kendali fase I yang efektif karena mudah digunakan dan diinterpretasikan. Misal  $X_{ij}$  merupakan karakteristik dari suatu proses dengan  $i = 1, 2, 3, \dots, m$  dan  $j = 1, 2, 3, \dots, n$  di mana  $n$  adalah banyaknya pengamatan dalam satu sub grup dan  $m$  adalah banyaknya sub grup. Setiap sampel berdistribusi normal  $X_{ij} \sim N(\mu + a\sigma, b^2\sigma^2)$  di mana  $a$  dan  $b$  menunjukkan pergeseran rata-rata dan variabilitas proses. Oleh karena itu  $a = 0$  dan  $b = 1$  yang menunjukkan bahwa proses terkendali. Adapun struktur datanya sebagai berikut :

Tabel 1. Struktur Data Diagram Kendali

Waktu/ Nomor Sampel ( $i$ )	Pengamatan ( $j$ )				
	1	2	3	...	$n$
1	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	...	$X_{1n}$
2	$X_{21}$	$X_{22}$	$X_{23}$	...	$X_{2n}$
3	$X_{31}$	$X_{32}$	$X_{33}$	...	$X_{3n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$m$	$X_{m1}$	$X_{m2}$	$X_{m3}$	...	$X_{mn}$

untuk  $n > 1$  rata-rata sub grup ke- $i$  dapat dihitung dengan persamaan (Cheng & Chen, 1998):

$$\bar{X}_i = \frac{X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in}}{n} \quad (2)$$

dan untuk simpangan baku sub grup ke- $i$  dapat dihitung dengan persamaan:

$$s_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_i)^2}{(n-1)}} \quad (3)$$

Penaksiran parameter proses yang tak bias untuk  $\mu$  dan  $\sigma$  digunakan persamaan sebagai berikut (Montgomery, 2012):

$$\hat{\mu} = \bar{\bar{X}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{X}_i}{m} \quad (4)$$

$$\hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4} = \frac{(\sum_{i=1}^m S_i)/m}{c_4} \quad (5)$$

dengan konstanta faktor pengali ( $c_4$ ).

Pada umumnya, dua diagram kendali dibentuk untuk memonitor pergeseran rata-rata dan variabilitas proses, diagram kendali pertama digunakan untuk memonitor pergeseran rata-rata proses dan diagram kendali kedua digunakan untuk memonitor pergeseran variabilitas proses. Namun, hal tersebut kurang praktis sehingga Chen dan Cheng (1998)

mengusulkan diagram kendali *maximum* yang dapat memonitor pergeseran rata-rata dan/atau variabilitas proses sekaligus hanya dari satu diagram kendali. Menurut Chen dan Cheng (1998), diagram kendali *maximum* dibangun oleh dua statistik yaitu:

$$U_i = \frac{\bar{X}_i - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad (6)$$

$$V_i = \Phi^{-1} \left\{ H \left( \frac{(n-1)S_i^2}{\sigma^2}; n-1 \right) \right\} \quad (7)$$

di mana  $\bar{X}_i$  dan  $s_i^2$  dihitung dengan Persamaan (1) dan (2),  $\Phi^{-1}(z)$  merupakan *invers* dari fungsi distribusi kumulatif normal baku atau  $P(Z \leq z)$  untuk  $Z \sim N(0,1)$ , serta  $H(w; v)$  merupakan  $P(W \leq w|v)$  di mana  $W \sim \chi_v^2$  atau fungsi distribusi kumulatif  $\chi_v^2$  dengan derajat bebas  $v$ . Karena  $0 \leq H(w; v) \leq 1$ , maka pada Persamaan (5)  $V_i \sim N(0,1)$ . Oleh karena itu  $U_i$  dan  $V_i$  keduanya berdistribusi  $N(0,1)$ .

Dalam memonitor pergeseran rata-rata dan variabilitas proses, statistik  $\bar{X}_i$  ditransformasi menjadi  $U_i$  dan statistik  $s_i$  menjadi  $V_i$ . Secara khusus kedua persamaan ini digabungkan menjadi:

$$G_i = \max\{|U_i|, |V_i|\} \quad (8)$$

Statistik  $G_i$  memiliki nilai besar apabila terjadi pergeseran rata-rata dan/atau variabilitas proses dan memiliki nilai yang kecil jika rata-rata dan/atau variabilitas proses terkendali. Untuk  $g \geq 0$  maka fungsi distribusi kumulatif statistik  $G_i$  adalah sebagai berikut (Xie, 1999):

$$\begin{aligned} F(g; n, a, b) &= P(G_i \leq g) \\ &= P(|U_i| \leq g, |V_i| \leq g) \\ &= P(|U_i| \leq g) \times P(|V_i| \leq g) \\ &= \left\{ \Phi \left( \frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) - \Phi \left( -\frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) \right\} \times \\ &\quad \left\{ H \left( \frac{\chi_{\Phi(g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) - H \left( \frac{\chi_{\Phi(-g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

Dari Persamaan (9) diperoleh fungsi densitas sebagai berikut:

$$\begin{aligned} f(g; n, a, b) &= \frac{d}{dg} \left[ \left\{ \Phi \left( \frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) - \Phi \left( -\frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) \right\} \times \left\{ H \left( \frac{\chi_{\Phi(g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) - H \left( \frac{\chi_{\Phi(-g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{b} \left[ \Phi \left( \frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) + \Phi \left( -\frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) \right] \times \left[ H \left( \frac{\chi_{\Phi(g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) - H \left( \frac{\chi_{\Phi(-g), n-1}^2}{b^2}; n-1 \right) \right] \\ &\quad + \frac{1}{b^2} \left[ \Phi \left( \frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) - \Phi \left( -\frac{g}{b} - \frac{a}{b} \sqrt{n} \right) \right] \times \left[ \frac{h_{n-1} \left( \frac{\chi_{\Phi(g), n-1}^2}{b^2} \right) \Phi(g)}{h_{n-1} \left( \chi_{\Phi(g), n-1}^2 \right)} + \frac{h_{n-1} \left( \frac{\chi_{\Phi(-g), n-1}^2}{b^2} \right) \Phi(-g)}{h_{n-1} \left( \chi_{\Phi(-g), n-1}^2 \right)} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Fungsi densitas peluang peubah acak  $G_i$  sangat kompleks. Untuk mendapatkan nilai harapan dan ragamnya, Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. (2023) menggunakan komputasi numerik dan diperoleh sebagai berikut:

$$E(G_i) = \int_0^\infty g f(g) dg = \frac{2}{\sqrt{\pi}} = 1,128379 \quad (11)$$

$$V(G_i) = \int_0^\infty g^2 f(g)dg = 1 - \frac{2}{\pi} = 0,363380 \quad (12)$$

Prinsip kerja diagram kendali TEWMA-Max menggunakan tiga kali pembobotan yang berkaitan dengan pembobotan sebelumnya yaitu diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (EWMA-Max) yang diusulkan untuk meningkatkan sensitivitas pada diagram kendali *maximum* dengan satu kali pembobotan. Diagram kendali EWMA digabungkan dengan diagram kendali *maximum* menjadi diagram kendali EWMA-Max dengan persamaan sebagai berikut (Xie, 1999):

$$Y_{i(1)} = \lambda G_i + (1 - \lambda)Y_{(i-1)(1)} \quad (13)$$

Keterangan:

$$Y_{0(1)} = 1,128379$$

$Y_{i(1)}$  = *Weighted average* pengamatan sub grup ke- $i$  untuk EWMA-Max

$\lambda$  = Nilai pembobot yang bernilai  $0 < \lambda \leq 1$ , nilai  $\lambda$  yang kecil lebih sensitif untuk mendeteksi pergeseran proses (Mahmoud & Woodall, 2010).

Selanjutnya untuk pembobotan kedua yaitu diagram kendali *Double Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (DEWMA-Max). Diagram kendali DEWMA-Max merupakan gabungan dari diagram kendali DEWMA dan diagram kendali *Maximum*. Diagram kendali DEWMA mengungguli diagram kendali EWMA dengan dua kali pembobotan (Shamma & Shamma, 1992). Adapun statistik dari diagram kendali DEWMA-Max adalah sebagai berikut (Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. 2023):

$$Y_{i(2)} = \lambda Y_{i(1)} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)(2)} \quad (14)$$

Keterangan:

$$Y_{0(2)} = 1,128379$$

$Y_{i(2)}$  = *Weighted average* pengamatan sub grup ke- $i$  untuk DEWMA-Max

Untuk mengungguli kedua diagram kendali sebelumnya, Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. mengusulkan diagram kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (TEWMA-Max) dengan dasar diagram kendali TEWMA mengungguli diagram kendali EWMA dan DEWMA dengan tiga kali pembobotan serta dapat diaplikasikan pada data yang berdistribusi normal (Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C., 2020). Diagram kendali TEWMA-Max didefinisikan dengan persamaan:

$$Y_{i(3)} = \lambda Y_{i(2)} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)(3)} \quad (15)$$

Keterangan:

$$Y_{0(3)} = 1,128379$$

$Y_{i(3)}$  = *Weighted average* pengamatan sub grup ke- $i$  untuk TEWMA-Max

Dari Persamaan (15) diperoleh nilai harapan dan ragam adalah sebagai berikut :

$$E(Y_{i(3)}) = 1,128379 \quad (16)$$

$$V(Y_{i(3)}) = \left[ \frac{6(1-\lambda)^6\lambda}{(2-\lambda)^5} + \frac{12(1-\lambda)^4\lambda^2}{(2-\lambda)^4} + \frac{7(1-\lambda)^2\lambda^3}{(2-\lambda)^3} + \frac{\lambda^4}{(2-\lambda)^2} \right] + \left[ -\frac{\theta^3\lambda^6}{4} \left[ \frac{i(i^2-1)(i-2)\theta^{i-3}}{1-\theta} + \frac{4i(i^2-1)\theta^{i-2}}{(1-\theta)^2} + \frac{12i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^3} + \frac{24(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^4} + \frac{24\theta^{i+1}}{(1-\theta)^5} \right] - 2\theta^2\lambda^6 \left[ \frac{i(i^2-1)\theta^{i-2}}{1-\theta} + \frac{3i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)^2} + \frac{6(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^3} + \frac{6\theta^{i+1}}{(1-\theta)^4} \right] - \frac{7\theta\lambda^6}{2} \left[ \frac{i(i+1)\theta^{i-1}}{(1-\theta)} + \frac{2(i+1)\theta^i}{(1-\theta)^2} + \frac{2\theta^{i+1}}{(1-\theta)^3} \right] - \lambda^6 \left[ \frac{\theta^{i+1}}{(1-\theta)^2} + \frac{(i+1)\theta^i}{(1-\theta)} \right] \right] 0,363380 ; \theta = (1 - \lambda)^2 \quad (17)$$

Pada diagram kendali TEWMA-Max digunakan statistik  $M_{i(3)}$  untuk memantau

pergeseran rata-rata proses dan statistik  $N_{i(3)}$  untuk memantau pergeseran variabilitas proses pada setiap pengamatan ke- $i$ . Statistik  $M_{i(3)}$  dan  $N_{i(3)}$  didefinisikan dengan persamaan berikut:

$$M_{i(3)} = \lambda^3 |U_i| + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)(1)} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)(2)} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)(3)} \quad (18)$$

$$N_{i(3)} = \lambda^3 |V_i| + \lambda^2(1 - \lambda)Y_{(i-1)(1)} + \lambda(1 - \lambda)Y_{(i-1)(2)} + (1 - \lambda)Y_{(i-1)(3)} \quad (19)$$

Batas Kendali Atas (BKA) dari diagram kendali TEWMA-Max adalah sebagai berikut [1]:

$$BKA_{TM(i)} = E(Y_{i(3)}) + K_3 \sqrt{Var(Y_{i(3)})} \quad (20)$$

Diagram TEWMA-Max dapat mendeteksi pergeseran rata-rata dan variabilitas proses secara bersamaan, maka ketentuan untuk menganalisis rata-rata atau variabilitas yang mengalami pergeseran adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Label Pengamatan untuk Diagram Kendali TEWMA-Max

Kondisi	Terkendali	Tidak Terkendali		Label		
		Rata-rata Proses			Variabilitas Proses	
		Naik	Turun		Naik	Turun
$Y_{i(3)} \leq BKA_{TM(i)}$	✓				Tidak Ada	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i > 0$		✓			m+	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i < 0$			✓		m-	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; V_i > 0$				✓	v+	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; V_i < 0$				✓	v-	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i > 0; V_i > 0$		✓		✓	++	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i > 0; V_i < 0$		✓		✓	+-	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i < 0; V_i > 0$			✓	✓	-+	
$Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; M_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; N_{i(3)} > BKA_{TM(i)}; U_i < 0; V_i < 0$			✓	✓	--	

### 3. METODE PENELITIAN

Dalam penelitian ini data yang digunakan merupakan data sekunder mengenai kekuatan tarik benang dengan satuan centi Newton (cN) pada proses *spinning* benang *polyester* yang diperoleh dari suatu perusahaan. Data yang digunakan diambil selama 61 hari dari tanggal 1 November – 31 Desember 2023 di mana setiap harinya diambil 5 sampel. Nilai rata-rata target yang ditentukan oleh perusahaan ( $\mu$ ) sebesar 640 cN dengan simpangan baku ( $\sigma$ ) sebesar 27,328 cN. Adapun data penelitian terlampir pada Lampiran 1. Tahapan penelitiannya adalah sebagai berikut:

1. Melakukan uji normalitas dengan Persamaan (1).
2. Menghitung nilai rata-rata ( $\bar{X}_i$ ) dan simpangan baku ( $s_i$ ) dari setiap sub grup (hari) dengan Persamaan (2) dan (3).
3. Pilih kombinasi ( $\lambda, K_3$ ) berdasarkan ukuran sampel ( $n$ ) dan nilai  $ARL_0$  di Lampiran 2.
4. Hitung  $U_i, V_i, G_i, Y_{i(1)}, Y_{i(2)},$  dan  $Y_{i(3)}$  untuk setiap sub grup menggunakan Persamaan (6), (7), (8), (13), (14), dan (15) dengan nilai  $Y_{0(1)} = Y_{0(2)} = Y_{0(3)} = 1,128379$  sebagai nilai awal.
5. Hitung  $M_{i(3)}$  dan  $N_{i(3)}$  untuk setiap sub grup menggunakan Persamaan (18) dan (19).



6. Buat plot  $Y_{i(3)}$  terhadap  $i$  pada diagram kendali TEWMA-Max dengan  $BKA_{TM(i)}$  sebagai batas atas dari diagram kendali. Buat titik pada plot untuk setiap sub grup dan beri label jika  $Y_{i(3)} > BKA_{TM(i)}$  dengan keterangan seperti pada Tabel 2.
7. Membuat kesimpulan.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Asumsi data yang harus dipenuhi untuk membentuk diagram kendali TEWMA-Max yaitu data harus berdistribusi normal sehingga dilakukan uji normalitas dengan *Kolmogorov-Smirnov*. Berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* maka distribusi data kekuatan tarik benang adalah sebagai berikut :

Tabel 3. Hasil Uji Normalitas

$D$	$D_{0,05;305}$	$P\text{-Value}$	$\alpha$
0,043528	0,0773	0,1718	0,05

Karena nilai  $D < D_{0,05;305}$  dan  $P\text{-Value} > \alpha$  maka disimpulkan bahwa data kekuatan tarik benang pada proses *spinning* berdistribusi normal.

Dalam penelitian ini, diagram kendali fase I tidak dilakukan karena nilai target untuk  $\mu$  dan  $\sigma$  sudah ditentukan berdasarkan standar kualitas perusahaan. Di mana nilai target/batas kekuatan untuk tarikan benang  $\mu$  adalah sebesar 640 dan  $\sigma$  sebesar 27,328. Berdasarkan rekomendasi penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. (2023) untuk kombinasi  $(\lambda, K_3)$  ditentukan nilai parameter  $\lambda$  sebesar 0,2 dan nilai  $K_3$  sebesar 2,121. Selanjutnya dihitung setiap statistik yang diperlukan dalam metode ini dengan hasil sebagai berikut :

Tabel 4. Hasil Perhitungan Statistik  $\bar{X}_i, S_i, U_i, V_i, G_i, Y_{i(1)}, Y_{i(2)}, Y_{i(3)}, M_{i(3)}$  dan  $N_{i(3)}$

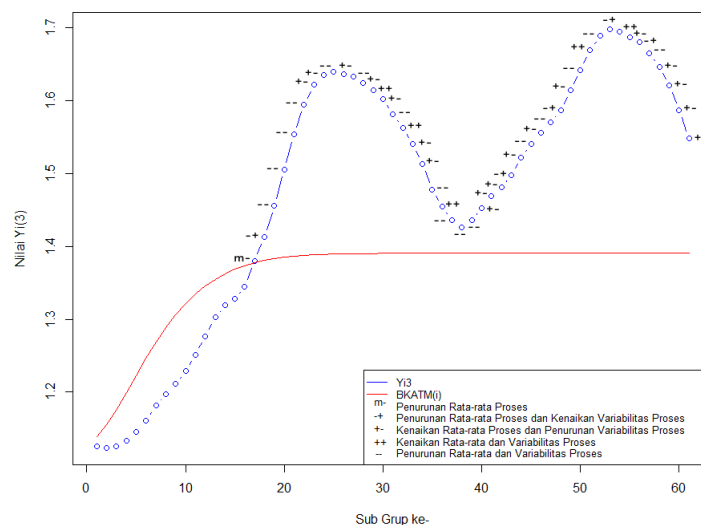
Subgrup ke-	$\bar{X}_i$	$S_i$	$U_i$	$V_i$	$G_i$	$Y_{i(1)}$	$Y_{i(2)}$	$Y_{i(3)}$	$M_{i(3)}$	$N_{i(3)}$
1	640	17,692	0,000	-0,824	0,824	1,067	1,116	1,126	1,119	1,126
2	648	13,928	0,655	-1,304	1,304	1,115	1,116	1,124	1,119	1,124
3	650,6	12,095	0,867	-1,560	1,560	1,204	1,133	1,126	1,120	1,126
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
59	644,6	18,229	0,376	-0,759	0,759	1,303	1,517	1,620	1,617	1,620
60	645,6	18,823	0,458	-0,689	0,689	1,180	1,450	1,586	1,584	1,586
61	654,6	28,263	1,195	0,333	1,195	1,183	1,396	1,548	1,548	1,541

Selanjutnya menentukan Batas Kendali Atas untuk diagram kendali TEWMA-Max ( $BKA_{TM(i)}$ ) dan penentuan label untuk setiap sub grup dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 5. Hasil Perhitungan  $BKA_{TM(i)}$  dan Label

Sub grup ke-	$BKA_{TM(i)}$	Keterangan	Label
1	1,139	Terkendali	Tidak Ada
2	1,155	Terkendali	Tidak Ada
3	1,176	Terkendali	Tidak Ada
⋮	⋮	⋮	⋮
59	1,390	Tidak Terkendali	+-
60	1,390	Tidak Terkendali	+-
61	1,390	Tidak Terkendali	++

Adapun plot yang dibentuk adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Diagram Kendali TEWMA-Max pada Proses *Spinning* Benang

Berdasarkan Gambar 2. dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan diagram kendali *Triple Exponentially Weighted Moving Average Maximum* (TEWMA-Max) dan nilai parameter  $\lambda$  sebesar 0,2 proses *spinning* benang tidak terkendali. Dari 61 sub grup, terdapat 16 yang terkendali (*in control*) dan 45 lainnya tidak terkendali (*out of control*). Sub grup ke-17 tidak terkendali karena terjadi penurunan rata-rata proses yang ditandai dengan label “m-”. Sub grup ke-18, 43, 48, 53, dan 56 tidak terkendali karena terjadi penurunan rata-rata proses dan kenaikan variabilitas proses yang ditandai dengan label “-+”. Sub grup ke-19, 20, 21, 22, 25, 27, 31, 35, 37, 38, 39, 45, 47, 50, 52, dan 57 tidak terkendali karena terjadi penurunan rata-rata dan variabilitas proses yang ditandai dengan label “--”. Sub grup ke-23, 24, 26, 28, 30, 33, 34, 40, 41, 42, 44, 46, 49, 55, 58, 59, dan 60 tidak terkendali karena terjadi kenaikan rata-rata proses dan penurunan variabilitas proses yang ditandai dengan label “+-”. Sub grup ke-29, 32, 36, 51, 54, dan 61 tidak terkendali karena terjadi kenaikan rata-rata dan variabilitas proses yang ditandai dengan label “++”. Jika dibandingkan rata-rata dan variasi antara kelompok terkendali dan tidak terkendali, sub grup terkendali memiliki nilai yang lebih kecil daripada sub grup tidak terkendali dengan rata-rata sebesar 636,08 dan variasi sebesar 7,33. Rata-rata untuk sub grup tidak terkendali sebesar 640,01 dan variasi sebesar 8,24.

Dalam penafsirannya, pergeseran yang terjadi dalam diagram kendali ini tidak selalu mengarah ke pergeseran proses yang buruk. Berikut adalah interpretasi pergeseran proses jika diterapkan dalam kekuatan tarik benang pada proses *spinning* benang:

1. Peningkatan rata-rata proses : Kekuatan benang menjadi lebih kuat dan kualitas menjadi lebih baik.
2. Penurunan rata-rata proses : Kekuatan benang menjadi lemah dan kualitas menjadi kurang bagus.
3. Peningkatan variabilitas proses : Benang yang dihasilkan menunjukkan keadaan yang tidak konsisten, di mana ada benang yang sangat kuat benang yang kurang kuat.
4. Penurunan variabilitas proses : Benang yang dihasilkan menunjukkan keadaan konsisten dengan rentang kekuatan benang yang tidak terlalu jauh.

## 5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat disimpulkan bahwa proses *spinning* benang memiliki nilai standar sebesar 640 cN dengan standar deviasi sebesar 27,328. Berdasarkan pengujian *Kolmogorov-Smirnov*, data yang diperoleh selama 61 hari dan diambil 5 sampel



setiap harinya memiliki distribusi yang normal sehingga dapat diterapkan pada diagram kendali TEWMA-Max. Dengan menggunakan nilai parameter  $\lambda$  sebesar 0,2 dan nilai  $ARL_0$  sebesar 370, proses *spinning* menunjukkan kondisi yang tidak terkendali baik dalam rata-rata proses maupun variabilitas proses. Pengendalian TEWMA-Max sangat bergantung pada pemilihan nilai  $\lambda$  yang berfungsi sebagai pembobot yang mengatur responsivitas pengendali terhadap perubahan proses, penyesuaian nilai  $\lambda$  dapat memberikan hasil yang lebih baik, mengarah pada pengendalian yang lebih stabil dan responsif sehingga dapat dilakukan uji coba dengan berbagai nilai  $\lambda$  dapat membantu mencari nilai yang optimal sesuai dengan karakteristik data.

## DAFTAR PUSTAKA

- Alevizakos, V., Chatterjee, K., & Koukouvinos, C. (2020). The Triple Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Quality Technology and Quantitative Management*, 18(3), 326–354. <https://doi.org/10.1080/16843703.2020.1809063>
- Bintang, H. S., & Khairunnisa, H. (2019). Perbandingan Kualitas Benang Mesin Ring Spinning Toyoda RY No 43 Menggunakan Spindle Tape Baru dan Bekas. *Jurnal Tekstil (JUTE)*, 2(1), 1–6. <https://jute.ak-tekstilsolo.ac.id/index.php/jurnal/article/download/79/52/463>
- Chatterjee, K., Koukouvinos, C., & Lappa, A. (2023). A Joint Monitoring of The Process Mean and Variance with a TEWMA-Max Control Chart. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 52(22), 8069–8095. <https://doi.org/10.1080/03610926.2022.2056748>
- Cheng, S. W., & Chen, G. (1998). Max chart: Combining X-Bar chart and S chart. *Statistica Sinica*, 8, 263–271. <https://www.researchgate.net/publication/238585550>
- Darmanto, Astutik, S., & Irsandy, D. (2022). *Statistika Pengendalian Mutu* (1st ed.). UB Press.
- Elmas, M. S. H. (2017). Pengendalian Kualitas dengan menggunakan Metode Statistical Quality Control (SQC) untuk Meminimumkan Produk Gagal pada Toko Roti Braokah Bakery. *Jurnal Penelitian Ilmu Ekonomi WIGA*, 7, 15–22.
- Istinharoh. (2013). *Pengantar Ilmu Tekstil 1*. Direktorat Pembinaan Sekolah Menengah Kejuruan.
- Lawson, J. (2021). *An Introduction to Acceptance Sampling SPC with R*. CRC Press.
- Mahmoud, M. A., & Woodall, W. H. (2010). An Evaluation of the Double Exponentially Weighted Moving Average Control Chart. *Communications in Statistics: Simulation and Computation*, 39(5), 933–949. <https://doi.org/10.1080/03610911003663907>
- Montgomery, D. C. (2012). *Introduction to Statistical Quality Control* (7th ed.). Wiley.
- Mutakin, A. A., & Rifai, N. A. K. (2023). Diagram Kendali Decision On Belief (DOB) dan Diagram Kendali Progressive Mean (PM) dalam Pengendalian Kualitas Produksi Kayu Lapis di PT. XYZ. *Bandung Conference Series: Statistics*, 3(2), 176–183. <https://doi.org/10.29313/bcss.v3i2.7791>
- Nuryadi, Astuti, T. D., Utami, E. S., & Budiantara, M. (2017). *Dasar-dasar Statistik Penelitian* (1st ed.). SIBUKU MEDIA. [www.sibuku.com](http://www.sibuku.com)

- Shamma, S. E., & Shamma, A. K. (1992). Development and Evaluation of Control Charts Using Double Exponentially Weighted Moving Averages. *International Journal of Quality & Reliability Management*, 9(6), 18–25.
- Xie, H. (1999). *Contributions to Qualimetry*. University of Manitoba.
- Yuliyanti, S. T., & Suliadi. (2024). Diagram Kendali Nonparametrik Sintetis Exponentially Weighted Moving Average dalam Memantau Rata-Rata Proses dan Penerapannya pada Data Pengukuran Core 4st PT. ABCD. *Bandung Conference Series: Statistics*, 4(1), 174–180. <https://doi.org/10.29313/bcss.v4i1.11049>

## LAMPIRAN

### Lampiran 1. Data Penelitian

Hari ke-	Pengambilan Sampel ke-					Hari ke-	Pengambilan Sampel ke-				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	644	625	621	665	645	32	659	669	634	664	710
2	661	629	659	638	653	33	630	650	628	653	673
3	672	645	645	643	648	34	636	655	626	633	668
4	624	619	645	623	616	35	660	631	610	631	657
5	634	640	632	616	608	36	656	689	653	654	733
6	681	660	684	642	615	37	631	649	622	602	636
7	608	605	624	611	633	38	627	619	597	642	599
8	672	637	662	619	642	39	597	592	578	591	636
9	616	608	645	636	613	40	636	643	663	637	670
10	662	639	643	644	646	41	628	636	637	634	667
11	629	634	607	628	622	42	630	663	672	655	655
12	701	659	676	650	610	43	600	594	589	608	654
13	648	615	640	627	635	44	688	651	670	648	681
14	643	650	646	643	600	45	633	615	644	606	657
15	687	641	661	643	634	46	638	632	655	640	657
16	621	628	631	630	624	47	640	612	628	617	629
17	584	595	635	600	593	48	584	611	665	566	638
18	645	599	663	643	618	49	651	663	655	653	658
19	624	631	622	626	623	50	629	618	615	629	648
20	646	639	650	629	633	51	621	608	622	716	637
21	634	645	621	618	619	52	630	626	615	639	651
22	634	657	643	625	624	53	616	641	595	625	675
23	666	662	676	621	637	54	636	638	637	654	705
24	671	625	675	648	636	55	683	676	630	666	662
25	618	635	608	630	625	56	634	599	586	608	658
26	650	655	655	636	621	57	645	621	629	628	671
27	602	638	596	626	614	58	657	636	683	647	671
28	657	638	657	655	619	59	654	622	645	633	669
29	691	655	647	627	691	60	654	620	639	644	671
30	669	670	655	628	654	61	632	634	654	702	651
31	667	627	624	619	656						

Lampiran 2. Nilai Kombinasi ( $\lambda, K_3$ ) berdasarkan ukuran sampel ( $n$ ) dan nilai  $ARL_0$

$n$	3				5				7				9			
	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500	185	250	370	500
$ARL_0$	$K_3$															
$\lambda$																
0.05	0.926	1.095	1.319	1.482	0.935	1.110	1.323	1.484	0.915	1.094	1.323	1.492	0.937	1.106	1.328	1.496
0.10	1.326	1.493	1.701	1.867	1.327	1.497	1.712	1.874	1.315	1.486	1.711	1.871	1.327	1.496	1.713	1.881
0.20	1.744	1.911	2.113	2.259	1.752	1.914	2.121	2.271	1.736	1.908	2.121	2.274	1.752	1.914	2.108	2.264
0.25	1.887	2.046	2.252	4.402	1.897	2.057	2.256	2.401	1.881	2.050	2.259	2.409	1.895	2.055	2.255	2.405
0.30	2.010	2.169	2.372	2.520	2.019	2.172	2.378	2.522	2.005	2.172	2.378	2.526	2.020	2.180	2.376	2.522
0.40	2.228	2.384	2.575	2.720	2.232	2.384	2.577	2.723	2.221	2.380	2.573	2.728	2.235	2.390	2.582	2.721
0.50	2.415	2.560	2.745	2.892	2.410	2.563	2.755	2.895	2.405	2.553	2.755	2.899	2.417	2.564	2.755	2.898
0.60	2.580	2.726	2.915	3.050	2.580	2.728	2.919	3.060	2.575	2.728	2.917	3.064	2.582	2.735	2.922	3.063
0.70	2.740	2.887	3.073	3.213	2.748	2.895	3.080	3.218	2.745	2.895	3.084	3.230	2.750	2.900	3.089	3.221
0.75	2.825	2.966	3.155	3.295	2.827	2.975	3.160	3.300	2.827	2.973	3.166	3.303	2.830	2.983	3.167	3.301
0.80	2.905	3.051	3.236	3.373	2.905	3.053	3.240	3.378	2.909	3.054	3.242	3.380	2.907	3.060	3.245	3.384
0.90	3.037	3.187	3.373	3.518	3.035	3.187	3.374	3.513	3.038	3.187	3.379	3.521	3.046	3.193	3.382	3.524
1.00	3.103	3.249	3.440	3.579	3.092	3.244	3.435	3.582	3.099	3.250	3.441	3.584	3.102	3.252	3.448	3.585

Sumber : Chatterjee, K., Koukouvinos, C. dan Lappa, A. 2023