

PENERAPAN MODEL WEIBULL *PROPORTIONAL HAZARD* DAN REGRESI *COX PROPORTIONAL HAZARD* PADA KONDISI *FINANCIAL DISTRESS*

Amelinda Nathania Sarumpaet^{1*}, Triastuti Wuryandari², Sudarno³

^{1,2,3}Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

*e-mail: amelindanathanias@gmail.com

DOI: 10.14710/j.gauss.13.2.450-461

Article Info:

Received: 2023-11-14

Accepted: 2024-12-19

Available Online: 2024-12-20

Keywords:

Financial Distress; Weibull
Proportional Hazard; Cox
Proportional Hazard Regression;
Efron Method

Abstract: Companies must sustain their existence due to the business world's quick and competitive growth. In order to prevent financial distress, the corporation must manage its financial situation. One technique for figuring out the causes of financial distress is survival analysis. In survival analysis, two models are known, namely the parametric model and the semiparametric model. In this study, the parametric model uses Weibull Proportional Hazard while the semiparametric model applies Cox Proportional Hazard regression using Efron approach to overcome ties. The study's objective is to model the incidence of financial crises in Indonesian utilities, transportation, and other infrastructure providers between the years 1990 and 2021, and to compare the two methods. The length of time that a company has gone without experiencing a financial crisis is a dependent variable in this study where the independent variables consist of solvency ratio, liquidity ratio, growth ratio, profitability ratio, firm size, and activity ratio. Model selection to get the most suitable model can be done with the smallest AIC criteria. The results of the analysis obtained the appropriate model is the Weibull Proportional Hazard model with an AIC value of 282.117 and produces two significant variables, namely liquidity ratio and profitability ratio.

1. PENDAHULUAN

Perusahaan harus mampu mempertahankan eksistensinya mengingat perkembangan dunia usaha yang semakin cepat dan kompetitif. Sektor infrastruktur, utilitas, dan transportasi merupakan salah satu sektor yang tercatat pada Bursa Efek Indonesia (BEI). Investor harus mempertimbangkan kemungkinan keuntungan dan risiko karena sektor ini termasuk sektor padat modal dan membutuhkan pendanaan jangka panjang (Yoza dan Syofyan, 2021). Laporan keuangan dapat dipakai guna menilai situasi keuangan perusahaan sekarang, membuat proyeksi tentang kinerja keuangannya di masa depan, dan memperingatkan perusahaan jika terjadi sesuatu yang tidak menguntungkan, seperti kesulitan keuangan (*financial distress*). *Financial distress* adalah keadaan masalah keuangan bisnis yang ada sebelum kebangkrutan (Platt dan Platt, 2002). *Financial distress* bisa diketahui memakai *Earning Per Share* (EPS) dimana saat nilai EPS nilainya negatif dikategorikan 1 sedangkan jika bernilai positif dikategorikan 0 (Kristanti *et al.*, 2016).

Metode statistika yang dapat diterapkan untuk menganalisis pengaruh variabel independen terhadap waktu ketahanan hidup perusahaan dari kejadian *financial distress* adalah analisis *survival*. Analisis *survival* merupakan metode statistika dimana waktu sampai terjadinya kejadian (*event*) merupakan peubah yang diperhatikan. Model *survival* parametrik dan semiparametrik adalah model yang dipakai pada penelitian ini. Model parametrik adalah model analisis berdasarkan distribusi waktu ketahanan hidup. Distribusi Weibull merupakan distribusi yang umum dipakai pada analisis *survival*. Penelitian mengenai analisis *survival*

parametrik menggunakan Model Weibull *Proportional Hazard* telah dilakukan sebelumnya oleh Zhang (2016) untuk kasus pasien kanker paru dari *The North Central Cancer Treatment Grup*. Model semiparametrik adalah model gabungan parametrik dan non parametrik yang dikenal dengan regresi *cox proportional hazard*. Penelitian mengenai kasus analisis *survival* dengan menerapkan regresi *cox proportional hazard* untuk kasus *financial distress* pernah dilakukan oleh Pranita dan Kristanti (2020) pada perusahaan sektor Industri Dasar dan Kimia serta Barang Konsumsi di Indonesia tahun 2009-2018.

Kejadian bersama atau disebut dengan *ties* sering ditemukan pada penelitian analisis *survival*. *Ties* terjadi ketika terdapat dua atau lebih individu mengalami kejadian di waktu yang sama. *Ties* dalam data akan menimbulkan masalah saat menghitung *partial likelihood*, yakni saat mengidentifikasi anggota himpunan risikonya (Xin, 2011). Salah satu cara pendekatan untuk mengestimasi *partial likelihood* pada *ties* adalah metode Efron. Penelitian mengenai analisis *survival* semiparametrik dengan kejadian bersama (*ties*) menggunakan pendekatan Efron pernah dilakukan oleh Prabawati *et al.* (2018) untuk kasus lama masa studi mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Angkatan 2011.

Analisis *survival* terhadap sektor infrastruktur, utilitas, dan transportasi di Indonesia akan dilakukan menggunakan model Weibull *Proportional Hazard* serta regresi *Cox Proportional Hazard* dengan pendekatan Efron. Penelitian ini bertujuan untuk menerapkan kedua model tersebut untuk mendapatkan model yang lebih sesuai dan menjelaskan variabel-variabel yang mempengaruhi kejadian *financial distress*.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Menurut Kasmir (2019), laporan keuangan merupakan laporan yang menunjukkan kondisi keuangan suatu perusahaan pada saat ini atau dalam periode tertentu. Analisis laporan keuangan berfungsi untuk mengetahui aktivitas operasional perusahaan selama periode tersebut dan digunakan sebagai prediksi keuangan perusahaan di periode yang akan datang jika terjadi hal buruk bagi perusahaan seperti mengalami kesulitan keuangan atau *financial distress*.

Financial distress adalah sinyal awal perusahaan yang mengalami kebangkrutan. Platt dan Platt (2002) mendefinisikan *financial distress* sebagai kondisi kesulitan perusahaan yang ditandai dengan penurunan posisi keuangan yang terjadi sebelum kebangkrutan atau likuidasi sehingga terancam tidak bisa mempertahankan kelangsungan usahanya atau bangkrut. Pada penelitian ini, *financial distress* diwakili oleh *Earning Per Share* (EPS) sebagai variabel *dummy*. EPS atau pendapatan per lembar saham merupakan rasio untuk mengukur keberhasilan manajemen dalam mencapai keuntungan bagi pemegang saham. Perusahaan dengan EPS positif diberi kode 0 yang berarti bahwa perusahaan masih dalam kondisi yang stabil, sedangkan perusahaan dengan EPS negatif diberi kode 1 karena kinerja perusahaan tersebut dalam keadaan yang tidak stabil (Kristanti *et al.*, 2016).

Rumus EPS adalah:

$$EPS = \frac{\text{Laba saham biasa}}{\text{Jumlah saham biasa yang beredar}}$$

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Silalahi *et al.* (2018), rasio keuangan dan ukuran perusahaan berpotensi memiliki pengaruh terhadap *financial distress* pada perusahaan. Rasio keuangan menurut Kasmir (2019) terdiri dari 5 rasio yakni rasio solvabilitas, rasio likuiditas, rasio pertumbuhan, rasio profitabilitas, dan rasio aktivitas.

Menurut Kasmir (2019), rasio solvabilitas merupakan rasio yang digunakan untuk mengukur sejauh mana aktiva perusahaan dibiayai dengan utang. Rasio likuiditas adalah rasio yang digunakan untuk mengukur kemampuan perusahaan memenuhi kewajiban

(utang) jangka pendeknya. Pertumbuhan penjualan merupakan rasio yang menggambarkan suatu perusahaan dalam mempertahankan posisi ekonominya di tengah pertumbuhan perekonomian dan sektor usahanya. Rasio profitabilitas merupakan rasio untuk menilai kemampuan perusahaan dalam mencari keuntungan. Ukuran perusahaan adalah besar kecilnya perusahaan dapat diukur dengan total aktiva atau besar harta perusahaan menggunakan perhitungan nilai logaritma total aktiva. Rasio aktivitas merupakan rasio yang digunakan untuk mengukur kemampuan perusahaan dalam memanfaatkan sumber daya atau aktivitya.

Metode statistika yang dapat digunakan untuk menganalisis faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap terjadinya *financial distress* pada perusahaan adalah analisis *survival*. Analisis *survival* atau analisis ketahanan hidup adalah metode statistika dimana waktu hingga terjadinya kejadian merupakan peubah yang diperhatikan. Waktu dapat diukur dalam hari, minggu, bulan, atau tahun antara awal pengamatan sampai waktu peristiwa tersebut terjadi (Kleinbaum dan Klein, 2012). Ada 3 tipe penyensoran menurut Collett (2015), yaitu penyensoran kanan (*right censoring*), penyensoran kiri (*left censoring*), serta penyensoran interval (*interval censoring*).

Fungsi kepadatan peluang $f(t)$ merupakan probabilitas individu gagal dalam rentang waktu t sampai Δt . Fungsi kepadatan probabilitas adalah sebagai berikut.

$$f(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{P(t \leq T < t + \Delta t)}{\Delta t} \right] \quad (1)$$

Fungsi ketahanan hidup $S(t)$ adalah probabilitas bertahan hidup suatu individu dengan waktu *survival* waktu t ($t > 0$). Rumus fungsi *survival* yaitu:

$$S(t) = P(T \geq t) \quad (2)$$

Fungsi kegagalan $h(t)$ adalah probabilitas individu mengalami kegagalan pada rentang waktu $(t, t + \Delta t)$, dengan asumsi individu tersebut sudah bertahan hidup selama waktu t . Fungsi kegagalan $h(t)$ dirumuskan sebagai berikut.

$$h(t) = \lim_{\Delta t} \frac{P(t \leq T < t + \Delta t | T \geq t)}{\Delta t} = \frac{f(t)}{S(t)} \quad (3)$$

Distribusi yang umum dipakai pada pemodelan analisis *survival* adalah distribusi Weibull. Rumus fungsi densitas probabilitas dari distribusi Weibull 2 parameter dengan parameter skala (λ) dan parameter bentuk (γ) yakni sebagai berikut:

$$f(t) = \lambda \gamma t^{\gamma-1} \exp(-\lambda t^\gamma); \quad t \geq 0 \quad \gamma, \lambda > 0 \quad (4)$$

Rumus fungsi *survival* distribusi Weibull yakni:

$$S(t) = \exp(-\lambda t^\gamma) \quad (5)$$

Estimasi fungsi *hazard* distribusi Weibull dirumuskan melalui persamaan berikut.

$$h(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{\lambda \gamma t^{\gamma-1} \exp(-\lambda t^\gamma)}{\exp(-\lambda t^\gamma)} = \lambda \gamma t^{\gamma-1} \quad (6)$$

Parameter model ketahanan hidup parametrik dapat diestimasi menggunakan pendekatan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Fungsi probabilitas untuk data ketahanan hidup dengan n sampel pengamatan menurut Collett (2015) adalah:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \{f(t_i)\}^{\delta_i} \{S(t_i)\}^{1-\delta_i} \quad (7)$$

dimana:

$$\delta_i = \begin{cases} 0: & \text{apabila } i \text{ tersensor} \\ 1: & \text{apabila } i \text{ mengalami event} \end{cases}$$

Fungsi *likelihood* untuk data *survival* tersensor kanan adalah:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n \{ \lambda \gamma t_i^{\gamma-1} \}^{\delta_i} \exp(-\lambda t_i^\gamma) \quad (8)$$

Fungsi *log-likelihood* pada data tersensor kanan yakni:

$$\log L(\theta) = \sum_{i=1}^n [\delta_i \log \lambda + \delta_i \log \gamma + \delta_i (\gamma - 1) \log t_i - \lambda t_i^\gamma] \quad (9)$$

dengan:

$$\log \lambda = \boldsymbol{\beta}' \mathbf{X} = \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$

$\boldsymbol{\beta}' = [\beta_1 \dots \beta_p]$: vektor parameter regresi

$\mathbf{X} = [X_1 \dots X_p]'$: vektor kovariat atau peubah bebas

(O'Quigley dan Roberts, 1980)

Dengan demikian, persamaan (9) dapat dinyatakan sebagai berikut

$$\log L(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = \sum_{i=1}^n [\delta_i (\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) + \delta_i \log \gamma + \delta_i (\gamma - 1) \log t_i - t_i^\gamma \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X})] \quad (10)$$

Penduga parameter dapat diperoleh dengan memaksimumkan turunan pertama fungsi *log-likelihood* yaitu dengan mencari turunan pertamanya kemudian disamadengkan nol.

Turunan pertama dari *log-likelihood* yaitu:

$$\frac{\partial \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^n [\delta_i X_{ij} - \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) t_i^\gamma X_{ij}] \quad (11)$$

dan

$$\frac{\partial \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \gamma} = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\delta_i}{\gamma} + \delta_i \log t_i - \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) t_i^\gamma \log t_i \right] \quad (12)$$

Hasil yang diperoleh tidak *closed form* sehingga secara numerik iterasi Newton-Raphson diterapkan untuk mendapatkan estimasi parameter. Matriks Hessian kemudian dibentuk menggunakan turunan kedua fungsi *log-likelihood*.

Turunan kedua dari *log-likelihood*:

$$\frac{\partial^2 \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \beta_j \partial \beta_m} = - \sum_{i=1}^n t_i^\gamma X_{ij} X_{im} \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \gamma \partial \beta_m} = - \sum_{i=1}^n t_i^\gamma \log t_i \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \log L(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \gamma^2} = - \sum_{i=1}^n \left[\frac{\delta_i}{\gamma^2} + \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}) t_i^\gamma (\log t_i)^2 \right] \quad (15)$$

Rumus estimasi parameter dinyatakan dengan

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q+1)} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)} - [\mathbf{H}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)})]^{-1} g(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{(q)}), \quad q = 0, 1, \dots \quad (16)$$

dengan $q = 0, 1, 2, \dots$

Fungsi *baseline hazard* dalam model Weibull *Proportional Hazard* (PH) mengikuti fungsi *hazard* dari distribusi Weibull. Berikut ini model Weibull PH.

$$h(t, X) = \lambda \gamma t^{\gamma-1} \exp(\boldsymbol{\beta}' \mathbf{X}_i) \quad (17)$$

Model regresi *Cox PH* adalah model yang terdiri dari komponen parametrik dan non parametrik. Kleinbaum dan Klein (2012) menyatakan bahwa fungsi *hazard* diasumsikan proporsional dan tidak tergantung waktu. Model regresi *Cox PH* yakni:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp(\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_p X_p) \quad (18)$$

$$h(t, X) = h_0(t) \exp\left(\sum_{j=1}^p \beta_j X_j\right)$$

dengan:

$h(t, X)$: fungsi kegagalan individu ke- j di waktu ke- t

$h_0(t)$: fungsi kegagalan dasar

β_j : koefisien regresi ke- j

X_j : variabel independen ke- j

Hazard ratio diartikan sebagai pembagian antara tingkat risiko satu individu dengan individu lain. Rumus *Hazard Ratio* dinyatakan sebagai berikut:

$$\widehat{HR} = \frac{\widehat{h}_0(t) \exp(\sum_{j=1}^p \widehat{\beta}_j X_{ij}^*)}{\widehat{h}_0(t) \exp(\sum_{j=1}^p \widehat{\beta}_j X_{ij})} = \exp(\sum_{j=1}^p \widehat{\beta}_j (X_{ij}^* - X_{ij})) \quad (19)$$

$\widehat{\beta}_j$: koefisien regresi variabel ke- j , dengan $j = 1, 2, \dots, p$.

$\widehat{h}_0(t)$: estimasi fungsi kegagalan dasar

X_{ij} : variabel X ke- j , dengan $j = 1, 2, \dots, p$ individu ke- i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$
 X_{ij}^* : variabel X^* ke- j , dengan $j = 1, 2, \dots, p$ individu ke- i , dengan $i = 1, 2, \dots, n$

Teknik *Maximum Partial Likelihood Estimation* (MPLE) dapat dipakai untuk mengestimasi parameter regresi pada persamaan regresi Cox PH. Rumus fungsi *partial likelihood* adalah:

$$L(\beta) = \prod_{i=1}^r \frac{\exp(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij})}{\sum_{l \in R(t_{(i)})} \exp(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{lj})} \quad (20)$$

dengan:

x_{ij} : nilai variabel berdasarkan individu gagal saat waktu ke t_i

x_{lj} : nilai variabel individu bertahan serta bagian elemen dari $R(t_{(i)})$

$R(t_{(i)})$: himpunan risiko seluruh individu yang belum mengalami *event* saat ke t_i

Berdasarkan persamaan (20), fungsi *log partial likelihood* yaitu:

$$\ln L(\beta) = \sum_{i=1}^r \left[\left(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{ij} \right) - \ln \left(\sum_{l \in R(t_{(i)})} \exp \left(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{lj} \right) \right) \right] \quad (21)$$

Penduga β_j dapat diperoleh dengan memaksimalkan turunan pertama fungsi *log partial likelihood* yaitu dengan mencari solusi dari:

$$\frac{\partial \ln L(\beta)}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^r \left[\sum_{j=1}^p x_{ij} - \frac{\sum_{l \in R(t_{(i)})} \exp \left(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{lj} \right) \sum_{j=1}^p x_{lj}}{\sum_{l \in R(t_{(i)})} \exp \left(\sum_{j=1}^p \beta_j x_{lj} \right)} \right] = 0$$

nilai turunan pertama menghasilkan bentuk yang tidak *closed form* sehingga untuk mendapatkan nilai estimasi parameter digunakan metode numerik yaitu dengan iterasi Newton Raphson. Turunan pertama dan turunan kedua dari fungsi *partial likelihood* terhadap parameternya diperlukan dalam metode iterasi ini.

Misalkan X_1, X_2, \dots, X_p merupakan komponen linier dari model *proportional hazard* terdiri dari p variabel penjelas dan $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$ adalah estimasi koefisien dari variabel. Estimasi fungsi *hazard* untuk individu ke- i (Collet, 2015) adalah

$$\hat{h}_i(t) = \exp(\hat{\beta}' x_i) \hat{h}_0(t) \quad (22)$$

Estimasi fungsi *baseline hazard* adalah

$$\hat{h}_0(t_{(j)}) = 1 - \hat{\xi}_j \quad (23)$$

dengan,

$$\hat{\xi}_j = \left(1 - \frac{\exp(\hat{\beta}' x_{(j)})}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\hat{\beta}' x_{(l)})} \right)^{\exp(-\hat{\beta}' x_{(j)})} \quad (24)$$

digunakan jika hanya ada satu individu yang mengalami kejadian pada waktu ke- $t_{(i)}$

$$\hat{\xi}_j = \exp \left(\frac{-m_j}{\sum_{l \in R(t_{(j)})} \exp(\hat{\beta}' x_l)} \right) \quad (25)$$

digunakan jika terdapat kejadian bersama.

$x_{(j)}$ adalah vektor dari variabel penjelas untuk objek yang mengalami *event* pada saat waktu $t_{(j)}$. m_j adalah jumlah individu yang mengalami *event* pada waktu ke- $t_{(j)}$ dan $R(t_{(j)})$ merupakan kumpulan individu yang berisiko mengalami *event* pada waktu $t_{(j)}$ yang telah diurutkan.

Fungsi *baseline survival* adalah sebagai berikut:

$$\hat{S}_0(t) = \prod_{j=1}^k \hat{\xi}_j \quad (26)$$

Nilai estimasi *baseline survivor function* adalah nol untuk $t > t_{(r)}$. Nilai estimasi *cumulative baseline hazard function* yakni:

$$\hat{H}_0(t) = -\log \hat{S}_0(t) = -\sum_{j=1}^k \log \hat{\xi}_j \quad \text{dimana } k = 1, 2, \dots, r \quad (27)$$

Kejadian bersama adalah kondisi dua objek atau lebih yang mengalami kejadian pada saat yang bersamaan ataupun memiliki nilai waktu *survival* yang sama (Collett, 2015). *Ties* dalam data dapat menimbulkan masalah ketika menghitung *partial likelihood* yakni saat menentukan anggota himpunan risiko (Xin, 2011). Pendekatan *Efron* adalah salah satu metode untuk menaksir *partial likelihood* pada data *ties*.

Penghitungan menggunakan pendekatan *Efron* lebih mudah, cepat, dan tepat, terutama jika datanya menyertakan banyak *ties* (Allison, 2010). Klein dan Moeschberger (2003) merumuskan persamaan *partial likelihood* pendekatan *Efron* yaitu:

$$L(\beta_{Efron}) = \prod_{i=1}^D \frac{\exp(\beta' s_i)}{\prod_{j=1}^{d_i} \left[\sum_{l \in R_{t_i}} \exp(\beta' x_l) - \frac{j-1}{d_i} \sum_{k \in D_i} \exp(\beta' x_k) \right]} \quad (28)$$

dengan:

$L(\beta_{Efron})$: *partial likelihood* dengan pendekatan *Efron*

s_i : jumlah nilai variabel independen (X_j) saat waktu kejadian bersama

X_l : variabel independen yang masih bertahan dan komponen dari R_t

d_i : banyak kejadian bersama (*ties*) pada waktu t_i

D : himpunan indeks i dari semua waktu kejadian

Salah satu cara untuk menguji asumsi *proportional hazard* yakni dengan pendekatan *Goodness of Fit* memakai *Schoenfeld residual*. Kleinbaum dan Klein (2012) menguraikan langkah-langkah pengujian asumsi PH meliputi:

1. Membuat model *Cox* PH dengan *Schoenfeld residual* untuk setiap individu pada variabel independen.
2. Membuat variabel yang menunjukkan peringkat waktu bertahan hidup.
3. Melakukan pengujian korelasi pada peringkat ketahanan hidup dengan *Schoenfeld residuals*.

Asumsi *proportional hazard* tidak terpenuhi jika hipotesis nol (H_0) ditolak.

Rumus mencari nilai *Schoenfeld residual* menurut Lee dan Wang (2003) adalah:

$$R_{ji} = \delta_i \left(x_{ji} - \frac{\sum_{l \in R(t_i)} x_{jl} \exp(\beta' x_l)}{\sum_{l \in R(t_i)} \exp(\beta' x_l)} \right) \quad j = 1, 2, \dots, p; i = 1, 2, \dots, n \quad (29)$$

Pengujian signifikansi parameter pada model Weibull *Proportional Hazard* dan *Cox Proportional Hazard* diperlukan agar bisa mengidentifikasi apakah variabel independen mempengaruhi model. Pada penelitian ini, uji simultan menggunakan pengujian *likelihood ratio* sementara uji parsial memakai uji Wald.

Pengujian serentak menggunakan *Likelihood Ratio* bertujuan untuk mengetahui apakah parameter β_j secara bersama-sama berpengaruh secara nyata terhadap model yang terbentuk. Statistika uji ini mengikuti distribusi *chi-square* dengan derajat bebas p (banyaknya variabel independen) yang dinotasikan dengan G . Hipotesis uji *ratio likelihood* adalah sebagai berikut:

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$ (variabel independen tidak memiliki pengaruh terhadap waktu tahan hidup secara simultan)

H_1 : minimal satu $\beta_j \neq 0$ dimana $j = 1, 2, \dots, p$ (minimal ada salah satu variabel independen yang memiliki pengaruh terhadap waktu tahan hidup secara simultan)

Statistika uji yang digunakan adalah:

$$G = -2[\ln L_R - \ln L_f] \quad (30)$$

(Collett, 2015)

dimana:

$$\ln L_R = \sum_{i=1}^r \left[0 - \log \left[\sum_{i \in R(t_i)} \exp(0) \right] \right]$$

$$\ln L_f = \log L(\beta)$$

dengan:

G : statistika uji secara simultan

L_R : log *partial likelihood* model tanpa menyertakan variabel bebas

L_f : log *partial likelihood* dari model dengan menyertakan variabel bebas

Pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, H_0 ditolak jika $p\text{-value} < \alpha$ atau $G \geq \chi^2_{\alpha, db=p}$ yang berarti terdapat salah satu atau beberapa dari variabel independen berpengaruh terhadap variabel dependen

Pengujian secara parsial bertujuan untuk mengetahui variabel independen mana saja yang berpengaruh secara signifikan terhadap variabel dependen. Pengujian parsial dapat dilakukan dengan menggunakan uji *Wald* yang mengikuti distribusi asimtotik normal standar dengan hipotesis:

$H_0 : \beta_j = 0$ (variabel independen j tidak mempengaruhi waktu tahan hidup)

$H_1 : \beta_j \neq 0$ (variabel independen j mempengaruhi waktu tahan hidup)

Statistika uji yang digunakan adalah:

$$Z = \left[\frac{\hat{\beta}_j}{SE\hat{\beta}_j} \right] \quad (31)$$

(Collett, 2015)

Pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$, H_0 ditolak jika $|Z| > Z_{(\alpha/2)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$ yang berarti variabel independen j berpengaruh terhadap variabel dependen

Pemilihan model yang lebih sesuai untuk diterapkan pada penelitian ini menggunakan nilai *Akaike's Information Criteria* (AIC). Model dengan nilai AIC terendah adalah model yang paling efektif. Persamaan nilai AIC ditunjukkan sebagai berikut:

$$AIC = -2 \log \hat{L}(\hat{\theta}) + 2k \quad (31)$$

dengan:

\hat{L} : Nilai *likelihood*

k : Jumlah parameter β

3. METODE PENELITIAN

Data pada penelitian ini merupakan jenis data sekunder berupa data keuangan perusahaan sektor infrastruktur, utilitas, dan transportasi di Indonesia dari tahun 1990-2021 sebanyak 74 perusahaan dengan jumlah perusahaan tersensor sebanyak 28 perusahaan dan yang tidak tersensor sebanyak 46 perusahaan. Data keuangan diperoleh dari *software platform* penyedia data keuangan yaitu Bloomberg *Financial Laboratory* Fakultas Ekonomika dan Bisnis (FEB) Universitas Diponegoro. Variabel yang dipakai pada penelitian yakni lamanya waktu *survival*, status perusahaan, Rasio Solvabilitas (X_1), Rasio Likuiditas (X_2), Rasio Pertumbuhan (X_3), Rasio Profitabilitas (X_4), Ukuran Perusahaan (X_5), serta Rasio Aktivitas (X_6).

Tahapan analisis data pada penelitian ini meliputi:

1. Melakukan analisis deskriptif.
2. Melakukan uji distribusi pada data waktu *survival* (T) memakai statistika uji *Kolmogorov Smirnov*.
3. Membuat model awal Weibull *Proportional Hazard* dan regresi *Cox Proportional Hazard* pendekatan *Efron*.

4. Melakukan pengujian asumsi *proportional hazard* pada variabel independen.
5. Melakukan uji signifikansi parameter secara simultan dari model Weibull PH dan regresi *Cox* PH melalui pendekatan *Efron*.
6. Melakukan pengujian signifikansi parameter secara parsial.
7. Membentuk model akhir Weibull PH serta regresi *Cox* PH melalui pendekatan *Efron*.
8. Melakukan interpretasi terhadap model Weibull PH serta regresi *Cox* PH melalui pendekatan *Efron* menggunakan *hazard ratio*.
9. Membandingkan model Weibull PH dan model regresi *Cox* PH melalui pendekatan *Efron* menggunakan nilai AIC.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengolahan data menggunakan *software* R dan Microsoft Excel. Hasil analisis model Weibull *Proportional Hazard* untuk pengujian distribusi waktu *survival* menggunakan statistika uji Kolmogorov-Smirnov. Berdasarkan hasil pengujian didapatkan nilai $D_{hitung} (0,8935) < D_{tabel} (1,3211)$ atau $p\text{-value} (0,4017) > \alpha(0,05)$ sehingga waktu *survival* berdistribusi Weibull.

Model awal Weibull *Proportional Hazard* adalah:

$$h(t, X) = 0,065336 t^{0,31514} \exp(-0,96365X_1 + 0,03529X_2 + 0,23568X_3 - 4,87411X_4 + 0,00057X_5 + 0,17958X_6) \quad (32)$$

Setelah model awal Weibull *Proportional Hazard* didapatkan, maka dilakukan pengujian signifikansi model secara serentak dengan uji rasio likelihood.

Tabel 2. Pengujian Signifikansi Model Awal

Variabel	Z	p-value	Keputusan
X ₁	1,29	0,19587	Gagal Tolak H ₀
X ₂	-2,70	0,00688	Tolak H ₀
X ₃	-0,39	0,69340	Gagal Tolak H ₀
X ₄	3,76	0,00017	Tolak H ₀
X ₅	-0,01	0,98806	Gagal Tolak H ₀
X ₆	-0,50	0,61848	Gagal Tolak H ₀
<i>Likelihood Ratio</i>	G = 23,93	0,00054	Tolak H ₀

Berdasarkan hasil pengujian rasio likelihood dapat disimpulkan bahwa minimal ada satu variabel independen mempengaruhi waktu *survival* perusahaan karena $(G = 23,93) > (\chi_{0,05;6}^2 = 12,5916)$ atau $(p\text{-value} = 0,00054) < (\alpha = 0,05)$. Uji Wald kemudian digunakan untuk menentukan variabel independen yang berpengaruh terhadap waktu *survival* perusahaan.

Berdasarkan informasi pada Tabel 2 dapat disimpulkan bahwa variabel X₁, X₃, X₅, X₆ tidak signifikan pada model secara parsial karena nilai $|Z_{hit}| < Z_{0,025} = 1,96$ atau $p\text{-value}$ yang melebihi $\alpha = 0,05$. Eliminasi *backward* selanjutnya digunakan untuk mengeluarkan variabel independen yang tidak signifikan tersebut.

Tabel 3. Pengujian Signifikansi Model Akhir

Variabel	Z	p-value	Keputusan
X ₂	-3,14	0,0017	Tolak H ₀
X ₄	4,23	2,4e-05	Tolak H ₀
<i>Likelihood Ratio</i>	G = 20,8	3e-05	Tolak H ₀

Berdasarkan uji rasio likelihood model akhir, dapat disimpulkan bahwa minimal ada satu variabel independen yang berpengaruh terhadap waktu *survival* perusahaan dikarenakan $(G = 20,8) > (\chi_{0,05;2}^2 = 5,9915)$ atau $(p\text{-value} = 3e-05) < (\alpha = 0,05)$. Uji Wald selanjutnya digunakan untuk menentukan variabel independen yang berpengaruh terhadap waktu *survival* perusahaan.

Variabel rasio likuiditas (X_2) dan rasio profitabilitas (X_4) signifikan terhadap model secara parsial. Seluruh variabel pada model sudah signifikan sehingga didapatkan model akhir Weibull PH yakni sebagai berikut:

$$h(t, X) = 0,05538t^{0,27672} \exp(0,03662X_2 - 4,60831X_4) \quad (33)$$

Interpretasi model Weibull PH didapatkan hasil bahwa semakin bertambahnya rasio likuiditas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,03730 kali lebih besar dan semakin bertambahnya rasio profitabilitas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,99003 kali lebih kecil.

Metode selanjutnya adalah model semiparametrik menggunakan regresi Cox PH. Model awal regresi Cox PH yakni:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp(-0,838973 X_1 + 0,039113 X_2 - 0,004890 X_3 - 5,216578 X_4 + 0,010685 X_5 + 0,273424 X_6) \quad (34)$$

Uji formal *Goodness of Fit* memakai *Schoenfeld Residual* dilakukan untuk menguji asumsi PH

Tabel 4. Pengujian Asumsi *Proportional Hazard*

Variabel	rho	p-value	Keputusan
X ₁	0,095841892	0,6555644	Gagal Tolak H ₀
X ₂	-0,051581526	0,5086404	Gagal Tolak H ₀
X ₃	-0,153010353	0,3595769	Gagal Tolak H ₀
X ₄	0,100384835	0,9087271	Gagal Tolak H ₀
X ₅	-0,008191042	0,9827105	Gagal Tolak H ₀
X ₆	0,118851683	0,6872876	Gagal Tolak H ₀

Semua variabel pada Tabel 4 memiliki nilai $|r_{hitung}| < r_{(72;0,025)} = 0,2287$ atau *p-value* yang melebihi $\alpha = 5\%$ sehingga didapat kesimpulan bahwa asumsi *proportional hazard* terpenuhi untuk seluruh variabel. Pengujian signifikansi model selanjutnya dilakukan secara simultan menggunakan *likelihood ratio* dan secara parsial dengan uji Wald.

Tabel 5. Pengujian Signifikansi Model Awal

Variabel	Z	p-value	Keputusan
X ₁	-1,195	0,23197	Gagal tolak H ₀
X ₂	2,711	0,00671	Tolak H ₀
X ₃	-0,008	0,99350	Gagal tolak H ₀
X ₄	-4,023	5,74e-05	Tolak H ₀
X ₅	0,276	0,78217	Gagal tolak H ₀
X ₆	0,751	0,45292	Gagal tolak H ₀
<i>Likelihood Ratio</i>	G = 25,09	3e-04	Tolak H ₀

Berdasarkan hasil pengujian secara simultan dengan *likelihood ratio* didapat kesimpulan bahwa terdapat satu atau lebih variabel independen mempengaruhi waktu ketahanan hidup perusahaan karena $(G = 25,09) > (\chi^2_{0,05;6}) = 12,5916$ atau $(p\text{-value} = 3e-04) < \alpha = 0,05$. Uji Wald kemudian digunakan untuk menentukan pengaruh variabel independen terhadap waktu *survival* perusahaan.

Berdasarkan Tabel 5 didapat kesimpulan variabel X₁, X₃, X₅, serta X₆ tidak berpengaruh signifikan secara parsial pada waktu *survival* karena nilai $|Z_{hit}| < Z_{0,025} = 1,96$ atau *p-value* yang melebihi $\alpha = 0,05$. Eliminasi *backward* kemudian dilakukan untuk mengeluarkan variabel independen yang tidak signifikan tersebut.

Tabel 6. Pengujian Signifikansi Model Akhir

Variabel	Z	p-value	Keputusan
X ₂	3,181	0,00147	Tolak H ₀
X ₄	-4,655	3,24e-06	Tolak H ₀
<i>Likelihood Ratio</i>	G = 22,27	1e-05	Tolak H ₀

Berdasarkan uji *likelihood ratio* model akhir, dapat disimpulkan ada salah satu atau lebih variabel independen yang mempengaruhi waktu *survival* sebab $(G = 22,27) > (\chi_{0,05;2}^2 = 5,9915)$ atau $(p\text{-value} = 1e-05 < \alpha = 0,05)$. Uji Wald kemudian digunakan untuk menentukan pengaruh variabel independen terhadap waktu *survival* perusahaan.

Berdasarkan Tabel 6 dapat disimpulkan variabel rasio likuiditas (X_2) serta rasio profitabilitas (X_4) secara parsial signifikan terhadap model dikarenakan nilai $|Z_{hit}| > Z_{0,025} = 1,96$ atau $p\text{-value}$ kurang dari $(\alpha = 0,05)$. Semua variabel pada model telah signifikan sehingga didapatkan model akhir regresi *Cox PH* pendekatan *Efron* adalah:

$$h(t, X) = h_0(t) \exp(0,041026X_2 - 4,883295X_4) \quad (35)$$

Perhitungan nilai estimasi *baseline hazard function*, *survival function*, *baseline cumulative hazard function* dapat dilakukan dengan menghitung nilai $\hat{\xi}_j$ terlebih dahulu.

Tabel 7. Nilai $\hat{\xi}_j, \hat{h}_0(t), \hat{S}_0(t), \hat{H}_0(t)$

Time	$\hat{\xi}_j$	$\hat{h}_0(t)$	$\hat{S}_0(t)$	$\hat{H}_0(t)$
1	0,9686	0,0314	0,9686	0,0319
2	0,9609	0,0391	0,9308	0,0717
3	0,9561	0,0439	0,8899	0,1167
4	0,9192	0,0808	0,8180	0,2009
5	0,9470	0,0530	0,8102	0,2104
6	0,9356	0,0644	0,7248	0,3219
7	0,9195	0,0805	0,6664	0,4058
8	0,9483	0,0517	0,6320	0,4589
9	0,6801	0,3199	0,4298	0,8444
10	1,0000	0,0000	0,4298	0,8444
12	1,0000	0,0000	0,4298	0,8444
14	0,9308	0,0692	0,4001	0,9161
15	0,9054	0,0946	0,3622	1,0155
18	0,8819	0,1181	0,3194	1,1412
20	0,8388	0,1612	0,2679	1,3170
21	0,7391	0,2609	0,1980	1,6194
27	0,4646	0,5354	0,0920	2,3859

Tabel 7 berisi inferensi statistik meliputi taksiran nilai $\hat{\xi}_j, \hat{h}_0(t), \hat{S}_0(t)$, dan $\hat{H}_0(t)$ dimana nilai $\hat{h}_0(t)$ yang didapatkan merupakan nilai *baseline hazard function* di persamaan *Cox PH*.

Interpretasi model regresi *Cox PH* melalui pendekatan *Efron*, diperoleh hasil bahwa semakin bertambahnya rasio likuiditas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,041879 kali lebih besar dan semakin bertambahnya rasio profitabilitas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,992428 kali lebih kecil.

Pemilihan model yang lebih sesuai dilakukan dengan menggunakan nilai AIC. Nilai AIC dari masing-masing model dapat dilihat pada Tabel 8.

Tabel 8. Pemilihan Model yang Sesuai

Model	Variabel yang Signifikan	AIC
Weibull <i>Proportional Hazard</i>	X_2, X_4	282,117
<i>Cox Proportional Hazard</i>	X_2, X_4	308,2404

Berdasarkan Tabel 8 dapat diketahui model Weibull PH merupakan model yang lebih sesuai pada penelitian ini dikarenakan mempunyai nilai AIC lebih kecil dibandingkan dengan model regresi *Cox PH* dengan pendekatan *Efron*.

5. KESIMPULAN

Model Weibull PH memiliki AIC yang lebih kecil dari regresi Cox PH dengan pendekatan Efron sehingga dapat dikatakan model lebih sesuai untuk mengetahui variabel-variabel yang mempengaruhi waktu ketahanan hidup perusahaan sektor infrastruktur, utilitas, serta transportasi di Indonesia. Model akhir Weibull PH ditunjukkan pada persamaan berikut.

$$h(t, X) = 0,05538t^{0,27672} \exp(0,03662X_2 - 4,60831X_4)$$

Model akhir Regresi Cox PH menggunakan pendekatan Efron yaitu:

$$h(t) = h_0(t) \exp(0,041026X_2 - 4,883295X_4)$$

Variabel-variabel yang memiliki pengaruh terhadap terjadinya kesulitan keuangan (*financial distress*) di perusahaan adalah rasio likuiditas dan rasio profitabilitas. Interpretasi model menggunakan Weibull PH diperoleh hasil bahwa semakin bertambahnya rasio likuiditas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,03730 kali lebih besar dan semakin bertambahnya rasio profitabilitas pada perusahaan, maka kemungkinan perusahaan untuk terjadi *financial distress* 0,99003 kali lebih kecil.

DAFTAR PUSTAKA

- Allison, P. D. 2010. *Survival Analysis Using SAS: A Practical Guide, Second Edition*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Collett, D. 2015. *Modelling Survival Data in Medical Research*. Edisi Ketiga. New York: Chapman and Hall.
- Kasmir. 2019. *Analisis Laporan Keuangan*. Jakarta: PT Raja Grafindo Persada.
- Klein, J. P., dan Moeschberger, M. L. 2003. *Survival Analysis Techniques for Censored and Truncated Data*. New York: Springer-Verlag.
- Kleinbaum, D. G., dan Klein, M. 2012. *Survival Analysis: A Self-Learning Text*. New York: Springer.
- Kristanti, F. T., Rahayu, S., dan Huda, A. N. 2016. The Determinant of Financial Distress on Indonesian Family Firm. *Procedia - Social and Behavioral Sciences* No. 219 Hal: 440–447. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042816300787/pdf> DOI: [10.1016/j.sbspro.2016.05.018](https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2016.05.018)
- Lee, E. T., dan Wang, J. W. 2003. *Statistical Methods for Survival Data Analysis* (Third). New York: John Wiley & Sons, Inc.
- O'Quigley, J., dan Roberts, A. 1980. Weibull: A Regression Model for Survival Time Studies. *Computer Programs in Biomedicine* Vol. 12, Hal: 14–18. DOI: [10.1016/0010-468X\(80\)90106-3](https://doi.org/10.1016/0010-468X(80)90106-3)
- Platt, H. D., dan Platt, M. B. 2002. Predicting Corporate Financial Distress: Reflections on Choice-Based Sample Bias. *Journal of Economics and Finance* Vol. 26, No. 2, Hal: 184–199. DOI: [10.1007/BF02755985](https://doi.org/10.1007/BF02755985)
- Prabawati, S., Nasution, Y. N. and Wahyuningsih, S. 2018. Analisis Survival Data Kejadian Bersama dengan Pendekatan Efron Partial Likelihood (Studi Kasus: Lama Masa Studi Mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Mulawarman Angkatan 2011), *Jurnal Eksponensial* Vol. 9, No. 1, Hal: 75–84. <http://jurnal.fmipa.unmul.ac.id/index.php/exponensial/article/view/278/130>
- Pranita, K. R., dan Kristanti, F. T. 2020. Analisis *Financial Distress* Menggunakan Analisis Survival. *Nominal: Barometer Riset Akuntansi Dan Manajemen*, Vol. 9, No. 2, Hal: 62–79. <https://journal.uny.ac.id/index.php/nominal/article/view/30917/13698> DOI: [10.21831/nominal.v9i2.30917](https://doi.org/10.21831/nominal.v9i2.30917)
- Silalahi, H. R. D., Kristanti, F. T., dan Muslih, M. 2018. Perusahaan Sub-Sektor Transportasi yang Terdaftar di Bursa Efek Indonesia (BEI) Periode 2013-2016. *E-Proceeding of Management*, Vol 5, No. 1, Hal: 796–802.

- Xin, X. 2011. *A Study of Ties and Time Varying Covariate in Cox Proportional Hazard Model*. The University of Guelph.
- Yoza, N. N., dan Syofyan, E. 2021. Pengaruh Penerapan *Good Corporate Governance* dan Struktur Kepemilikan terhadap Kinerja Perusahaan: Studi Empiris pada Perusahaan Non Keuangan. *Jurnal Eksplorasi Akuntansi* Vol. 3, No. 4, Hal: 720-733.
<http://jea.ppi.unp.ac.id/index.php/jea/article/view/398/316>
DOI: [10.24036/jea.v3i4.398](https://doi.org/10.24036/jea.v3i4.398)
- Zhang, Z. 2016. Parametric Regression Model for Survival Data: Weibull Regression Model As An Example. *Annals of Translational Medicine* Vol. 4, No. 24. Hal: 1-8.
<https://atm.amegroups.com/article/view/11446/pdf>
DOI: [10.21037/atm.2016.08.45](https://doi.org/10.21037/atm.2016.08.45)