

METODE *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE* (GSTAR) DENGAN *ESTIMASI GENERALIZED LEAST SQUARE* (GLS)

(Studi Kasus: Nilai Tukar Petani (NTP) Hortikultura di Empat Provinsi Pulau Jawa)

Rahma Aulia Ar Raniri¹, Sudarno², Puspita Kartikasari³

Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

e-mail: rahmaauliaarraniri@students.undip.ac.id

DOI: 10.14710/j.gauss.15.1.131-142

Article Info:

Received: 2024-12-08

Accepted: 2025-12-30

Available Online: 2026-05-29

Keywords:

multivariate time series;

forecasting; GSTAR; GLS

Abstract: A model that combines both time and location factors in a multivariate time series called space time model. Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) is one of the space-time models that can be utilized in data forecasting. The GSTAR model is a development method of Space Time Autoregressive (STAR) that can be used for heterogeneous locations. The GSTAR model is used to forecast data in multiple locations at once. Generalized Least Squares (GLS) is one of the estimation methods that can be used in the GSTAR model. The GLS method is used on data that has residuals that are correlated across equations. This study applies GSTAR model to forecast farmer exchange rates of horticultural subsector in West Java, Yogyakarta, East Java, and Banten using GSTAR-GLS (11)I(1) model with uniform, invers distance, and cross-correlation normalization weights. The analysis result for model GSTAR-GLS (11)I(1) with three weighted methods shows that the best forecast result is using uniform weights with SMAPE for West Java, Yogyakarta, East Java, and Banten are 2.85%; 3.63%; and 1.92% or the forecasting result is highly accurate.

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan negara agraris mengakibatkan banyak penduduk Indonesia yang berprofesi sebagai petani. Data BPS tahun 2022 menunjukkan bahwa sebanyak 28% dari total penduduk yang berumur di atas 15 tahun bekerja di bidang pertanian atau sebanyak 38 juta penduduk bekerja di sektor pertanian. Hal ini mengakibatkan pertanian menjadi salah satu sektor penting guna mewujudkan pembangunan dalam bidang ekonomi (Syaiful *et al.*, 2020). Sebagai salah satu sektor yang memberikan pengaruh dalam hal pembangunan ekonomi, kesejahteraan dari pelaku sektor perlu untuk diperhatikan. Menurut Keumala dan Zainuddin (2018), salah satu tolok ukur kesejahteraan petani yakni Nilai Tukar Petani (NTP). Berdasarkan data BPS di tahun 2019 Pulau Jawa menjadi pulau dengan luas lahan pertanian tertinggi di Indonesia, dengan luas sekitar 3.473.810 Ha. Pada tahun 2022 dan di awal tahun 2023 NTP subsektor hortikultura selalu menempati posisi kedua tertinggi dibandingkan dengan NTP subsektor lain dengan angka NTP subsektor rata-rata tahunan sebesar 108,74 di tahun 2022 dan 111,19 di tahun 2023.

Data NTP merupakan data yang mengandung unsur ruang dan waktu (*space time*). Metode yang diterapkan untuk analisis runtun waktu yang juga mempertimbangkan keterkaitan antar lokasi adalah metode *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR). Metode ini diketahui merupakan bentuk lebih lanjut dari metode *Space Time Autoregressive* (STAR). Model GSTAR memungkinkan parameter *autoregressive* yang bervariasi di lokasi-lokasi yang berbeda yang tepat digunakan untuk lokasi yang bersifat heterogen (Ruchjana *et al.*, 2012). Model GSTAR seringkali menggunakan estimasi parameter *Ordinary Least Square* (OLS). Namun, metode OLS tidak valid digunakan apabila terdapat

korelasi residual antar persamaan. Metode estimasi yang lebih tepat digunakan untuk residual data yang memiliki hubungan erat yaitu estimasi *Generalized Least Square* (GLS).

Penelitian ini akan mengidentifikasi hasil peramalan data NTP subsektor hortikultura di empat provinsi Pulau Jawa dengan estimasi parameter GLS menggunakan bobot lokasi seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Data *multivariate time series* diartikan sebagai sekumpulan data yang tersusun dari beberapa variabel yang disusun secara berturut-turut berdasarkan waktu dengan interval yang tetap. *Multivariate time series* dapat didefinisikan sebagai vektor $Z_{it} = [Z_{1t}, Z_{2t}, \dots, Z_{Nt}]'$, dengan $i = 1, 2, \dots, N$ dan Z_{it} merupakan komponen variabel ke- i pada waktu t (Wei, 2019).

Stasioneritas data didefinisikan sebagai tidak adanya kenaikan atau penurunan dalam data. Data yang stasioner berfluktuasi tidak jauh dari rata-rata konstan serta memiliki varian yang bernilai konstan dari waktu ke waktu (Makridakis *et al.*, 1999). Stasioneritas diidentifikasi menggunakan *Box-Cox plot* dengan melihat nilai λ , data yang stasioner dalam varian memiliki nilai λ sebesar 1. Langkah untuk mengidentifikasi stasioneritas data dalam *mean* yaitu melalui uji *Augmented Dickey Fuller* (ADF). Uji ADF diterapkan untuk mendeteksi ada tidaknya akar unit (*unit root*) di dalam model dari data *time series* (Wei, 2006). Dickey-Fuller melakukan reparameterisasi pada persamaan AR(1), sehingga menjadi $\Delta Z_t = \gamma Z_{t-1} + \varepsilon_t$, dengan $\gamma = \rho - 1$. Suatu data *time series* dikatakan mengandung akar unit jika $\rho = 1$. Langkah uji hipotesis untuk uji ADF yaitu:

Hipotesis

$$H_0 : \gamma = 0 \text{ (Data tidak stasioner)}$$

$$H_1 : \gamma < 0 \text{ (Data stasioner)}$$

Statistik uji

$$\tau = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})} \quad (1)$$

dengan τ adalah statistik uji ADF, γ adalah parameter regresi, dan $SE(\hat{\gamma})$ adalah standar error statistik regresi

Kriteria uji

$$H_0 \text{ ditolak jika } \tau < \text{McKinnon critical value} \text{ atau nilai } p\text{-value} < \alpha.$$

Apabila stasioneritas dalam *mean* tidak terpenuhi, maka dapat dilakukan proses *differencing*. Makridakis *et al.* (1998) mendefinisikan proses *differencing* dalam persamaan (2) sebagai berikut:

$$Z_t' = Z_t - Z_{t-1} \quad (2)$$

Pada data *multivariate time series*, uji stasioneritas data dapat dilakukan secara simultan melalui plot *Matrix Autocorrelation Function* (MACF), untuk memudahkan dalam identifikasi model Wei (2006) menggunakan simbol-simbol dengan notasi (+), (-), dan juga (.) pada matriks korelasi sampel ke- (i, j) dengan ketentuan berikut:

1. Tanda (+) pada plot MACF berarti $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dua kali lebih besar dibandingkan dengan standar error dan mengindikasikan adanya korelasi positif antara sampel i dan j .
2. Tanda (-) pada plot MACF berarti $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dua kali lebih kecil dibandingkan dengan standar error dan mengindikasikan adanya korelasi negatif antara sampel i dan j .
3. Tanda (.) pada plot MACF berarti $\hat{\rho}_{ij}(k)$ terletak di antara ± 2 kali standar error serta mengindikasikan bahwa tidak ada korelasi antara sampel i dan j .

Data *time series* yang memuat unsur waktu dan lokasi disebut sebagai data *space time*. Model GSTAR diketahui sebagai metode analisis data *space time* pada deret waktu multivariat. Model GSTAR diidentifikasi sebagai kelanjutan dari model *Space Time Autoregressive* (STAR). Lokasi yang digunakan pada model GSTAR diasumsikan sebagai

lokasi yang heterogen. Borovkova *et al* (2008) menyebutkan orde pada model GSTAR terdiri dari orde autoregresif p dan orde spasial λ_s yaitu GSTAR($p_{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p}$) pada persamaan (3).

$$\mathbf{z}(t) = \sum_{s=1}^p \left[\Phi_{s0} + \sum_{k=1}^{\lambda_s} \Phi_{sk} \mathbf{W}^{(k)} \right] \mathbf{z}(t-s) + \mathbf{e}(t) \quad (3)$$

dengan $\Phi_{s0} = \text{diag}(\Phi_{s0}^1, \dots, \Phi_{s0}^N)$ dan $\Phi_{sk} = \text{diag}(\Phi_{sk}^1, \dots, \Phi_{sk}^N)$ adalah matriks diagonal parameter autoregresif pada lag waktu s dan lag spasial k , $\mathbf{z}(t)$ merupakan vektor pengamatan dengan ukuran $(N \times 1)$ untuk waktu ke- t , $\mathbf{W}^{(k)}$ didefinisikan sebagai matriks bobot wilayah berukuran $(N \times N)$ dengan $w_{ii}^{(k)} = 0$ dan $\sum_{i \neq j} |w_{ij}^{(k)}| = 1; i = 1, 2, \dots, N$, $\mathbf{e}(t)$ merupakan vektor nilai random error, serta $\mathbf{e}(t) \sim \text{white noise } (0, \sigma^2)$.

Orde spasial model GSTAR tidak lebih dari orde satu dikarenakan orde lebih tinggi memerlukan interpretasi yang rumit (Wutsqa et al., 2010). Orde autoregresif ditentukan melalui lag optimal yang didapatkan dari *Akaike Information Criterion* (AIC) terkecil. Perhitungan untuk AIC dituliskan pada persamaan (4) berikut:

$$AIC_{(p)} = \ln(|\hat{\Sigma}_p|) + \frac{2K^2 p}{n} \quad (4)$$

dengan K adalah didefinisikan sebagai banyaknya parameter yang digunakan dalam model, n merupakan banyaknya observasi, $\hat{\Sigma}_p$ didefinisikan sebagai matriks dugaan varian-kovarian residual, dan p merupakan orde autoregresif pada model GSTAR. Pembobotan lokasi pada model GSTAR yang sering digunakan yaitu:

1. Bobot Lokasi Seragam

$$w_{ij} = \frac{1}{N_i} \quad (5)$$

dengan w_{ij} adalah bobot antara lokasi i dan j , serta N_i banyaknya lokasi yang berada di sekitar lokasi i .

2. Bobot Lokasi Invers Jarak

Bobot ini dihitung berdasarkan jarak *Euclidean* menggunakan garis lintang dan garis bujur.

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (6)$$

dengan d_{ij} merupakan jarak antara lokasi i dan j , serta (x_i, y_i) merupakan koordinat lintang dan bujur lokasi i dan (x_j, y_j) merupakan koordinat lintang dan bujur lokasi j . Bobot lokasi didapatkan dari persamaan (7).

$$w_{ij} = \frac{\frac{1}{d_{ij}}}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{d_{ij}}} \quad (7)$$

3. Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

Estimasi korelasi silang mengikuti persamaan (8) berikut:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i] [Z_j(t-k) - \bar{Z}_j]}{\sqrt{\sum_{t=1}^n [Z_i(t) - \bar{Z}_i]^2 \sum_{t=1}^n [Z_j(t) - \bar{Z}_j]^2}} \quad (8)$$

bobot lokasi akan menjadi:

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{k \neq i} |r_{ik}(k)|}, i \neq j \quad (9)$$

Salah satu metode estimasi parameter pada model GSTAR yaitu estimasi menggunakan *Ordinary Least Square* (OLS).

Jika $Z_i(t), t = 1, 2, \dots, n$ dengan lokasi $i = 1, 2, \dots, N$ dan $V_i(t) = \sum_{j \neq i}^N w_{ij} Z_j(t), i \neq j$ didapatkan matriks-matriks yang dituliskan dalam persamaan (10).

$$Y_i = \begin{bmatrix} Z_i(1) \\ Z_i(2) \\ \vdots \\ Z_i(n) \end{bmatrix}, X_i = \begin{bmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ Z_i(1) & V_i(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(n-1) & V_i(n-1) \end{bmatrix}, e_i = \begin{bmatrix} e_i(1) \\ e_i(2) \\ \vdots \\ e_i(n) \end{bmatrix}, \beta_i = \begin{bmatrix} \phi_{s0}^{(i)} \\ \phi_{sk}^{(i)} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Persamaan parameter OLS yang terbentuk dituliskan dalam persamaan (11) berikut:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'Y \quad (11)$$

dengan $Y = (Y'_1, \dots, Y'_N)'$, $X = \text{diag}(X_1, \dots, X_N)$, $\beta = (\beta'_1, \dots, \beta'_N)'$, dan $e = (e'_1, \dots, e'_N)'$.

Estimasi parameter menggunakan metode OLS dapat diterapkan apabila tidak ada korelasi residual antar persamaan. Apabila terdapat korelasi residual antar persamaan, maka estimasi parameter yang lebih tepat untuk diterapkan adalah metode *Generalized Least Squae* (GLS) dengan persamaan (12) sebagai berikut:

$$\hat{\beta}_{GLS} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}Y \quad (12)$$

dengan $\Omega^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I$ dengan Σ merupakan matriks varian-kovarian residual yang berkorelasi, I_n merupakan matriks identitas $n \times n$, dan \otimes merupakan perkalian Kronecker. Perkalian Kronecker antara matriks A dan B dinotasikan sebagai $A \otimes B$. Hasil perkalian Kronecker diperoleh dengan mengalikan setiap unsur A dengan unsur B . Pengujian korelasi residual dilakukan dengan uji *Lagrange Multiplier Test* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Hipotesis

$H_0: \text{Cov}(\varepsilon_{i1}\varepsilon_{j1}) = 0, i \neq j$ (Residual tidak saling berkorelasi)

$H_1: \text{Cov}(\varepsilon_{i1}\varepsilon_{j1}) > 0, i \neq j$ (Residual berkorelasi)

Statistik Uji

$$\lambda_{LM} = T \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} r_{ij}^2 \quad (13)$$

H_0 ditolak jika nilai $\lambda_{LM} > \chi^2_{(\frac{N(N-1)}{2}, \alpha)}$ atau saat $p\text{-value} < \alpha$

Uji asumsi residual dilakukan dengan uji *white noise*. Uji asumsi dasar untuk residual *white noise* adalah residual yang tidak saling berokelasi dan memiliki varian konstan (Wei, 2006). Pada penelitian ini dilakukan uji independensi residual dengan *Ljung-Box Pierce* dan uji varian konstan (homoskedastisitas) dengan uji *White*.

Uji *Ljung-Box Pierce*

Hipotesis

$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$ (asumsi *white noise* terpenuhi)

$H_1: \rho_k \neq 0, k = 1, 2, \dots, K$ (asumsi *white noise* tidak terpenuhi)

Statistik uji

$$Q = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (14)$$

n merupakan banyaknya data, K merupakan banyaknya lag yang diuji, dan $\hat{\rho}_k^2$ merupakan nilai koefisien korelasi pada lag ke- k .

Kriteria uji

H_0 ditolak jika $|Q| \geq \chi^2_{(\alpha, K-N)}$ atau saat nilai $p\text{-value} < \alpha$

Uji Homoskedastisitas

Hipotesis

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_N^2 = \sigma^2$ (Homoskedastisitas)

$H_1: \sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (Heteroskedastisitas)

Statistik uji

$$W = nR^2 \quad (15)$$

dengan n adalah banyaknya pengamatan dan R^2 adalah koefisien korelasi

Kriteria uji

H_0 ditolak jika $W > \chi_{\alpha, N-1}^2$ atau saat nilai p -value $< \alpha$ dan N jumlah variabel.

Model terbaik dapat dipilih berdasarkan perhitungan nilai *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* (SMAPE). Persamaan SMAPE dituliskan pada Persamaan (16) berikut:

$$SMAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|Z_t - \hat{Z}_t|}{\frac{1}{2}(|Z_t| + |\hat{Z}_t|)} \times 100\% \quad (16)$$

dengan Z_t adalah data aktual dan \hat{Z}_t adalah data hasil peramalan Kriteria evaluasi untuk SMAPE sama dengan evaluasi untuk MAPE (Makridakis *et al.*, 2000), sebagai berikut:

Jika SMAPE $< 10\%$, maka peramalan sangat akurat

Jika $10\% < SMAPE \leq 20\%$, maka peramalan akurat

Jika $20\% < SMAPE \leq 50\%$, maka peramalan cukup akurat

Jika SMAPE $> 50\%$, maka peramalan tidak akurat

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini memanfaatkan data data sekunder yang diakses dari laman *web* BPS. Penelitian ini menerapkan analisis pada data Nilai Tukar Petani (NTP) subsektor hortikultura di Provinsi Jawa Barat, D.I. Yogyakarta, Jawa Timur, dan Banten periode Januari 2008 hingga Mei 2023. Data *training* terdiri dari NTP hortikultura empat provinsi periode Januari 2008 – Desember 2021, sedangkan data *testing* terdiri dari NTP hortikultura empat provinsi periode Januari 2022 – Mei 2023. Variabel penelitian terdiri dari empat variabel berikut:

Z_{1t} : NTP hortikultura di Provinsi Jawa Barat

Z_{2t} : NTP hortikultura di Provinsi D.I. Yogyakarta

Z_{3t} : NTP hortikultura di Provinsi Jawa Timur

Z_{4t} : NTP hortikultura di Provinsi Banten

Pemrosesan data pada penelitian yang dilakukan berdasarkan langkah-langkah berikut:

- a. Mengelompokkan data NTP ke dalam kelompok data *training* dan data *testing*.
- b. Menguji korelasi pada data *training*.
- c. Menguji heterogenitas lokasi dengan menggunakan indeks Gini pada data *training*.
- d. Menguji stasioneritas data dalam varian dan stasioneritas dalam *mean* pada data *training* menggunakan plot *Box-Cox*, uji ADF, dan melihat plot MACF.
- e. Melakukan proses *differencing* data apabila uji stasioneritas tidak terpenuhi.
- f. Mencari model GSTAR dengan langkah berikut:
 - f. 1 Menghitung nilai bobot lokasi seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang pada data hasil *differencing*.
 - f. 2 Melakukan perhitungan estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode OLS untuk setiap bobot lokasi pada data *differencing*.
 - f. 3 Melakukan uji korelasi residual.
 - f. 4 Melakukan perhitungan estimasi parameter model GSTAR menggunakan metode GLS untuk setiap bobot lokasi.
 - f. 5 Menguji asumsi residual *white noise*.
- g. Menghitung hasil peramalan.
- h. Menghitung nilai SMAPE.
- i. Menentukan model GSTAR terbaik dari ketiga bobot lokasi yang digunakan dengan cara melihat nilai SMAPE terkecil.
- j. Menentukan model peramalan terbaik yang dihasilkan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Uji stasioneritas data multivariat dapat dilihat dari plot MACF pada Gambar 1.

Schematic Representation of Cross Correlations													
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z1	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	+.++	+.++	+.++	+.++	+.++	+.++
Z2	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++
Z3	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++
Z4	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++	++++

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Gambar 1. Plot MACF Data NTP Subsektor Hortikultura Empat Provinsi di Pulau Jawa

Gambar 1 menunjukkan bahwa lag didominasi oleh tanda (+) atau dapat disimpulkan bahwa data NTP belum mencapai kondisi stasioner. Uji stasioneritas dalam varian ditentukan dengan nilai λ , sebagai berikut:

Z_1 , memiliki nilai $\lambda=2,18$

Z_2 , memiliki nilai $\lambda=-4,22$

Z_3 , memiliki nilai $\lambda=1,00$

Z_4 , memiliki nilai $\lambda=-2,46$

Nilai λ untuk keempat variabel lokasi tidak sama dengan satu, atau dapat diartikan data NTP belum mencapai kondisi stasioner dalam varian. Akan tetapi, karena nilai λ berbeda-beda maka tidak dilakukan transformasi dan data dianggap sudah stasioner dalam varian (Shofiyah *et al.*, 2009 dalam Masdin, 2018). Uji stasioneritas dalam *mean* dengan uji ADF menghasilkan kesimpulan sebagaimana dituliskan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Uji ADF untuk Data NTP Hortikultura

Variabel	τ	MacKinnon Critical Value	p-value	Keputusan
Z_1	-2,9151	-2,8787	0,0457	Stasioner
Z_2	-1,9887	-2,8787	0,2917	Tidak Stasioner
Z_3	-1,8573	-2,8787	0,3519	Tidak Stasioner
Z_4	-2,0790	-2,8787	0,2535	Tidak Stasioner

Tabel 1 menjelaskan bahwa data NTP hortikultura tidak stasioner dalam *mean*. Selanjutnya, dilakukan perbaikan melalui *differencing*. Plot MACF hasil *differencing* ditampilkan pada Gambar 2.

Schematic Representation of Cross Correlations													
Variable/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Z1	++++	...+-
Z2	+++++
Z3	++++	...+-	...-
Z4	++++

+ is > 2*std error, - is < -2*std error, . is between

Gambar 2. Plot MACF Data NTP Hortikultura Hasil *Differencing*

Hasil pengujian stasioneritas dalam *mean* untuk data hasil *differencing* dituliskan pada Tabel 2.

Tabel 2. Uji ADF untuk data NTP Hasil *Differencing*

Variabel	τ	MacKinnon Critical Value	p-value	Keputusan
Z_1	-6,5607	-1,9428	0,01	Stasioner
Z_2	-5,1540	-1,9428	0,01	Stasioner
Z_3	-6,9603	-1,9428	0,01	Stasioner
Z_4	-5,5057	-1,9428	0,01	Stasioner

Orde spasial model menggunakan orde 1 dan orde *autoregressive* ditentukan berdasarkan AIC paling kecil pada Tabel 3.

Tabel 3. AIC untuk Penentuan Orde Model

Lag	1	2	3	4	5	6
AIC	5,1091	5,1966	5,3199	5,4161	5,5511	5,6347
Lag	7	8	9	10	11	12
AIC	5,7338	5,7692	5,9017	6,0075	6,0527	6,0833

Nilai AIC paling kecil adalah AIC pada lag pertama, maka orde AR yang digunakan adalah 1. Berdasarkan nilai AIC, didapatkan model GSTAR yang terbentuk yaitu GSTAR (1₁) I(1).

Penelitian ini menerapkan tiga pembobotan lokasi, yakni bobot lokasi seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang. Hasil perhitungan bobot lokasi dituliskan dalam matriks berikut:

1. Bobot Lokasi Seragam

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0,33 & 0 \end{bmatrix}$$

2. Bobot Lokasi Invers Jarak

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0,3118 & 0,1895 & 0,4987 \\ 0,3230 & 0 & 0,4778 & 0,1992 \\ 0,2401 & 0,5842 & 0 & 0,1756 \\ 0,6011 & 0,2318 & 0,1671 & 0 \end{bmatrix}$$

3. Bobot Lokasi Normalisasi Korelasi Silang

$$W^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0,3043 & 0,3019 & 0,3938 \\ 0,2869 & 0 & 0,2428 & 0,4703 \\ 0,7752 & 0,0940 & 0 & 0,1309 \\ 0,1873 & 0,1211 & 0,6916 & 0 \end{bmatrix}$$

Model GSTAR (1₁)I(1) menggunakan estimasi parameter OLS yang terbentuk untuk setiap lokasi dengan bobot lokasi seragam:

1. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat dengan bobot lokasi seragam

$$z_1(t) = 1,0728 z_1(t-1) - 0,0728 z_1(t-2) + 0,0224 z_2(t-1) - 0,0224 z_2(t-2) + 0,0224 z_3(t-1) - 0,0224 z_3(t-2) + 0,0224 z_4(t-1) - 0,0224 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta dengan bobot lokasi seragam

$$z_2(t) = 0,9938 z_2(t-1) + 0,0062 z_2(t-2) + 0,0868 z_1(t-1) - 0,0868 z_1(t-2) + 0,0868 z_3(t-1) - 0,0868 z_3(t-2) + 0,0868 z_4(t-1) - 0,0868 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi seragam

$$z_3(t) = 0,9966 z_3(t-1) + 0,0034 z_3(t-2) + 0,0333 z_1(t-1) - 0,0333 z_1(t-2) + 0,0333 z_2(t-1) - 0,0333 z_2(t-2) + 0,0333 z_4(t-1) - 0,0333 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten dengan bobot lokasi seragam

$$z_4(t) = 0,9650 z_4(t-1) + 0,0350 z_4(t-2) + 0,0327 z_1(t-1) - 0,0327 z_1(t-2) + 0,0327 z_2(t-1) - 0,0327 z_2(t-2) + 0,0327 z_3(t-1) - 0,0327 z_3(t-2) + e_4(t)$$

Model GSTAR (1₁)I(1) menggunakan estimasi parameter OLS yang terbentuk untuk setiap lokasi dengan bobot lokasi invers jarak:

1. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_1(t) = 1,0714 z_1(t-1) - 0,0714 z_1(t-1) + 0,0208 z_2(t-1) - 0,0208 z_2(t-2) + 0,0126 z_3(t-1) - 0,0126 z_3(t-2) + 0,0333 z_4(t-1) - 0,0333 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_2(t) = 1,0089 z_2(t-1) - 0,0098 z_2(t-2) + 0,0584 z_1(t-1) - 0,0584 z_1(t-2) + 0,0864 z_3(t-1) - 0,0864 z_3(t-2) + 0,0360 z_4(t-1) - 0,0360 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_3(t) = 1,0190 z_3(t-1) - 0,0190 z_3(t-2) + 0,0132 z_1(t-1) - 0,0132 z_1(t-2) + 0,0321 z_2(t-1) - 0,0321 z_2(t-2) + 0,0096 z_4(t-1) - 0,0096 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_4(t) = 0,9938 z_4(t-1) + 0,0062 z_4(t-2) + 0,0486 z_1(t-1) - 0,0486 z_1(t-2) + 0,0188 z_2(t-1) - 0,0188 z_2(t-2) + 0,0135(z_3(t-1) - 0,0135 z_3(t-2) + e_4(t)$$

Model GSTAR (1₁) I(1) menggunakan estimasi parameter OLS yang terbentuk untuk tiap lokasi dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang:

1. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat menggunakan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_1(t) = 1,0746 z_1(t-1) - 0,0746 z_1(t-1) + 0,0154 z_2(t-1) - 0,0154 z_2(t-2) + 0,0153 z_3(t-1) - 0,0153 z_3(t-2) + 0,0200 z_4(t-1) - 0,0200 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_2(t) = 1,0107 z_2(t-1) - 0,0107 z_2(t-2) + 0,1009 z_1(t-1) - 0,1009 z_1(t-2) + 0,0854 z_3(t-1) - 0,0854 z_3(t-2) + 0,1654 z_4(t-1) - 0,1654 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_3(t) = 1,0018 z_3(t-1) - 0,0018 z_3(t-2) + 0,0684 z_1(t-1) - 0,0684 z_1(t-2) + 0,0083 z_2(t-1) - 0,0083 z_2(t-2) + 0,0116 z_4(t-1) - 0,0116 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_4(t) = 1,0088 z_4(t-1) - 0,0088 z_4(t-2) + 0,0084 z_1(t-1) - 0,0084 z_1(t-2) + 0,0054 z_2(t-1) - 0,0054 z_2(t-2) + 0,0310(z_3(t-1) - 0,0310 z_3(t-2) + e_4(t)$$

Uji korelasi antar residual dengan uji *Lagrange Multiplier*. Hasil pengujian korelasi residual adalah sebagai berikut:

Hipotesis:

$$H_0: Cov(\varepsilon_{i1} \varepsilon_{j1}) = 0, i \neq j \text{ (Residual tidak saling berkorelasi)}$$

$$H_1: Cov(\varepsilon_{i1} \varepsilon_{j1}) > 0, i \neq j \text{ (Residual berkorelasi)}$$

Taraf Signifikansi: $\alpha = 5\%$

Statistik Uji

Model dengan bobot seragam: $\lambda_{LM} = 145,43$

Model dengan bobot invers jarak: $\lambda_{LM} = 141$

Model dengan bobot normalisasi korelasi silang: $\lambda_{LM} = 139,52$

$$\chi^2_{(6;0,05)} = 12,59$$

Kriteria Uji

H_0 ditolak jika nilai $\lambda_{LM} > 12,59$

Kesimpulan

Pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk semua bobot lokasi menghasilkan residual yang saling berkorelasi.

Residual model yang saling berkorelasi dapat menyebabkan hasil peramalan yang tidak valid sehingga dilakukan estimasi parameter model lebih lanjut menggunakan metode GLS.

Model GSTAR (1₁) I(1) menggunakan estimasi parameter GLS yang terbentuk untuk setiap lokasi dengan bobot lokasi seragam:

1. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat dengan bobot lokasi seragam

$$z_1(t) = 1,0580 z_1(t-1) - 0,0580 z_1(t-1) + 0,0276 z_2(t-1) - 0,0276 z_2(t-2) + 0,0276 z_3(t-1) - 0,0276 z_3(t-2) + 0,0276 z_4(t-1) - 0,0276 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta dengan bobot lokasi seragam

$$z_2(t) = 1,0693 z_2(t-1) - 0,0693 z_2(t-2) + 0,0350 z_1(t-1) - 0,0350 z_1(t-2) + 0,0350 z_3(t-1) - 0,0350 z_3(t-2) + 0,0350 z_4(t-1) - 0,0350 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi seragam

$$z_3(t) = 0,9567 z_3(t-1) + 0,0433 z_3(t-2) + 0,0431 z_1(t-1) - 0,0431 z_1(t-2) + 0,0431 z_2(t-1) - 0,0431 z_2(t-2) + 0,0431 z_4(t-1) - 0,0431 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-OLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten dengan bobot lokasi seragam

$$z_4(t) = 0,9134 z_4(t-1) + 0,0866 z_4(t-2) + 0,0408 z_1(t-1) - 0,0408 z_1(t-2) + 0,0408 z_2(t-1) - 0,0408 z_2(t-2) + 0,0408 z_3(t-1) - 0,0408 z_3(t-2) + e_4(t)$$

Model GSTAR (1₁) I(1) menggunakan estimasi parameter GLS yang terbentuk untuk setiap lokasi dengan bobot lokasi invers jarak:

1. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_1(t) = 1,0496 z_1(t-1) - 0,0496 z_1(t-1) + 0,0208 z_2(t-1) - 0,0208 z_2(t-2) + 0,0126 z_3(t-1) - 0,0126 z_3(t-2) + 0,0332 z_4(t-1) - 0,0332 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_2(t) = 1,0646 z_2(t-1) - 0,0646 z_2(t-2) + 0,0037 z_1(t-1) - 0,0037 z_1(t-2) + 0,0055 z_3(t-1) - 0,0055 z_3(t-2) + 0,0023 z_4(t-1) - 0,0023 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_3(t) = 0,9619 z_3(t-1) + 0,0381 z_3(t-2) + 0,0177 z_1(t-1) - 0,0177 z_1(t-2) + 0,0430 z_2(t-1) - 0,0430 z_2(t-2) + 0,0129 z_4(t-1) - 0,0129 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten dengan bobot lokasi invers jarak

$$z_4(t) = 0,9484 z_4(t-1) + 0,0516 z_4(t-2) + 0,0410 z_1(t-1) - 0,0410 z_1(t-2) + 0,0158 z_2(t-1) - 0,0158 z_2(t-2) + 0,0114(z_3(t-1) - 0,0114 z_3(t-2) + e_4(t))$$

Model GSTAR (1₁) I(1) menggunakan estimasi parameter GLS yang terbentuk untuk setiap lokasi dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang:

1. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Barat menggunakan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_1(t) = 1,0604 z_1(t-1) - 0,0604 z_1(t-1) + 0,0144 z_2(t-1) - 0,0144 z_2(t-2) + 0,0143 z_3(t-1) - 0,0143 z_3(t-2) + 0,0186 z_4(t-1) - 0,0186 z_4(t-2) + e_1(t)$$

2. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi D.I. Yogyakarta menggunakan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_2(t) = 1,0521 z_2(t-1) - 0,0521 z_2(t-2) + 0,0364 z_1(t-1) - 0,0364 z_1(t-2) + 0,0308 z_3(t-1) - 0,0308 z_3(t-2) + 0,0597 z_4(t-1) - 0,0597 z_4(t-2) + e_2(t)$$

3. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Jawa Timur dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_3(t) = 0,9581 z_3(t-1) + 0,0419 z_3(t-2) + 0,0689 z_1(t-1) - 0,0689 z_1(t-2) + 0,0084 z_2(t-1) - 0,0084 z_2(t-2) + 0,0116 z_4(t-1) - 0,0116 z_4(t-2) + e_3(t)$$

4. Model GSTAR-GLS (1₁) I(1) untuk Provinsi Banten menggunakan bobot lokasi normalisasi korelasi silang

$$z_4(t) = 0,9458 z_4(t-1) + 0,0542 z_4(t-2) + 0,0112 z_1(t-1) - 0,0112 z_1(t-2) + 0,0073 z_2(t-1) - 0,0073 z_2(t-2) + 0,0415(z_3(t-1) - 0,0415 z_3(t-2) + e_4(t))$$

Hasil uji *Ljung-Box Pierce* dituliskan dalam Tabel 4.

Tabel 4. Uji Ljung-Box Pearce

Bobot Lokasi	Lokasi	P-Value	Keputusan
Seragam	Z1	0,3895	Residual Independen
	Z2	0,4886	Residual Independen
	Z3	0,9431	Residual Independen
	Z4	0,9158	Residual Independen
Invers Jarak	Z1	0,4122	Residual Independen
	Z2	0,7580	Residual Independen
	Z3	0,7044	Residual Independen
	Z4	0,8341	Residual Independen
Normalisasi Korelasi Silang	Z1	0,4307	Residual Independen
	Z2	0,4368	Residual Independen
	Z3	0,9559	Residual Independen
	Z4	0,3765	Residual Independen

Uji independensi residual menghasilkan kesimpulan bahwa untuk semua bobot lokasi, residual bersifat independen.

Hasil uji varian konstan menggunakan uji *White* dituliskan pada Tabel 5.

Tabel 5. Uji White

Bobot Lokasi	<i>p-value</i>	Keputusan
Seragam	0,996	Homoskedastis
Invers Jarak	0,995	Homoskedastis
Normalisasi Korelasi Silang	0,998	Homoskedastis

Uji homoskedastisitas menghasilkan kesimpulan bahwa untuk semua bobot lokasi yang digunakan, residual memiliki varian yang konstan. Berdasarkan uji yang telah dilakukan, residual model memenuhi independensi dan homoskedastisitas, sehingga disimpulkan bahwa residual *white noise*.

Perhitungan SMAPE dilakukan untuk tiap-tiap pembobotan lokasi pada model GSTAR-GLS (1₁) I(1). Hasil perhitungan SMAPE diperoleh sebagai berikut:

Model dengan bobot lokasi seragam memiliki nilai SMAPE = 3,25%

Model dengan bobot lokasi invers jarak memiliki nilai SMAPE = 3,36%

Model dengan bobot lokasi normalisasi korelasi silang memiliki nilai SMAPE = 3,32%

Nilai SMAPE terkecil diperoleh pada model dengan bobot lokasi seragam. Jadi, disimpulkan bahwa model yang paling baik digunakan untuk meramalkan data NTP subsektor hortikultura adalah model GSTAR-GLS (1₁) I(1) menggunakan bobot lokasi seragam. Hasil peramalan data NTP subsektor hortikultura dituliskan dalam Tabel 6.

Tabel 6. Hasil Peramalan NTP Subsektor Hortikultura untuk Wilayah Jawa Barat, D.I Yogyakarta, Jawa Timur, dan Banten

Tahun	Bulan	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
2023	Juni	109,29	124,90	117,92	94,81
	Juli	108,96	124,60	118,13	94,46
	Agustus	108,69	124,38	118,38	94,16
	September	108,48	124,23	118,69	93,90
	Oktober	108,33	124,14	119,04	93,68
	November	108,21	124,08	119,41	93,51
	Desember	108,10	124,04	119,79	93,38
2024	Januari	107,98	123,98	120,15	93,29
	Februari	107,83	123,86	120,47	93,24
	Maret	107,62	123,65	120,73	93,21
	April	107,32	123,33	120,91	93,21
	Mei	106,91	122,85	120,98	93,22
	Juni	106,38	122,20	120,94	93,24
	Juli	105,72	121,36	120,78	93,27
	Agustus	104,93	120,35	120,50	93,30
	September	104,03	119,17	120,12	93,32
	Oktober	103,03	117,86	119,67	93,32
	November	101,98	116,47	119,19	93,30
	Desember	100,91	115,04	118,73	93,24

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis data, diperoleh kesimpulan bahwa NTP di Provinsi Jawa Barat, D.I. Yogyakarta, Jawa Timur, dan Banten dipengaruhi oleh satu sama lain. Peramalan data NTP hortikultura paling tepat dilakukan menggunakan model GSTAR-GLS(1₁)I(1) menggunakan bobot lokasi seragam. Model dengan bobot lokasi seragam memiliki

residual yang bersifat *white noise* serta memiliki nilai SMAPE paling kecil. Hasil peralaman NTP subsektor hortikultura untuk empat Provinsi di Pulau Jawa menunjukkan bahwa sepanjang tahun 2023 dan 2024, NTP subsektor hortikultura untuk Provinsi Jawa Barat, D.I. Yogyakarta, dan Banten cenderung mengalami penurunan, sedangkan untuk Provinsi Jawa Timur cenderung akan mengalami kenaikan.

DAFTAR PUSTAKA

- Box. *et al.* 2016. *Time Series Analysis: Forecasting and Control Fifth Edition*. Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- BPS. 2022. *Badan Pusat Statistik*. <https://www.bps.go.id/indicator/22/754/1/ntp.html>. Diakses: 25 Januari 2023.
- [BPS] Badan Pusat Statistik. 2022. *Nilai Tukar Petani Provinsi Jawa Tengah*. Jawa Tengah: CV. Surya Lestari.
- Johnson, R.A. dan Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis Sixth Edition*. Pearson Education, Inc. USA.
- Keumala, C. M. dan Zainuddin, Z. 2018. *Indikator Kesejahteraan Petani melalui Nilai Tukar Petani (NTP) dan Pembiayaan Syariah Sebagai Solusi*. *Economica* Vol. 9, No. 1: Hal.129-149.
- Latupeirissa *et al.* 2014. *Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Orde 1 dan Penerapannya pada Prediksi Harga Beras di Kota Bitung, Kabupaten Minahasa, dan Kabupaten Minahasa Selatan*. *DCartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi* Vol. 3, No. 1: Hal. 43-49.
- Makridakis *et al.* 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan Jilid 1 Edisi Kedua*. Jakarta: Erlangga.
- Masdin *et al.* 2018. *Peramalan Menggunakan Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) untuk Indeks Harga Konsumen di Empat Kota Provinsi Sulawesi Selatan*. *Jurnal Matematika Integratif* Vol. 14, No. 1: Hal. 39-49.
- Ruchjana *et al.* 2012. *Least squares estimation of Generalized Space Time AutoRegressive (GSTAR) model and its properties*. *American Institute of Physics (AIP) Conference Proceedings*. Vol. 1450, No. 1: Hal. 61-64.
- Syaiful *et al.* 2020. *Peramalan Nilai Tukar Petani Kabupaten Lamongan dengan ARIMA*. *Jurnal Matematika* Vol. 10, No. 2: Hal: 91-104.
- Tsay, Ruey S. 2014. *Multivariate Time Series Analysis with R and Financial Applications*. Canada: John Wiley & Sons Inc.
- Wei, William W. S. 2006. *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods Second Edition*. United State: Pearson Education Inc.
- Wei, William W. S. 2019. *Multivariate Time Series Analysis and Applications*. John Wiley & Sons Ltd.
- Wutsqa *et al.* 2010. *Generalized Space Time Autoregressive Modeling*. *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics, and its Application*.