

OPTIMASI PORTOFOLIO *MEAN-VARIANCE* DENGAN ANALISIS KLASTER *FUZZY C-MEANS*

La Gubu^{1*}, Edi Cahyono², Arman³, Herdi Budiman⁴, Muh. Kabil Djafar⁵

^{1,2,3,4,5}Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Halu Oleo

*e-mail: la.gubu@uho.ac.id

DOI: 10.14710/J.GAUSS.12.4.593-604

Article Info:

Received: 2023-09-28

Accepted: 2024-07-10

Available Online: 2024-07-14

Keywords:

Clustering; Fuzzy C-Means; risk; return; portfolio; Sharpe ratio.

Abstract: Many studies have been carried out to solve and develop the Markowitz portfolio model. This was done to correct existing models in response to the changes in financial market dynamics and the needs of capital market practitioners. In this study, we provide Mean-Variance (MV) portfolio selection via cluster analysis. Fuzzy C-Means clustering is used to separate stocks into different categories. As a comparison, stocks categories were also carried out using K-Mean clustering. Based on the Sharpe ratio, a stock from each cluster is chosen as a cluster representative. The stocks chosen for each cluster have the greatest Sharpe ratio. The MV portfolio model is used to determine the best portfolio. For the empirical analysis, we examined the fundamental data and the daily return data of stocks that were included in the LQ-45 index from August 2022 to January 2023. The fundamental data of stocks are used to form clusters and the daily return of stocks are used to construct the best portfolio. The results of this study reveal that, for all given risk aversion values, portfolio performance created by Fuzzy C-Means clustering outperformed portfolio performance produced by K-Means clustering.

1. PENDAHULUAN

Prinsip dasar dalam pembentukan model portofolio *mean-variance* adalah memanfaatkan ukuran-ukuran statistik dari data historis *return*, dalam hal ini adalah *mean* dan variansi-kovariansi. Pada tahun 1952, Markowitz mengusulkan model portofolio yang menggunakan *mean* dan variansi dari *return* aset untuk mengekspresikan *trade-off* antara *return* dan risiko portofolio (Elton dan Gruber, 2014). Model ini dinyatakan sebagai masalah optimisasi dengan dua tujuan yang saling bertentangan. Artinya, keuntungan (*return*) yang diharapkan dari portofolio perlu dimaksimalkan, di sisi lain, risiko portofolio yang diwakili oleh variansi *return* dari aset yang berbeda, perlu diminimalkan.

Telah banyak studi dilakukan untuk membuat penyelesaian dan pengembangan model portofolio Markowitz. Penyelesaian dan pengembangan model tersebut dilakukan untuk mengoreksi model yang ada sebagai respons terhadap perubahan dinamika pasar keuangan dan kebutuhan praktisi pasar modal (Gubu, dkk., 2019). Salah satu yang menjadi fokus penelitian dalam pemilihan portofolio adalah efisiensi waktu pemilihan portofolio optimum. Hal ini dapat dimaklumi karena semakin besar jumlah sekuritas yang terlibat dalam pembentukan portofolio maka semakin banyak kemungkinan portofolio yang dapat dibentuk. Besarnya jumlah sekuritas yang terlibat dalam pemilihan portofolio dapat diatasi dengan mengelompokkan data saham dengan menggunakan analisis kluster (Long, dkk., 2014). Analisis kluster (*cluster analysis*) adalah suatu analisis statistik multivariat yang bertujuan mengelompokkan objek-objek menjadi beberapa kelompok yang memiliki karakteristik sama/berbeda antar kelompok yang satu dengan kelompok yang lain. Objek-objek dalam sebuah kluster akan memiliki keterkaitan yang lebih erat jika dibandingkan dengan objek-objek dalam kluster lainnya (Jain dan Dubes, 1988).

Dalam beberapa tahun terakhir, banyak penelitian tentang pemilihan portofolio yang telah menggunakan analisis kluster. Tola, dkk. (2008) mengusulkan model optimasi portofolio berdasarkan dua teknik pengklusteran yaitu *average linkage* dan *single linkage*. Hasil eksperimen menunjukkan bahwa penggunaan algoritma pengklusteran dapat meningkatkan keandalan portofolio dalam konteks rasio antara *predicted* and *relized risk*.

Penggunaan analisis kluster dan model portofolio Markowitz dalam pembentukan portofolio juga telah dilakukan oleh Nanda, dkk. (2010). Mereka menggunakan analisis kluster *K-Means*, *Fuzzy C-Means*, dan *Self Organizing Maps (SOM)* untuk memisahkan saham-saham ke dalam kelompok-kelompok yang berbeda. Portofolio dibangun dengan memilih saham dari kluster-kluster yang telah terbentuk. Saham yang dipilih pada suatu kluster adalah saham yang memiliki *performance* terbaik dalam kluster tersebut. Portofolio yang dibangun adalah meminimalkan risiko dan membandingkan *return* portofolio dengan *benchmark index*, yaitu Sensex.

Pembentukan portofolio yang melibatkan penggunaan analisis kluster juga telah dilakukan oleh Long, dkk. (2014). Mereka membangun portofolio berdasarkan algoritma pengklusteran *Fuzzy C-Means* dan *Multi Objective Genetic Algorithm (MOGA)*. Pada pendekatan ini, saham-saham dikelompokkan menjadi k kluster, kemudian memilih m saham yang merupakan perwakilan dari setiap kluster dan menggunakan saham-saham tersebut untuk menyusun portofolio efisien dengan menggunakan MOGA. Hasil penelitian menunjukkan bahwa metode yang diusulkan sangat efisien dalam membangun portofolio optimum.

Dari *literatur review*, dapat disimpulkan bahwa untuk efisiensi waktu dan jumlah sekuritas, dalam penentuan portofolio optimum, ada tiga tahap yang harus dilakukan. Tahap pertama adalah mengelompokkan saham-saham ke dalam kluster-kluster yang berbeda. Tahap kedua adalah memilih saham-saham yang akan menyusun portofolio optimum. Tahap ketiga adalah menghitung bobot setiap saham penyusun portofolio optimum. Sebagai kontribusi kami pada penelitian ini adalah, pada tahap ke tiga kami menggunakan saham-saham representasi kluster dengan analisis kluster *Fuzzy C-Means* untuk membentuk portofolio optimum dengan menggunakan model portofolio Mean-Variance. Sebagai pembandingan dibentuk pula portofolio dengan menggunakan analisis kluster *K-Means* dan membandingkan kinerja masing-masing portofolio optimum yang diperoleh.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Dalam dunia keuangan, istilah *return* merupakan sesuatu yang sangat penting karena dapat digunakan untuk mengenali keadaan harga yang sesungguhnya (Sukono, 2011). Pertama, bagi pelaku ekonomi (*investor*), *return* merupakan gambaran secara real fluktuasi harga. Kedua, bagi praktisi, *return* secara teoritis dan empiris dapat digunakan untuk menggambarkan perilaku statistik, misalnya stasioneritas dan kejadian-kejadian yang berhubungan dengan fluktuasi dan perubahan harga.

Misalkan p_{it} menyatakan harga aset ke- i pada waktu t dan diasumsikan tidak ada pembagian laba (*dividen*). *Return* aset ke- i untuk satu periode, yaitu dari waktu $t - 1$ sampai dengan t adalah:

$$r_{it} = \frac{p_{it} - p_{i(t-1)}}{p_{i(t-1)}} = \frac{p_{it}}{p_{i(t-1)}} - 1 \quad (1)$$

Nilai harapan *return* aset ke- i adalah

$$r_i = E[r_{it}] = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n r_{it} \quad (2)$$

dengan n adalah periode waktu.

Misalkan investor ingin menanamkan modalnya dalam m aset, $return$ r_i adalah $return$ aset ke- i , dengan $i = 1, \dots, m$. Kemudian, $\mathbf{r}' = (r_1, \dots, r_m)$ menunjukkan $return$ setiap aset dalam portofolio. Nilai harapan dari \mathbf{r} adalah:

$$E(\mathbf{r}) = \begin{bmatrix} E(r_1) \\ \vdots \\ E(r_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_m \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu} \quad (3)$$

dan matriks kovariansinya adalah

$$\begin{aligned} \Sigma &= E[(\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{r} - \boldsymbol{\mu})'] \\ &= E \left(\begin{bmatrix} (r_1 - \mu_1) \\ \vdots \\ (r_m - \mu_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (r_1 - \mu_1) & \dots & (r_m - \mu_m) \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} E(r_1 - \mu_1)^2 & E(r_1 - \mu_1)(r_2 - \mu_2) & \dots & E(r_1 - \mu_1)(r_m - \mu_m) \\ E(r_2 - \mu_2)(r_1 - \mu_1) & E(r_2 - \mu_2)^2 & \dots & E(r_2 - \mu_2)(r_m - \mu_m) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E(r_m - \mu_m)(r_1 - \mu_1) & E(r_m - \mu_m)(r_2 - \mu_2) & \dots & E(r_m - \mu_m)^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1m} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1} & \sigma_{m2} & \dots & \sigma_{mm} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$

$Return$ portofolio adalah rata - rata terbobot dari $return$ setiap dalam portofolio tersebut yaitu

$$R_p = w_1 r_1 + \dots + w_m r_m = \mathbf{w}' \mathbf{r} \quad (5)$$

dengan w_i menyatakan proporsi (bobot) modal yang diinvestasikan pada aset ke- i dan \mathbf{w} adalah vektor bobot yang dirumuskan berikut ini:

$$\mathbf{w}' = (w_1, \dots, w_m) \quad (6)$$

Dalam melakukan investasi pada aset finansial para $investor$ diasumsikan menanamkan seluruh modalnya dalam m aset, sehingga $\sum_{i=1}^m w_i = 1$. Selain itu, $investor$ juga dihadapkan pada unsur ketidakpastian, oleh karena itu $investor$ hanya dapat menduga besarnya $return$ yang diharapkan ($expected$ $return$) dan besarnya kemungkinan $return$ sesungguhnya nanti akan menyimpang dari $return$ yang diharapkan (risiko). $Return$ yang diharapkan dari suatu portofolio adalah nilai harapan dari $return$ portofolio yaitu:

$$\mu_p = E(R_p) = E(\mathbf{w}' \mathbf{r}) = \mathbf{w}' \boldsymbol{\mu} = \sum_{i=1}^m w_i \mu_i \quad (7)$$

Sedangkan variansi portofolio yang terbentuk adalah:

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= Var(R_p) = Var(\mathbf{w}' \mathbf{r}) \\ &= \mathbf{w}' \Sigma \mathbf{w} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m w_i w_j \sigma_{ij} \end{aligned} \quad (8)$$

dengan σ_{ij} adalah kovariansi aset i dengan aset j .

Landasan utama dari model portofolio Markowitz adalah pendekatan $mean$ dan $variance$, di mana $mean$ digunakan untuk mengukur tingkat $expected$ $return$ dan variansi digunakan untuk mengukur tingkat risiko. Oleh karena itu, teori Portofolio Markowitz ini disebut juga sebagai model $mean-variance$ (MV). Model ini berupaya membuat $expected$ $return$ semaksimal mungkin dan risiko ($variance$) seminimum mungkin untuk membangun portofolio optimal.

Secara matematis, formulasi portofolio $mean-variance$ disajikan sebagai masalah optimasi berikut (Supandi, 2017):

$$\max_{\mathbf{w}} \mathbf{w}' \boldsymbol{\mu} - \frac{\gamma}{2} \mathbf{w}' \Sigma \mathbf{w} \quad (9)$$

dengan kendala

$$\mathbf{w}'\mathbf{e} = 1 \quad (10)$$

di mana \mathbf{w} adalah bobot portofolio, $\boldsymbol{\mu}$ menyatakan vektor *mean*, Σ merupakan matriks kovariansi, \mathbf{e} ialah matriks kolom dengan semua entrinya 1, dan $\gamma \geq 0$ merupakan parameter *risk aversion* yaitu ukuran relatif penghindaran terhadap risiko. Penyelesaian masalah (9) dengan kendala (10) adalah:

$$\mathbf{w}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma) = \frac{1}{\gamma} (\Sigma^{-1} - \Sigma^{-1}\mathbf{e}(\mathbf{e}'\Sigma^{-1}\mathbf{e})^{-1}\mathbf{e}'\Sigma^{-1})\boldsymbol{\mu} + \Sigma^{-1}\mathbf{e}(\mathbf{e}'\Sigma^{-1}\mathbf{e})^{-1} \quad (11)$$

Persamaan (11) menunjukkan bahwa penyelesaian portofolio optimal (\mathbf{w}) tergantung pada dua input, yaitu $\boldsymbol{\mu}$ dan Σ .

Sebagaimana diketahui bahwa jumlah saham yang tersedia di pasar modal cukup besar, sehingga sangat sulit untuk menentukan proporsi investasi setiap saham. Oleh karena itu, perlu untuk menggunakan teknik *data mining* untuk menangani hal ini. Salah satu teknik *data mining* yang dapat digunakan adalah analisis kluster. Analisis kluster merupakan suatu analisis statistik yang bertujuan untuk mengelompokkan benda-benda atau objek-objek menjadi beberapa kelompok berdasarkan karakteristik yang dimilikinya. Dalam analisis ini masing-masing kelompok bersifat homogen atau variasi objek dalam kelompok yang terbentuk sekecil mungkin. Objek-objek dalam sebuah kluster akan memiliki keterkaitan yang lebih erat jika dibandingkan dengan objek-objek dalam kluster lainnya.

Ada banyak teknik klustering dalam literatur. Analisis kluster yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis kluster *Fuzzy C-Means*. Sebagai pembandingan akan digunakan pula analisis kluster *K-Means*.

Analisis kluster *K-Means* mempartisi n objek menjadi k kelompok atau kluster. Nilai k telah ditentukan sebelumnya di mana $k < n$. Setiap kluster mempunyai *mean* (rata-rata) dari objek-objek yang ada di dalam sebuah kluster yang dinamakan *centroid* (pusat kluster). Pengalokasian objek ke dalam suatu kluster berdasarkan jarak antara objek dengan *mean* kluster yang terdekat. Metode kluster *k-means* berawal dari penentuan nilai k yang diinginkan, kemudian membangkitkan k *centroid* (*mean*) kluster awal yang dipilih secara acak. Selanjutnya objek-objek dialokasikan ke dalam kluster dengan *centroid* terdekat di mana dalam kluster baru yang terbentuk dihitung *centroid* yang baru secara iteratif. Menurut Jain dan Dubes (1988), analisis kluster dengan *K-Means* dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Tetapkan k jumlah kluster yang diinginkan.
2. Inisialisasi k *centroid* awal (c_1, \dots, c_k) secara random.
3. Hitung jarak antara setiap objek (x_j) dengan setiap *centroid* (c_i).
4. Kelompokkan objek berdasarkan jarak terdekat dengan *centroid* (c_i).
5. Hitung titik *centroid* baru yakni *mean* tiap kluster yang telah terbentuk.
6. Apabila *centroid* berubah, kembali ke langkah 3. Iterasi terus dilakukan sampai *centroid* tidak berubah atau sampai objek-objek tidak berpindah kluster lagi. Diperoleh *centroid* akhir (c_1, \dots, c_k) di mana setiap objek telah dikelompokkan ke dalam k kluster berdasarkan jarak terdekat dengan *centroid* tiap kluster.

Analisis kluster *Fuzzy C-Means* merupakan salah satu teknik pengklasteran data dimana keanggotaan tiap-tiap titik data pada suatu kluster ditentukan oleh derajat keanggotaan (Bezdek, 1981). James Bezdek memperkenalkan teknik pengklasteran ini pertama kali pada tahun 1981.

Dalam pengklasteran dengan menggunakan *Fuzzy C-Means*, yang dilakukan pertama sekali adalah menetapkan pusat kluster, yang akan menunjukkan lokasi rata-rata untuk setiap

klaster. Pada keadaan awal, pusat klaster ini masih belum akurat. Setiap titik data mempunyai derajat keanggotaan pada setiap klaster. Cara memperbaharui pusat klaster dan derajat keanggotaan setiap titik data dikerjakan secara berulang, maka akan dapat diamati bahwa pusat klaster akan bergerak menuju lokasi yang tepat. Pengulangan ini didasarkan pada minimisasi fungsi tujuan yang menunjukkan jarak dari titik data yang diberikan ke pusat klaster yang terbobot oleh derajat keanggotaan titik data tersebut. *Output* dari *Fuzzy C-Means* merupakan himpunan pusat klaster dan beberapa derajat keanggotaan untuk setiap titik data.

Secara lebih terperinci Bezdek (1981) menguraikan tahapan analisis klaster *Fuzzy C-Means* sebagai berikut:

1. Masukkan data yang akan diklaster X berupa matriks orde $n \times m$, n adalah jumlah sampel data dan m adalah jumlah atribut setiap data.
2. Tentukan input-input yang diperlukan pada perhitungan *Fuzzy C-Means*, yaitu:
 - Jumlah klaster (c)
 - Pangkat (w) nilai eksponen.
 - Iterasi maksimum (MaxIter).
 - *Error* terkecil (ξ), yaitu batasan nilai yang membuat perulangan akan berakhir.
 - Fungsi tujuan awal ($P_0 = 0$) ialah suatu fungsi yang akan dioptimumkan
 - Iterasi awal ($t = 1$).
3. Membangkitkan bilangan *random* μ_{ik} , $i = 1, \dots, n$; $k = 1, \dots, c$; sebagai elemen-elemen matriks partisi awal U . Hitung jumlah setiap kolom:

$$Q_i = \sum_{k=1}^c \mu_{ik} \quad (12)$$

Q_i adalah jumlah setiap kolom dari nilai *random* sebuah matriks.

4. Hitung pusat klaster ke- k , V_{kj} , dengan $k = 1, \dots, c$ dan $j = 1, \dots, m$

$$V_{kj} = \frac{\sum_{i=1}^n ((\mu_{ik})^w X_{ij})}{\sum_{i=1}^n (\mu_{ik})^w} \quad (13)$$

5. Menghitung fungsi tujuan pada iterasi ke- t , P_t

$$P_t = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^c \left(\left[\sum_{j=1}^m (X_{ij} - V_{kj})^2 \right] (\mu_{ik})^w \right) \quad (14)$$

6. Hitung perubahan matriks partisi.

$$\mu_{ik(t)} = \frac{\left[\sum_{j=1}^m (X_{ij} - V_{kj})^2 \right]^{-\frac{1}{w-1}}}{\sum_{k=1}^c \left[\sum_{j=1}^m (X_{ij} - V_{kj})^2 \right]^{-\frac{1}{w-1}}} \quad (15)$$

7. Cek syarat berhenti

- Jika $|P_t - P_{t-1}| < \xi$ atau $t > \text{MaxIter}$ maka berhenti;
- Jika tidak, $t = t + 1$, ulangi langkah 4.

Setelah saham-saham dikelompokkan dalam bentuk klaster-klaster, langkah selanjutnya yang dilakukan adalah melakukan evaluasi terhadap kinerja setiap saham dalam masing-masing klaster dengan menggunakan rasio Sharpe (RS). Rasio Sharpe adalah ukuran dari *excess return* (atau *risk premium*) perunit risiko dalam saham. Rasio Sharpe digunakan untuk mengetahui seberapa baik *return* suatu aset dapat mengkompensasi investor atas risiko yang diambil. Perhitungan rasio Sharpe dilakukan dengan membandingkan selisih antara *return* saham (r) dan rata-rata *return* aset bebas risiko, *risk return free rate* (r_f) dengan deviasi standar *return* saham (σ) atau dapat ditulis sebagai berikut (Pav, 2022):

$$RS = \frac{r - r_f}{\sigma} \quad (16)$$

Semakin tinggi nilai rasio Sharpe suatu saham, maka semakin baik kinerja saham tersebut. Selain untuk mengukur kinerja saham, nilai rasio Sharpe juga dapat digunakan untuk mengukur kinerja portofolio dengan mengganti *return* saham r dengan *return* portofolio r_p dan deviasi standar saham (σ) dengan risiko portofolio (σ_p).

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan tiga macam data. Data pertama adalah data fundamental saham indeks LQ-45 tahun 2022 yang diperoleh melalui website <https://indopremier.com>. Ada 13 data fundamental untuk setiap saham yang diambil, yaitu:

1. *Share Out*.
2. *Market Capital*.
3. *Total Aset*.
4. *Total Equity*.
5. *Revenue*.
6. *Net Profit*.
7. EBITDA
8. EPS.
9. PER.
10. BVPS.
11. PBV.
12. ROA.
13. ROE.

Data tersebut digunakan untuk klasterisasi saham-saham LQ-45.

Data kedua adalah data *daily closing price* saham-saham LQ-45 periode Agustus 2022 – Januari 2023, diperoleh melalui website <https://finance.yahoo.com>. Data ini digunakan untuk penentuan bobot portofolio.

Data ketiga yang digunakan adalah data Bank Indonesia (BI) *rate* tahun 2022, diperoleh melalui website <https://www.bi.go.id>. Data BI *rate* ini digunakan sebagai *risk return free rate*.

Prosedur penelitian ini dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data fundamental saham-saham indeks LQ-45 tahun 2022 melalui website <https://indopremier.com>.
2. Mengumpulkan data *daily closing price* saham-saham indeks LQ-45 periode Agustus 2022 – Januari 2023 melalui website <https://finance.yahoo.com>.
3. Mengumpulkan data Bank Indonesia *rate* tahun 2022 melalui website <https://www.bi.go.id>.

Data BI *rate* ini digunakan sebagai *risk return free rate*. BI *rate* yang digunakan dalam penelitian adalah $r_f=0,0425$ (4,25%) pertahun yang merupakan rata-rata BI *rate* selama 12 bulan pada Tahun 2022.

4. Melakukan klasterisasi saham-saham LQ-45 dengan menggunakan analisis kluster *Fuzzy C-Means* dan *K-Means* berdasarkan data yang diperoleh pada langkah 1. Jumlah kluster dalam penelitian adalah sebanyak 6 kluster untuk masing-masing metode pengklasteran.
5. Menghitung *return*, risiko dan rasio Sharpe setiap saham berdasarkan data yang diperoleh pada langkah 2 dan langkah 3.

Return saham dihitung dengan menggunakan Persamaan (2), risiko saham direpresentasikan oleh standar deviasi *return* harian masing-masing saham, dan rasio Sharpe dihitung dengan menggunakan Persamaan (16).

6. Memilih saham representasi setiap kluster untuk kedua metode pengklasteran. Representasi kluster yang dipilih adalah saham dengan rasio Sharpe tertinggi dalam setiap kluster.
7. Menentukan matriks kovariansi saham-saham penyusun portofolio dengan kedua metode pengklasteran.
8. Menentukan *return* dan risiko portofolio.
9. Menentukan bobot portofolio yang terbentuk dengan menggunakan Persamaan (11).
10. Menentukan kinerja portofolio yang dikonstruksi dengan menggunakan kedua metode pengklasteran.
Kinerja kedua portofolio yang terbentuk diukur dengan menggunakan rasio Sharpe.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis kluster yang digunakan pada penelitian ini adalah analisis kluster *Fuzzy C-Means*. Sebagai pembandingan dilakukan pula analisis kluster dengan metode *K-Means*. Dengan mengaplikasikan *software* R 3.4.1, diperoleh bahwa dengan menggunakan analisis kluster *Fuzzy C-Means* dan *K-Means*, saham-saham LQ-45 terkelompokkan menjadi 6 kluster sebagaimana diberikan pada Tabel 1 dan Tabel 2.

Tabel 1. Pengklasteran Saham LQ-45 dengan Analisis Kluster *Fuzzy C-Means*

Kluster	Saham-saham Anggota Kluster dan Rasio Sharpenya							
1	ADRO	AMRT	ANTM	ARTO	ASII	BBCA	BBNI	
	-0,04109	0,12326	0,03363	-0,16728	-0,05222	0,05388	0,06000	
2	BBRI	BBTN	BFIN	BMRI	BRIS	BRPT	BUKA	
	0,01216	-0,03833	-0,00388	0,09566	-0,07767	-0,05806	0,00005	
3	CPIN	EMTK	ERAA	EXCL	GOTO	HMSF	HRUM	ICBP
	-0,01462	-0,14425	-0,07739	0,07849	-0,16032	0,01682	-0,03641	0,05471
4	INO	INDF	INDY	INKP	INTP	ITMG	JPFA	KLBF
	0,05118	-0,03806	-0,03989	0,02980	0,03167	-0,04329	-0,05796	0,10429
5	MDKA	MEDC	MIKA	MNCN	PGAS	PTBA	SMGR	TBIG
	0,04128	0,17017	0,05284	-0,20342	-0,03552	-0,09807	0,04907	-0,14914
6	TINS	TLKM	TOWR	TPIA	UNTR	UNVR	WIKA	
	-0,08420	-0,06384	-0,04500	-0,01254	-0,11844	0,00113	-0,11243	

Tabel 2. Pengklasteran Saham LQ-45 dengan Analisis Kluster *K-Means*

Kluster	Saham-saham Anggota Kluster dan Rasio Sharpenya							
1	BBTN	BFIN	BMRI	BRIS	BRPT	BUKA	CPIN	
	-0,03833	-0,00388	0,09566	-0,07767	-0,05806	0,00005	-0,01462	
2	ADRO	AMRT	ANTM	ARTO	ASII	BBCA	BBNI	BBRI
	-0,04109	0,12326	0,03363	-0,16728	-0,05222	0,05388	0,06000	0,01216
3	INCO	INDF	INDY	INKP	INTP	ITMG	JPFA	
	0,05118	-0,03806	-0,03989	0,02980	0,03167	-0,04329	-0,05796	
4	EMTK	ERAA	EXCL	GOTO	HMSF	HRUM	ICBP	
	-0,14425	-0,07739	0,07849	-0,16032	0,01682	-0,03641	0,05471	
5	TBIG	TINS	TLKM	TOWR	TPIA	UNTR	UNVR	WIKA
	-0,14914	-0,08420	-0,06384	-0,04500	-0,01254	-0,11844	0,00113	-0,11243
6	KLBF	MDKA	MEDC	MIKA	MNCN	PGAS	PTBA	SMGR
	0,10429	0,04128	0,17017	0,05284	-0,20342	-0,03552	-0,09807	0,04907

Langkah berikutnya yang dilakukan setelah klaster-klaster saham terbentuk adalah mengevaluasi kinerja setiap saham pada masing-masing klaster dengan menggunakan rasio Sharpe yang dihasilkan oleh kedua metode pengklasteran. Dalam perhitungan rasio Sharpe ini, rata-rata *return* aset bebas risiko yang digunakan adalah suku Bunga Bank Indonesia tahun 2022 yaitu 4,25% pertahun.

Penggunaan analisis klaster *Fuzzy C-Means*, pada klaster 1, saham AMRT memiliki kinerja terbaik dibandingkan dengan kinerja saham-saham lain dalam klaster tersebut yang ditunjukkan dengan rasio Sharpe tertinggi, yaitu sebesar 0,12326. Dengan demikian maka saham AMRT terpilih sebagai representasi kaster 1. Kemudian, pada klaster 2, saham BMRI dengan rasio Sharpe 0,09566 terpilih sebagai representasi klaster 2. Demikian seterusnya, saham EXCL dengan rasio Sharpe 0,07849, KLBF dengan rasio Sharpe 0,10429, saham MEDC dengan rasio Sharpe 0,17017, saham UNVR dengan rasio Sharpe 0,00113 masing-masing terpilih sebagai representasi dari klaster 3, 4, 5, dan 6

Pengklasteran dengan menggunakan *K-Means*, diperoleh bahwa pada klaster 1, kinerja saham BMRI mengungguli kinerja saham-saham lain dalam klaster, yang ditunjukkan oleh rasio Sharpe tertinggi dalam klaster tersebut, yaitu 0,09566, sehingga saham BMRI terpilih sebagai representasi dari klaster 1. Kemudian, pada klaster 2, saham AMRT terpilih sebagai representasi klaster 2 dengan rasio Sharpe sebesar 0,12326. Demikian seterusnya, saham INCO dengan rasio Sharpe sebesar 0,05118, EXCL dengan rasio Sharpe sebesar 0,07849, UNVR dengan rasio Sharpe sebesar 0,00113, MEDC dengan rasio Sharpe sebesar 0,17017 masing-masing terpilih sebagai representasi klaster 3, 4, 5, dan 6.

Jika diperhatikan lebih jauh, ternyata ada lima saham yang selain merupakan representasi dalam pengklasteran *Fuzzy C-Means* juga merupakan representasi dalam pengklasteran *K-Means*. Saham-saham tersebut adalah AMRT, BMRI, EXCL, MEDC, dan UNVR.

Secara lebih terperinci representasi masing-masing klaster pada kedua metode analisis klaster tersebut disajikan pada Tabel 3 dan Tabel 4.

Tabel 3. Saham Representasi Klaster dengan Analisis Klaster *Fuzzy C-Means*

Klaster	Representasi	Return	Risiko	Rasio Sharpe
1	AMRT	0,00351	0,02596	0,12326
2	BMRI	0,00184	0,01607	0,09566
3	EXCL	0,06468	0,82019	0,07849
4	KLBF	0,00220	0,01810	0,10429
5	MEDC	0,00698	0,03922	0,17017
6	UNVR	0,00033	0,01690	0,00113

Table 4. Saham Representasi Klaster dengan Analisis Klaster *K-Means*

Klaster	Representasi	Return	Risiko	Rasio Sharpe
1	BMRI	0,00184	0,01607	0,09566
2	AMRT	0,00351	0,02596	0,12326
3	INCO	0,00147	0,02263	0,05118
4	EXCL	0,06468	0,82019	0,07849
5	UNVR	0,00033	0,01690	0,00113
6	MEDC	0,00698	0,03922	0,17017

Model portofolio MV digunakan untuk menentukan portofolio optimum pada penelitian ini. Langkah pertama yang dilakukan adalah menghitung bobot masing-masing saham penyusun portofolio untuk beberapa nilai *risk aversion* γ . Saham-saham penyusun portofolio adalah saham-saham yang merupakan representasi setiap klaster untuk kedua

metode pengklasteran sebagaimana disajikan pada Tabel 1 dan Tabel 2. Bobot portofolio yang dihasilkan dengan kedua metode analisis kluster diberikan pada Tabel 5 dan Tabel 6.

Tabel 5. Bobot Portofolio dengan Analisis Kluster *Fuzzy C-Means*

γ	AMRT	BMRI	EXCL	KLBF	MEDC	UNVR
0.5	5,87372	-5,10442	0,21379	6,32938	5,85464	-12,16710
1	2,98057	-2,40299	0,10746	3,29083	2,96213	-5,93799
2	1,53400	-1,05228	0,05429	1,77155	1,51587	2,82343
5	0,66606	-0,24185	0,02239	0,85998	0,64812	-0,95470
10	0,37674	0,02829	0,01176	0,55613	0,35886	-0,33179
15	0,28030	0,11834	0,00822	0,45484	0,26245	-0,12415
20	0,23208	0,16336	0,00644	0,40420	0,21424	-0,02033
25	0,20315	0,19038	0,00538	0,37382	0,18531	0,04196
30	0,18387	0,20839	0,00467	0,35356	0,16603	0,08349
50	0,14529	0,24441	0,00325	0,31304	0,12746	0,16654
100	0,11636	0,27142	0,00219	0,28266	0,09854	0,22883
1000	0,09032	0,29573	0,00123	0,25531	0,07251	0,28490
$\rightarrow \infty$	0,08772	0,29816	0,00114	0,25258	0,06990	0,29050

Tabel 6. Bobot Portofolio dengan Analisis Kluster *K-Means*

γ	BMRI	AMRT	INCO	EXCL	UNVR	MEDC
0.5	-1,97841	6,11290	-1,81195	0,17791	-8,04430	6,54386
1	-0,81753	3,10331	-0,84211	0,08891	-3,83737	3,30478
2	-0,23708	1,59852	-0,35720	0,04441	-1,73390	1,68524
5	0,11118	0,69565	-0,06625	0,01771	-0,47181	0,71352
10	0,22727	0,39469	0,03074	0,00881	-0,05112	0,38961
15	0,26597	0,29437	0,06307	0,00585	0,08911	0,28164
20	0,28531	0,24421	0,07923	0,00437	0,15923	0,22766
25	0,29692	0,21411	0,08893	0,00348	0,20130	0,19527
30	0,30466	0,19405	0,09539	0,00288	0,22934	0,17367
50	0,32014	0,15392	0,10832	0,00170	0,28543	0,13048
100	0,33175	0,12382	0,11802	0,00081	0,32750	0,09809
1000	0,34220	0,09674	0,12675	0,00000	0,36537	0,06894
$\rightarrow \infty$	0,34336	0,09373	0,12772	-0,00008	0,36957	0,06570

Pada pembobotan portofolio dengan menggunakan hasil analisis kluster *Fuzzy C-Means* seperti yang disajikan pada Tabel 5 terlihat bahwa untuk *risk aversion* $\gamma=0.5$, bobot saham dengan rasio Sharpe tertinggi yaitu saham MEDC dan AMRT memiliki bobot terbesar yaitu masing-masing sebesar 5,85464 dan 5,87372, sedangkan saham dengan rasio Sharpe terendah yaitu saham UNVR memiliki bobot terkecil yaitu -12,16710 (*short selling*). Bobot setiap saham penyusun portofolio berubah seiring dengan meningkatnya nilai *risk aversion* γ dan bobot seluruh saham penyusun portofolio menjadi positif ketika $\gamma=25$. Hal yang sama juga terjadi pada pembobotan portofolio dengan menggunakan hasil analisis kluster *K-Means* seperti dapat dilihat pada Tabel 6.

Bobot portofolio yang telah diperoleh pada Tabel 5 dan Tabel 6, vektor *mean* dan matriks kovariansi saham-saham penyusun portofolio, selanjutnya digunakan untuk menentukan *return*, risiko dan rasio Sharpe kedua portofolio sebagaimana diberikan pada Tabel 7 dan Tabel 8.

Tabel 7. Return, Risiko dan Rasio Sharpe Portofolio MV dengan Analisis Kluster *Fuzzy C-Means*

γ	Return	Risiko	Rasio Sharpe
0.5	0,07582	0,38421	0,19655
1	0,03894	0,19230	0,20092
2	0,02050	0,09654	0,20921
5	0,00944	0,03969	0,23013
10	0,00575	0,02165	0,25151
15	0,00452	0,01624	0,25955
20	0,00391	0,01386	0,25980
25	0,00354	0,01261	0,25639
30	0,00329	0,01187	0,25159
50	0,00280	0,01071	0,23296
100	0,00243	0,01018	0,20885
1000	0,00210	0,01000	0,17943
$\rightarrow \infty$	0,00207	0,01000	0,17615

Tabel 8. Return, Risiko dan Rasio Sharpe Portofolio MV dengan Analisis Kluster *K-Means*

γ	Return	Risiko	Rasio Sharpe
0.5	0,06971	0,36891	0,18814
1	0,03572	0,18469	0,19173
2	0,01872	0,09281	0,19840
5	0,00852	0,03840	0,21391
10	0,00512	0,02133	0,22578
15	0,00399	0,01631	0,22577
20	0,00342	0,01414	0,22037
25	0,00308	0,01301	0,21333
30	0,00286	0,01235	0,20630
50	0,00240	0,01133	0,18488
100	0,00206	0,01087	0,16143
1000	0,00176	0,01072	0,13523
$\rightarrow \infty$	0,00173	0,01072	0,13240

Kinerja portofolio dengan analisis kluster *Fuzzy C-Means* seperti yang diberikan pada Tabel 7 dapat dilihat bahwa untuk *risk aversion* $\gamma=0,5$ rasio Sharpe adalah 0,19655, kemudian meningkat menjadi 0,20092 untuk $\gamma=1$, meningkat menjadi 0,20921 untuk $\gamma=2$, terus meningkat sampai mencapai 0,25980 untuk $\gamma=20$. Rasio Sharpe mulai menurun untuk $\gamma=25$ yaitu menjadi 0,25639, turun lagi menjadi 0,25159 untuk $\gamma=30$, turun menjadi 0,23296 untuk $\gamma=50$, terus menurun menjadi 0,20855 untuk $\gamma=100$, turun menjadi 0,17943 untuk $\gamma=1000$. Ternyata kinerja portofolio konvergen ke 0,17615 untuk $\gamma \rightarrow \infty$, artinya untuk investor yang sangat menghindari risiko maka kinerja portofolio yang terbentuk adalah 0,17615 dengan bobot portofolio investasi seperti yang diberikan pada Tabel 5, yakni: saham AMRT= 8,77%, BMRI=29,82%, EXCL=0,11%, KLBF=25,26%, MEDC=6,99%, dan UNVR=29,05%.

Di sisi lain, kinerja portofolio yang dihasilkan dengan analisis kluster *K-Means* seperti disajikan pada Tabel 8, untuk $\gamma=0,5$ rasio Sharpe adalah 0,18814, kemudian meningkat menjadi 0,19173 untuk $\gamma=1$, meningkat menjadi 0,19840 untuk $\gamma=2$, terus meningkat sampai mencapai 0,22578 untuk $\gamma=10$. Rasio Sharpe mulai menurun untuk $\gamma=15$ yaitu menjadi 0,22577, turun lagi menjadi 0,22037 untuk $\gamma=20$, turun menjadi 0,21333 untuk $\gamma=25$, terus menurun menjadi 0,16146 untuk $\gamma=100$, turun menjadi 0,13523 untuk $\gamma=1000$. Ternyata kinerja portofolio konvergen ke 0,13240 untuk $\gamma \rightarrow \infty$, artinya untuk investor yang sangat menghindari risiko maka kinerja portofolio yang terbentuk adalah 0,13240 dengan bobot portofolio investasi seperti yang diberikan pada Tabel 6, yakni: saham BMRI= 34,34%, AMRT=9,37%, INCO=12,77%, EXCL=0,00%, UNVR=36,96%, dan MEDC=6,57%.

Dari Tabel 7 dan Tabel 8 terlihat bahwa rasio Sharpe portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis kluster *Fuzzy C-Means* lebih tinggi dari pada rasio Sharpe portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis kluster *K-Means* untuk semua *risk aversion*. Hal ini menunjukkan bahwa kinerja portofolio dengan analisis kluster *Fuzzy C-Means* lebih baik daripada kinerja portofolio dengan analisis kluster *K-Means*.

5. KESIMPULAN

Penelitian ini menunjukkan bagaimana mengintegrasikan teknik pengklasteran ke dalam pengelolaan portofolio dan membangun sistem untuk memperoleh portofolio optimum. Hal ini dapat mengefisienkan waktu pemilihan saham penyusun portofolio, karena saham-saham dengan karakteristik yang sama dapat dengan mudah dikumpulkan ke dalam satu kluster. Saham berkinerja terbaik dari setiap kluster selanjutnya dipilih sebagai representasi dari kluster untuk menyusun portofolio. Hasil penelitian menunjukkan bahwa dengan menggunakan analisis kluster *Fuzzy C-Means*, 45 saham di Bursa Evek Indonesia yang termasuk dalam indeks LQ-45 dibagi menjadi 6 kluster. Saham-saham sebagai representasi setiap kluster selanjutnya digunakan untuk menyusun portofolio dengan menggunakan model portofolio MV. Kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis kluster tersebut kemudian dibandingkan dengan kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis kluster *K-Means*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kinerja portofolio dengan analisis kluster *Fuzzy C-Means* lebih baik daripada kinerja portofolio yang dibentuk dengan menggunakan analisis kluster *K-Means*. Hal ini dapat dilihat dari rasio Sharpe portofolio yang terbentuk.

DAFTAR PUSTAKA

- Bezdek, J. C. 1981. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, New York. Plenum Press.
(<http://library.lol/main/98C46549B2E9025E9AD06D361F55D4C8>)
- Elton, E. J. dan Gruber, M. J. 2014. *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, 9th Edition, New York, John Wiley and Sons, Inc.
(<http://library.lol/main/EAE29F7EF709A741B0BDAEAE3890EAA0>)
- Gubu, L., Rosadi, D., dan Abdurakhman. 2019. Classical Portfolio Selection with Cluster Analysis: Comparison Between Hierarchical Complete Linkage and Ward Algorithm, in *Proc. The Eighth SEAMS-UGM International Conference on Mathematics and Its Applications, AIP Conference Proceedings 2192*, Hal: 090004-1–090004-7.
(<https://sci-hub.ru/10.1063/1.5139174>)

- Jain, A. dan Dubes, R. 1988. *Algorithms for Clustering Data*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall. (<http://library.lol/main/93E6CF5B2026241A7E4D387F530616C3>)
- Long, N. C., Wisitponghan, N., dan Meesad, P. 2014. Clustering Stock Data for Multi-Objective Portfolio Optimization. *International Journal of Computational Intelligence and Applications*, Vol. 13, No. 2, Hal: 1-13. (<https://sci-hub.ru/10.1142/S1469026814500114>)
- Nanda, R., Mahanty, B., dan Tiwari, M. K. 2010. Clustering Indian Stock Market Data for Portfolio Management. *Expert Syst. Appl.* Vol. 37, No. 12, Hal: 8793–8798. (<https://sci-hub.ru/10.1016/j.eswa.2010.06.026>)
- Pav, S. E. 2022. *The Sharpe Ratio: Statistics and Applications*, Taylor & Francis Group, CRC Press. (<https://www.routledge.com/The-Sharpe-Ratio-Statistics-and-Applications/Pav/p/book/9781032019314>)
- Sukono. 2011. Pengukuran Value-at-Risk dengan Volatilitas Tak Konstan dan Efek Long Memory, *Disertasi Program Doktor Matematika Universitas Gadjah Mada*, Tidak dipublikasi.
- Supandi, E. D. 2017. Pengembangan Model Portofolio Mean-Variance Melalui Metode Estimasi Robust dan Optimasi Robust, *Disertasi Program Doktor Matematika Universitas Gadjah Mada*, Tidak dipublikasi.
- Tola, V., Lillo, F., Gallegati, M., dan Mantegna, R. N. 2008. Cluster Analysis for Portfolio Optimization. *J. Econ. Dyn. Control*, Vol. 32, No. 1, Hal: 235–258. (<https://sci-hub.ru/10.1016/j.jedc.2007.01.034>)