

## ANALISIS SISTEM ANTREAN DENGAN METODE BAYESIAN (Studi Kasus: Antrean Pelayanan Pesawat Terbang di Bandara Internasional Adi Soemarmo-Surakarta)

Sanjaya Pamungkas<sup>1\*</sup>, Sugito<sup>2</sup>, Bagus Arya Saputra<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

\*e-mail: [sanjayapamungkas@students.undip.ac.id](mailto:sanjayapamungkas@students.undip.ac.id)

DOI: [10.14710/j.gauss.14.2.599-607](https://doi.org/10.14710/j.gauss.14.2.599-607)

### Article Info:

Received: 2024-08-01

Accepted: 2025-12-29

Available Online: 2025-12-30

### Keywords:

Airport, queues, bayesian, posterior distribution, system performance metrics.

**Abstract:** Along with the times, the transportation sector has progressed quite rapidly. In connection with the transportation sector, a phenomenon that is easily found in everyday life is the queue at public transportation facilities. One of them is at the transportation facility at the airport. At the airport the queue that occurs is due to the large number of aircraft that come to get service from airport service facilities. However, the queue can be minimized with a good system. The purpose of this research is to find out changes or additional information from aircraft services, get a queue system model, and find out whether the service at the airport is good or not. The Bayesian method is used to combine prior information from previous research data (Widiawati, 2010) and current observed data (samples) to obtain updated information. The sample distribution (Weibull and inverse Gaussian) of the current observed data and the prior distribution (inverse Gaussian and Weibull) obtained from the prior information in the previous research data (Widiawati, 2010). The prior distribution and the likelihood function of the sample distribution are combined to obtain the posterior distribution. After calculating the posterior distribution, it is found that the model of the aircraft queue at Adi Soemarmo International Airport - Surakarta is (GAMMA/GAMMA/3):  $(GD/\infty/\infty)$  with steady state conditions already met ( $p<1$ ) and based on the results of the performance measure of the aircraft queue system at Adi Soemarmo International Airport has a good condition.

## 1. PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan zaman, sektor transportasi juga berkembang cukup pesat. Salah satu fenomena yang mudah diamati adalah antrean di bidang transportasi umum. Keadaan menunggu adalah bagian situasi yang dapat ditemukan dalam proses kejadian acak di fasilitas pelayanan secara umum. Di keseharian pun dapat mudah dijumpai antrian, dalam keadaan ini antrian terjadi ketika ada *klien/customers* yang harus menunggu dalam suatu baris untuk mendapatkan pelayanan dari fasilitas pelayanan.

Antrian di fasilitas umum dapat ditemukan di Bandara Adi Soemarmo di Boyolali, Jawa Tengah yang merupakan bandara kelas A yang melayani penerbangan dalam dan luar negeri (*Wikipedia*). Antrean pesawat terbang yang terjadi di Bandara disebabkan banyaknya pesawat terbang yang mendarat dengan berbagai jenis pesawat. Jenis pesawat yang diamati pada penelitian ini adalah pesawat terbang penumpang reguler. Antrean pesawat terbang yang terjadi untuk semua maskapai pesawat terbang yang masuk dan keluar sebagai pelanggan yang dilayani, sedangkan bandara sebagai *server* (pelayan). Suatu proses antrean dihitung sejak pesawat terbang datang sampai selesai dilayani dan meninggalkan bandara. Jumlah penerbangan antara hari ini dan hari selanjutnya berbeda, sehingga antrian yang dihasilkan juga berbeda (Bronson, 1991).

Dalam pemeringkatan, terlihat bahwa distribusi tidak hanya memenuhi satu distribusi tetapi juga memiliki banyak peringkat, sehingga metode Bayesian dapat digunakan untuk menggabungkan kemungkinan mengenai distribusi yang sesuai dengan mempertimbangkan hasil penelitian sebelumnya. Karena pada penelitian sekarang dan penelitian sebelumnya terjadi beberapa perubahan atau tambahan informasi, maka metode bayesian dapat digunakan untuk menggabungkan dua informasi tersebut mendapatkan distribusi posterior. Untuk mendapatkan distribusi posterior dibutuhkan distribusi prior dan fungsi *likelihood*.

Penelitian yang dilakukan sebelumnya oleh Tika Widiawati (2010) sebagai informasi prior yang dibutuhkan untuk mendapatkan distribusi prior. Selain distribusi prior, fungsi *likelihood* juga diperlukan untuk menghitung distribusi posterior dengan metode bayesian. Untuk fungsi *likelihood* sendiri digunakan untuk memperoleh estimasi parameter yang paling mungkin atau yang paling sesuai dengan data yang ada. Distribusi posterior model kedatangan dan model pelayanan pesawat harus ditentukan dengan menggunakan metode bayesian karena perubahan atau penambahan informasi dari waktu ke waktu, sehingga penelitian saat ini harus digabungkan penelitian sebelumnya. Sehingga kita bisa mendapatkan model sistem antrean dari distiribusi posterior dan mendapatkan hasil ukuran kinerja sistem antrean.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

PT Angkasa Pura mempunyai memiliki kewenangan dan tanggung jawab dalam melakukan pengelolaan dan mengatur kegiatan di Bandara, yang mana mengelola 15 bandara di Indonesia salah satunya Bandara Adi Soemarmo. Bandara Adi Soemarmo ini diresmikan sebagai bandara kelas internasional yang melayani berbagai penerbangan, penerbangan lokal (domestik) dan penerbangan internasional. Bandara Adi Soemarmo berada sejauh 14 kilometer barat laut dari Kota Surakarta (Solo), tepatnya berada di Kabupaten Boyolali, Jawa Tengah, Indonesia.

Antrean (*queue*) merujuk pada entitas yang menunggu untuk mendapatkan suatu layanan atau proses. *Queue process* terjadi ketika yang pelanggan/customer membutuhkan pelayanan datang. Dalam metode antrian yaitu suatu proses yang memiliki kaitan dengan pelanggan yang tiba di *service point*, mengantre jika tidak dilayani, dilayani, dan akhirnya meninggalkan *service point*. Dalam hal ini, pelanggan yang tiba di sana tidak dapat langsung menggunakan layanan dan harus menunggu layanan digunakan karena semua *server* sedang sibuk.

Dalam sistem antrean, komponen penting yang mendukung dalam suatu antrean yaitu distribusi waktu antar kedatangan pelanggan (*arrival model*), distribusi waktu pelayanan yang dibutuhkan pelanggan, fasilitas layanan (*server*), ketertiban pelayanan, sumber masukan antrian, sumber panggilan. *Steady state* mengacu pada keadaan di mana sistem antrean telah mencapai keseimbangan jangka panjang yang merupakan hasil dari perbandingan rata-rata waktu antar kedatangan entitas (pelanggan) ( $\lambda$ ) dengan rata-rata entitas (pelanggan) yang sudah dilayani per satuan waktu ( $\mu$ ) dan simbol c yaitu banyak dari *server* atau dapat dituliskan:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

untuk memenuhi kondisi *steady state*,  $\rho < 1$

Proses Poisson merupakan suatu proses stokastik untuk menggambarkan peristiwa-peristiwa yang terjadi secara acak dan independent dalam interval waktu atau ruang tertentu. Asumsi untuk proses poisson sendiri ada 3, yaitu tidak saling tumpang tindih (*independent*), homogenitas waktu, regularitas (Praptono, 1986).

### Teorema 1

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}; n \geq 0$$

Variabel acak yang mengikuti suatu distribusi poisson dengan parameter  $\lambda t$  merupakan jumlah kedatangan yang terjadi pada interval waktu t (Gross dan Harris, 1998). Distribusi eksponensial adalah distribusi acak kontinu di mana variabelnya independen dan tidak memiliki riwayat. Distribusi ini sering digunakan dalam sistem antrian.

### Teorema 2

Ketika proses dari kedatangan dengan parameter  $\lambda$  mengikuti proses poisson, maka dari itu bisa dinyatakan bahwa variabel acak untuk waktu antar kedatangan berurutan mengikuti distribusi eksponensial dengan  $\frac{1}{\lambda}$  sebagai parameter

$$E(T) = \frac{1}{\lambda}$$

Metode statistik untuk menguji kesesuaian atau kesamaan distribusi data dengan distribusi teoritis atau distribusi referensi yang telah ditentukan sebelumnya. Uji *Kolmogorov Smirnov* yaitu langkah-langkah yang diperlukan untuk menguji keselarasan data kontinu.

Berikut tahapan-tahapannya:

#### 1. Menetapkan Hipotesis

$H_0$  : Sebaran (distribusi) sampel sama dengan distribusi eksponensial

$H_1$  : Sebaran (distribusi) sampel tidak sama dengan distribusi eksponensial

#### 2. Taraf Signifikansi

Pada Kolmogorov Smirnov, taraf signifikansi yang digunakan  $\alpha = 5\%$

#### 3. Statistik uji

$D_{hitung} = \text{maximum}\{\text{maximum}[|S(x_i) - F_0(x_i)|, |S(x_{i-1}) - F_0(x_i)|]\}$

$1 \leq i \leq r$

dengan

$D_{hitung}$  : nilai maksimum untuk semua x dari nilai  $|S(x_i) - F_0(x_i)|, |S(x_{i-1}) - F_0(x_i)|$

$S(x_i)$  : fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel

$F_0(x_i)$  : fungsi distribusi kumulatif yang dihipotesikan

$r$  : banyaknya nilai x yang berbeda

#### 4. Kriteria Uji

Pada kriteria uji, distribusi ditolak  $H_0$  jika  $D_{hitung} \geq D_{tabel}(1-\alpha)$ , atau pada *output* nilai  $p-value < \text{nilai } \alpha$ .  $D_{tabel}(\alpha)$  adalah nilai kritis dari tabel *Kolmogorov Smirnov* untuk uji dua sisi (Daniel, 1989).

*Probability Density Function* dari weibull dengan parameter  $k$  dan  $\lambda$  yaiti sebagai berikut:

$$f(x; \lambda, k) = \begin{cases} k\lambda x^{k-1} e^{-\lambda x^k} & , x > 0 \\ 0 & , \text{lainnya} \end{cases}$$

(Walpole dan Myers, 1995)

Fungsi kepadatan peluangnya distribusi inverse gaussian yang memiliki parameter yaitu  $\mu$  dan  $\lambda$  yaitu:

$$f(x) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}} \exp\left[-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2x\mu^2}\right]$$

Sebaran gamma memiliki  $\alpha$  dan  $\beta$  sebagai parameternya, dengan fungsi kepadatan peluang dapat dinyatakan dalam bentuk:

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}$$

Dengan:

$$\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$$

Notasi pada keadaan tersebut, yaitu:

$$X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$$

(Walpole dan Myers, 1995)

Berikut merupakan perhitungan rumus yang digunakan untuk menghitung ukuran kinerja sistem dengan model antrean (G/G/c): (GD/ $\infty$ / $\infty$ ) yaitu:

$$L_q = \left( \frac{\rho r^c}{c! (1-\rho)^2} \right) P_o \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2}$$

$$v(t) = \left( \frac{1}{\mu^2} \right)^2$$

$$v(t') = \left( \frac{1}{\lambda^2} \right)$$

$$L_s = L_q + r$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

Metode bayesian adalah teknik yang diperlukan untuk menggabungkan informasi awal (prior) dan informasi sekarang (sampel). Dalam metode bayesian untuk menggambarkan informasi awal dari parameter sebelum dilakukan pengamatan disebut distribusi prior. Untuk informasi sekarang akan didapat distribusi sampel lalu dicari fungsi *likelihoodnya*. Hasil penggabungan 2 distribusi akan mendapatkan mendapatkan informasi posterior, yaitu fungsi *likelihood* dari distibusi sampel dan informasi awal (distribusi sebelumnya). Hasil dari penggabungan tersebut dinyatakan sebagai distribusi posterior (Yendra dan Noviandi, 2015).

### 1. Distribusi Prior

Distribusi probabilitas yang mewakili keyakinan awal seseorang tentang nilai parameter sebelum kita mengumpulkan data dan diperoleh sebelum data sampel diambil disebut distribusi prior. Distribusi prior dikategorikan menjadi 2 kategori berdasarkan bentuk fungsi *likelihoodnya*, yaitu *conjugate* dan *non-conjugate* adapun untuk menentukan dalam pola sebaran prior selanjutnya dibagi 2 bentuk yang tidak sama (distribusi prior non-informatif dan distribusi prior informatif).

### 2. Metode Jefrey's

Berikut rumus perhitungan noninformatif prior dengan metode Jefrey's :

$$f(\lambda) = \sqrt{[I(\lambda)]}$$

dimana  $I(\theta)$

$$I(\lambda) = -E_0\left[\frac{\partial^2 \log f(x,\lambda)}{\partial^2 \lambda}\right]$$

### 3. Fungsi *Likelihood*

Fungsi *likelihood* merupakan informasi didapat tentang fungsi kepadatan peluang dari distribusi sampel disebut fungsi *likelihood* (Bain dan Engelhardt, 1992).

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^n f(y_i|\lambda)$$

### 4. Distribusi Posterior

Distribusi posterior merupakan fungsi kerapatan bersyarat  $\lambda$ . Apabila nilai pengamatan  $x$  diketahui, fungsi densitas posterior dari variabel acak kontinu dapat dirumuskan:

$$f(\lambda|x) = \frac{f(\lambda)f(x|\lambda)}{\sum_{-\infty}^{\infty} f(\lambda)f(x|\lambda)d\lambda}$$

(Soejati da Soebanar, 1988)

## 3. METODE PENELITIAN

Pada penelitian tugas akhir ini melakukan pengumpulan data secara langsung yang dibutuhkan untuk penyusunan skripsi yaitu data primer. Pengumpulan data berlangsung selama dua minggu, dari tanggal 27 Desember 2022 sampai dengan 9 Januari 2023 pada pukul 08:00 – 18:00. Lokasi penelitian yang dipilih adalah Apron Bandara Internasional Adi Soemarmo-Surakarta. Berikut variabel-variabel pada penelitian ini:

- Data waktu antar kedatangan pesawat terbang reguler pada fasilitas pelayanan bandara
- Data waktu pelayanan pesawat terbang reguler pada fasilitas pelayanan bandara.

Proses analisis data dilakukan dengan berbagai *software* statistika yaitu *Microsoft Excel* 2019, *SPSS Statistics*, *Easyfit*, R Studio (GUI R). Berikut merupakan langkah-langkah analisis:

- 1) Menginisiasi penelitian untuk memperoleh informasi (data primer/data sekunder) yang diperlukan untuk memecahkan masalah.
- 2) Memproses data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan yang peneliti peroleh dari data primer.
- 3) Data sampel yang didapat harus memenuhi nilai *steady state*  $\rho$  kurang dari 1 dengan rumus  $\rho = \frac{\lambda}{c_u}$ . Data yang memenuhi *steady state* dapat dilakukan tahap analisis selanjutnya. Jika belum memenuhi *steady state* maka harus ditambah jumlah fasilitas pelayanan atau panjang interval disesuaikan dengan kondisi tertentu. Hal ini dapat memberikan perbaikan bagi sistem pelayanan yang sudah ada.
- 4) Uji kecocokan distribusi poisson dengan *Kolmogorov Smirnov* menggunakan *Software SPSS Statistics* untuk data sampel jumlah tingkat kedatangan dan jumlah waktu pelayanan. Apabila hipotesis pada distribusi jumlah tingkat kedatangan dan jumlah waktu pelayanan  $pvalue > 0,05$  (diterima) maka mengikuti distribusi poisson. Apabila hipotesis  $pvalue < 0,05$  (ditolak), dilakukan kembali uji kecocokan distribusi lainnya dengan menggunakan *Software EasyFit* untuk mendapatkan distribusi yang sesuai.
- 5) Melakukan uji kecocokan distribusi eksponensial dengan *Kolmogorov Smirnov* menggunakan *Software SPSS Statistics* untuk data sampel waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan. Apabila hipotesis pada distribusi waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan  $pvalue > 0,05$  (diterima) maka mengikuti distribusi eksponensial. Apabila hipotesis  $pvalue < 0,05$  (ditolak), dilakukan kembali uji kecocokan distribusi lainnya dengan menggunakan *Software EasyFit* untuk mendapatkan distribusi yang sesuai.

- 6) Setelah mendapatkan distribusi sesuai pemeringkatan *EasyFit*, dilakukan fungsi *likelihood* untuk mengestimasi paramaeternya.
- 7) Lalu melakukan metode Jeffrey untuk mendapatkan non-informatif prior.
- 8) Setelah itu, menghitung distribusi posterior menggunakan distribusi sampel *likelihood* dan distribusi non-informatif prior.
- 9) Distribusi posterior sudah didapatkan, dapat menentukan model antrian yang sesuai dengan distribusi posterior.
- 10) Kemudian akan dilakukan analisis ukuran kinerja sistem antrian, yaitu rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian ( $W_q$ ), rata-rata jumlah pelanggan yang menunggu dalam antrian ( $L_q$ ), rata-rata waktu menunggu tiap pelanggan dalam sistem ( $W_s$ ) dan rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem ( $L_s$ ).
- 11) Membuat interpretasi hasil dari analisis data dan perhitungan
- 12) Memberikan keputusan dan kesimpulan hasil pembahasan mengenai pelayanan pesawat di Bandara Adi Soemarmo secara komprehensif.

#### 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sistem antrean di Bandara Adi-Soemarmo merupakan sistem antrian *Multichannel-Single Phase* yang biasanya hanya terdiri dari satu bagian dan memiliki 3 apron yang beroperasi sebagai layanan penerbangan. Pesawat yang masuk melalui landasan pacu di Bandara Internasional Adi-Sumarmo selanjutnya akan diparkir di apron yang telah ditentukan. Ketika memasuki *taxisway* (penghubung antara landasan dan parkir), pesawat akan *taxe in* menuju parkir pesawat dipandu oleh *marshaller* pada kejadian ini pesawat dinyatakan datang. Pelayanan dimulai ketika pesawat sudah *block on* dan pelayanan selesai ketika pesawat *block off*. Berikut ukuran *steady state* nilai  $\rho$ .

- Nilai ( $\lambda$ ) adalah 60,08 menit tiap pesawat.
- Nilai ( $\mu$ ) adalah 41,04 menit tiap pesawat.
- Jumlah fasilitas pelayanan adalah 3.

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{\lambda}{c\mu} \\ &= \frac{60,08}{3 \times 41,04} \\ &= 0,487, \rho < 1\end{aligned}$$

Pada penelitian ini uji *Kolmogorov Smirnov* untuk uji kesesuaian distribusi yang sesuai, sehingga dapat memperoleh berdistribusi eksponensial atau tidak distribusi data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan.

Tabel 1. Tabel Hasil Uji *Kolmogorov Smirnov*

Variabel	$D_{hitung}$	$D_{tabel}$	Sig	Keputusan	Kesimpulan
Waktu Antar Kedatangan	0,159	0,14027	0,17	$H_0$ ditolak	Data tidak berdistribusi eksponensial
Waktu Pelayanan	0,460	0,13087	0,000	$H_0$ ditolak	Data tidak berdistribusi eksponensial

Hasil uji *Kolmogorov Smirnov* data sampel waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan tidak berdistribusi eksponensial, maka harus dilakukan uji lebih lanjut untuk mengetahui distribusi yang cocok dari hasil pemeringkatan menggunakan *software EasyFit*.

Tabel 2. Tabel Uji Kesesuaian Distribusi *Kolmogorov Smirnov* Distribusi General

Variabel	D <sub>hitung</sub>	D <sub>tabel</sub>	Sig	Keputusan	Kesimpulan Data
Waktu Antar Kedatangan	0,10881	0,14027	0,13818	H <sub>0</sub> diterima	berdistribusi weibull
Waktu Pelayanan	0,11291	0,13087	0,13067	H <sub>0</sub> diterima	berdistribusi inverse gaussian

Berdasarkan uji Kolmogorov Smirnov diperoleh distribusi general waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan yaitu distribusi weibull dan distribusi inverse gaussian.

### 1. Noninformatif Prior

Nilai non-informatif prior menggunakan metode jeffrey's sebagai berikut:

#### a. Noninformatif Prior Distribusi Inverse Gaussian

$$f(x; \lambda; \mu) = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x^3}} \exp\left[-\frac{\lambda(x-\mu)^2}{2x\mu^2}\right]$$

$$f(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\lambda}}$$

#### b. Non-Informatif Prior Distribusi Weibull

$$f(x; \lambda, k) = k\lambda x^{k-1} \exp[-\lambda x^k]$$

$$f(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$$

### 2. Fungsi *Likelihood*

#### a. Fungsi *Likelihood* Distribusi Weibull

$$L(\lambda, k) = \prod_{i=1}^n k\lambda x_i^{k-1} \exp[-\lambda x_i^k] = (k\lambda)^n \exp\left[-\sum_{i=1}^n \lambda x_i^k\right] \prod_{i=1}^n (x_i)^{k-1}$$

#### b. Fungsi Likelihood Distribusi Inverse Gaussian

$$L(\lambda, \mu) = \prod_{i=1}^n \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi x_i^3}} \exp\left[-\frac{\lambda(x_i-\mu)^2}{2x_i\mu^2}\right] L(\lambda, \mu)$$

$$L(\lambda, \mu) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} (\lambda)^{\frac{n}{2}} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i-\mu)^2}{2x_i\mu^2}\right] \prod_{i=1}^n (x_i)^{-\frac{3}{2}}$$

### 3. Distibusi Posterior

Distribusi Posterior diperoleh dengan cara mensubtitusikan fungsi *likelihood* dan non informatif prior.

#### a. Fungsi *Likelihood* Distribusi Sampel Weibull dan Non Informatif Prior Distribusi Inverse Gaussian

$$f(\lambda|x) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} k^n \lambda^{n-1} \exp[-\sum_{i=1}^n \lambda x_i^k] \prod_{i=1}^n (x_i)^{k-1}}{\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2}} k^n \lambda^{n-1} \exp[-\sum_{i=1}^n \lambda x_i^k] \prod_{i=1}^n (x_i)^{k-1} d\lambda}$$

$$f(\lambda|x) = \frac{\lambda^{n-1} \exp[-\sum_{i=1}^n \lambda x_i^k]}{(\sum_{i=1}^n x_i^k)^{-n} \Gamma(n)}$$

$$f(\lambda|x) \sim GAM\left(n, \left(\sum_{i=1}^n x_i^k\right)^{-1}\right)$$

b. Fungsi *Likelihood* Distribusi Sampel Inverse Gaussian dan Non Informatif Prior Distribusi Prior Weibull

$$f(\lambda|x) = \frac{(2\pi x_i^3)^{-\frac{n}{2}} (\lambda)^{\frac{n}{2}-1} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i - \mu)^2}{2x_i\mu^2}\right]}{\int_0^\infty (2\pi x_i^3)^{-\frac{n}{2}} (\lambda)^{\frac{n}{2}-1} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i - \mu)^2}{2x_i\mu^2}\right] d\lambda}$$

$$f(\lambda|x) = \frac{(\lambda)^{\frac{n}{2}-1} \exp\left[-\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i - \mu)^2}{2x_i\mu^2}\right]}{\left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i - \mu)^2}{2x_i\mu^2}\right)^{\frac{n}{2}} \Gamma(\frac{n}{2})}$$

$$f(\lambda|x) \sim GAM\left(\frac{n}{2}, \left(\sum_{i=1}^n \frac{\lambda(x_i - \mu)^2}{2x_i\mu^2}\right)^{-1}\right)$$

Model sistem antrean hasil distribusi posterior yaitu (GAMMA/GAMMA/3):(GD/ $\infty/\infty$ ). Model (GAMMA/GAMMA/3):(GD/ $\infty/\infty$ ) ini adalah model sistem antrean dengan distribusi Gamma sebagai distribusi waktu antar kedatangan dan distribusi Gamma sebagai distribusi waktu pelayanan, dengan *server* sebanyak 3 fasilitas pelayanan, untuk disiplin FIFO, jumlah pada kapasitas pelanggan dan asal pemanggilan *infinite*

Berikut merupakan hasil *output* ukuran kinerja sistem pada antrean pesawat dengan software GUI R(*shiny*), berikut dapat dilihat dalam tabel 6.

Tabel 3. GUI R Ukuran Kinerja Sistem Antrean Pesawat Terbang

c	$\lambda$	$\mu$	$L_s$	$L_q$	$W_s$	$W_q$	$P_0$	$P_r$
3	60,085	41,046	1,570	0,106	0,0261	0,0017	0,219	0,7805

Hasil penelitian ini memberikan informasi mengenai sistem pelayanan pesawat di Bandara Internasional Adi Soemarmo. Berdasarkan hasil penelitian, menunjukkan bahwa sistem antrean pesawat terbang memiliki kondisi secara keseluruhan cukup baik. Hal itu dapat dilihat dari kemampuan fasilitas pelayanan yang mampu memenuhi kebutuhan pelanggan, sehingga tidak perlu adanya penambahan fasilitas pelayanan atau penambahan jalur pesawat.

## 5. KESIMPULAN

Dengan demikian, dari hasil analisis data dan pembahasan yang telah diperoleh, dapat disimpulkan bahwa:

1. Berdasarkan hasil analisis data dan pembahasan terdapat perubahan atau tambahan informasi sistem pelayanan pesawat terbang di Bandara Adi Soemarmo seiring berjalannya waktu, dilihat hasil dari perhitungan distribusi posterior untuk distribusi waktu antar kedatangan dan distribusi waktu pelayanan, didapatkan model sistem antrean pesawat terbang adalah (GAMMA/GAMMA/3):(GD/ $\infty/\infty$ ). Pada pelayanan di Bandara Internasional Adi Soemarmo-Surakarta dengan jumlah server sebanyak 3 fasilitas pelayanan, untuk disiplin FIFO, jumlah pada kapasitas pelanggan dan sumber pemanggilan infinite.

2. Berdasarkan hasil penelitian, menunjukkan bahwa sistem antrean pesawat di Bandara Internasional Adi Soemarmo memiliki kondisi yang dinilai sudah baik, Hal ini dilihat dari kemampuan fasilitas pelayanan yang mampu memenuhi kebutuhan pelanggan, sehingga tidak perlu adanya penambahan fasilitas pelayanan atau terminal.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bain, L.J, dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction Probability and Mathematical statistics second edition*. California: Duxburry Press.
- Berger, J. O. 1980. *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis Second Edition*. New York: Springel-Verlag.
- Box, G.E.P, dan Tiao, G.C. 1973. *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippines: Addison-Wesley Publishing Company.
- Daniel, W.W. 1989. *Statistik Nonparametrik Terapan (Terjemahan)*. Jakarta: Pt Gramedia.
- Gross, D, dan Harris, C. 1998. *Fundamental of Queueing Theory Third Edition*. New York: John Willey and Sons.
- Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Anrian untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- Mood, M. A. (1986). *Introduction To The Theory Of Statistics*. Megarw Hill Book Company.
- Siswanto. 2007. *Operation Research*. Jilid II. Jakarta: Erlangga.
- Soejati, Z, dan Soebunar. 1988. *Inferensi Bayesian*. Jakarta: Karunika Universitas Terbuka.
- Subagyo, P., Asri, M, dan Handoko, T.H. 1992. *Dasar-Dasar Operation Research*. Yogyakarta: BPFE.
- Sejarah PT. Angkasa Pura. 2018. Dikutip dari PT Angkasa Pura: <https://ap1.co.id/id/about/our-history>. Diakses: 10 Januari 2023
- Taha, H. A. 1996. *Riset Operasi Jilid 2 (terjemahan)*. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Walpole, R.E. dan Myers, R.H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan (Terjemahan)*. Bandung: ITB.