ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 12, Nomor 1, Tahun 2023, Halaman 81 - 91
Online di: https://ejournal3.undip.ac.id/index.php/gaussian/

PENGUKURAN NILAI RISIKO PORTOFOLIO SAHAM PADA INDEKS LQ45 DI BIDANG TELEKOMUNIKASI MENGUNAKAN METODE KOPULA CLAYTON

Salsabila Syifa Binsanno[1*], Sudarno[2], Di Asih I Maruddani[3]
[1,2,3] Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
***e-mail: syifasanno@gmail.com**

DOI: 10.14710/j.gauss.12.1.81-91

Article Info:
Received: 2022-06-08
Accepted: 2022-12-12
Available Online: 2023-05-04

Keywords:
Portofolio; Clayton Copula; ARIMA-ARCH/GARCH; Value at Risk.

Abstract: The characteristic of copula is non strict on certain distribution assumptions, can explain nonlinier relationship, and easily construct distribution through the marginals that do not need to come from the same distribution family. Copula will be useful for stock data that has price charts fluctuate rapidly and risk will always follow in investing. The relation between risk and copula in this study is to calculate the risk value in the stock portfolio using VaR with the generation of Monte Carlo simulation through Clayton copula on four companies engaged in telecommunications sector, namely EXCL.JK (PT XL Axiata Tbk), TLKM.JK (PT Telekomunikasi Indonesia Tbk), TOWR.JK (PT Sarana Menara Nusantara Tbk), and TBIG.JK (PT Tower Bersama Infrastructure Tbk) for period 2 January 2020 to 31 December 2021. This study resulted that the selected stock portfolios are EXCL and TBIG which had the highest risk value of -0,062741 at 99% confidence level, so when an investor will invest Rp100.000.000,00 the maximum estimated risk is Rp.6.274.100 within one day.

1. PENDAHULUAN

Investasi pada aset finansial bermanfaat untuk mengurangi tekanan inflasi dan memperoleh kehidupan yang layak di masa mendatang (Tandelilin, 2010). Investasi saham menyalurkan sumber dana yang ada saat ini dengan harapan mendapatkan laba pada masa mendatang dengan cara membelinya berupa saham. Saham merupakan bukti kepemilikan dalam suatu perusahaan dan pemiliknya dikenal sebagai pemegang saham. Hal yang harus dipahami oleh investor yaitu risiko yang selalu mengikuti *return* (Adnyana, 2020).

Analisis saham dengan membentuk portofolio merupakan cara yang dapat digunakan untuk memaksimalkan *return* yang diharapkan (Prihatiningsih, et al., 2020). Pembentukan portofolio sangat sulit karena dalam membentuk portofolio terdapat banyak kesempatan (Adnyana, 2020). Investor harus memiliki strategi yang baik dalam investasi saham. *Value at Risk* (VaR) dapat digunakan untuk mengukur risiko secara statistik dengan memerkirakan maksimum kerugian yang dapat terjadi dalam portofolio dengan tingkat kepercayaan tertentu (Best, 1998). VaR memiliki tiga metode utama untuk mengukur yaitu simulasi historis, simulasi Monte Carlo dan pendekatan varian-kovarian. Metode yang paling unggul dalam mengukur nilai risiko diantara ketiga model tersebut adalah simulasi Monte Carlo, karena dapat mengukur risiko yang berbeda-beda (Maruddani & Purbowati, 2009).

Menurut Rinadi *et al.* (2019), kopula tidak ketat pada asumsi sebaran data berdistribusi tertentu, dapat menggambarkan hubungan non-linier, dan mudah membangun distribusi bersama melalui marginal dari variabel acak yang tidak harus berasal dari keluarga distribusi yang sama. Sifat tersebut akan cocok dengan data saham yang memiliki grafik perubahan yang drastis dan befluktuasi secara cepat.

Terdapat tiga keluarga kopula yang paling menonjol yaitu kopula Archimedian, kopula Eliptik (*elliptical copula),* dan kopula Marshall-Okin. Kopula Archimedian terdiri dari tiga kelas yaitu kopula Frank, kopula Gumbel, dan kopula Clayton. Menganalisis kasus bivariat paling sering digunakan oleh kopula Archimedian dikarenakan fungsi kopula mudah didefinisikan dan kelas yang terdapat di kopula Archimedian memiliki generator yang berbeda (Nurcahyani, et al., 2016).

Salah satu kelas pada kopula Archimedian adalah kopula Clayton, nilai-nilai yang rendah diberikan kopula Clayton dengan peluang yang hampir besar sehingga dapat diartikan bahwa kopula Clayton memiliki kebergantungan ekor bawah (Fitriawati, et al., 2020). Model kopula Clayton bisa didapatkan dengan pendekatan dari korelasi. Penelitian ini menggunakan korelasi Kendall tau untuk menguji hipotesis dan mendapatkan estimasi parameter kopula.

Penelitian ini akan mengukur nilai risiko dengan metode simulasi Monte Carlo menggunakan pendekatan kopula Clayton dan korelasi Kendall tau pada empat perusahaan yang termasuk ke dalam bidang telekomunikasi yaitu EXCL.JK (PT XL Axiata Tbk), TLKM.JK (PT Telekomunikasi Indonesia Tbk), TOWR.JK (PT Sarana Menara Nusantara Tbk), dan TBIG.JK (PT Tower Bersama Infrastructure Tbk).

2. TINJAUAN PUSTAKA

Risiko dapat didefinisikan sebagai *return* yang diharapkan berbeda dengan *return* aktual. Hubungan antara risiko dari investasi dan *return* yang diharapkan merupakan hubungan linier satu arah, yang dapat diartikan bahwa ketika *return* yang diharapakan semakin tinggi, maka tingkat risiko juga akan semakin tinggi (Tandelilin, 2010). Menurut Jorion (2007), terdapat dua cara dalam menghiung *return* yaitu *return* geometrik dan *return* aritmatik. *Return* secara geometrik dapat dirumuskan pada persamaan (1)

$$R_t = ln\frac{P_t}{P_{t-1}} \tag{1}$$

P_t adalah harga saham pada periode *t* dan P_{t-1} adalah harga saham pada periode t-1.

Data yang dikumpulkan dan diurutkan berdasarkan waktu tertentu dapat disebut data runtun waktu (Makridakis, et al., 1997). Model ARIMA (*Auto Regressive Integrated Moving Average*) merupakan salah satu model data runtun waktu yang terkenal (Juanda & Junaidi, 2011). Menurut Pankratz (1983), model ARIMA *Box-Jenkins* dapat dituliskan pada persamaan (2)

$$\emptyset_p(B)(1-B)^d Y_t = \theta_q(B)\, e_t \tag{2}$$

dengan:

$\emptyset$ = parameter *autoregressive*
θ = parameter *moving average*
e_t = residual acak (*white noise*)
$B =$ operator *back shift*

Metode analisis runtun waktu seperti metode ARIMA, memerlukan syarat stasioneritas (Juanda & Junaidi, 2011). Menurut Handini et al. (2018), stasioneritas dalam varian dapat diujikan menggunakan uji Box-Cox dan bentuk umum transformasi Box-Cox disajikan pada persamaan (3)

$$y = \begin{cases} \frac{x^{\lambda}-1}{\lambda}, & \text{untuk } \lambda \neq 0 \\ ln(x), & \text{untuk } \lambda = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Menurut Juanda dan Junaidi (2011), uji *Augmented Dickey-Fuller* dapat digunakan untuk menguji stasioner dalam *mean* yang mempunyai bentuk umum pada persamaan (4)

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Delta Y_{t-i} + e_t \tag{4}$$

Model ARIMA merupakan model runtun waktu yang terdiri dari model *Autoregressive* (AR), *Differencing*, dan model *Moving Average* (MA) (Makridakis et al., 1997). Model diseleksi dengan cara mengecek data, ACF, dan PACF untuk identifikasi model yang potensial. Menurut Juanda dan Junaidi (2011), Pola ACF dan PACF dapat dituliskan pada Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 1. Pola ACF dan PACF

No	Model	ACF	PACF
1	AR(p)	Eksponensial dan *sinewave*	Menurun drastis pada *lag* tertentu (*cut off*)
2	MA(q)	Menurun drastis pada *lag* tertentu (*cut off*)	Eksponensial dan *sinewave*
3	ARMA(p,q)	Eksponensial dan *sinewave*	Eksponensial dan *sinewave*

Autocorrelation Function dapat membantu untuk mengidentifikasi jika nilai sebelumnya mengandung informasi mengenai nilai berikutnya dan melihat hubungan antara pengamatan (Makridakis et al., 1997). Menurut Pankratz (1983), pendugaan nilai ACF dapat ditulis pada persamaan (5)

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k}(Y_t-\bar{Y})(Y_{t+k}-\bar{Y})}{\sum_{t=1}^{n}(Y_t-\bar{Y})^2} \quad (5)$$

dengan:

γ_k= koefisien autokorelasi pada *lag* ke-k

Z_t= data pengamatan waktu ke-t

Partial Autocorrelation Function merupakan ukuran dari korelasi yang digunakan untuk menentukan tingkat hubungan antara nilai variabel saat ini dan nilai sebelumnya, sementara untuk efek dari waktu lainnya adalah tetap (Makridakis et al., 1997). Menurut Pankratz (1983), pendugaan nilai PACF dapat dituliskan pada persamaan (6)

$$\emptyset_{kk} = \frac{\gamma_k-\sum_{j=1}^{k-1}\emptyset_{k-1,j}\gamma_{k-j}}{1-\sum_{j=1}^{k-1}\emptyset_{k-1,j}\gamma_j} \quad (6)$$

dengan:

$\emptyset_{kk}$ = koefisien autokorelasi parsial pada *lag kk*

γ_{k-j}= koefisien autokorelasi pada *lag* (*k*-*j*)

Model yang diperoleh dari tahap sebelumnya digunakan untuk uji signifikansi parameter. Menurut Lembang (2014), statistik uji untuk pengujian signifikansi parameter dituliskan pada persamaan (7) dan (8)

$$\text{AR mempunyai t-hitung} = \frac{\hat{\emptyset}}{SE(\hat{\emptyset})} \quad (7)$$

$$\text{MA mempunyai t-hitung} = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})} \quad (8)$$

Menurut Makridakis et al. (1997), untuk melakukan uji independensi residual dapat diuji menggunakan tes *Portmanteau*. Salah satu tes *Portmanteau* adalah tes *Ljung-Box* dengan rumus dituliskan pada persamaan (9)

$$Q^* = n(n+2)\sum_{k=1}^{h}(n-k)^{-1}e_k^2 \quad (9)$$

dengan:

k = jumlah lag

e_k = autokorelasi residual pada lag ke-k

Uji normalitas adalah cara yang dapat digunakan untuk mengetahui data berdistribusi normal atau tidak. Menurut Von dan Hain (2010), Uji *Jarque-Bera* dapat digunakan untuk menguji normalitas residual yang dapat ditulis pada persamaan (10)

$$JB = n\left(\frac{\left(\sqrt{b_1}\right)^2}{6}+\frac{(b_2-3)^2}{24}\right) = \frac{n}{6}\left(\left(\sqrt{b_1}\right)^2+\frac{(b_2-3)^2}{4}\right) \quad (10)$$

dengan:
$\sqrt{b_1}$ = *skewness*
b_2 = kurtosis

Akaike pada tahun 1973 memperkenalkan kriteria informasi yang disebut AIC (*Akaike's Information Criterion*) untuk menilai kualitas model yang cocok (Wei, 2006). AIC dapat dituliskan pada persamaan (11)

$$AIC(M) = nln\hat{\sigma}_a^2 + 2M \quad (11)$$

Model terbaik dibandingkan dan dipilih menggunakan nilai AIC terkecil (Makridakis et al., 1997).

Data runtun waktu terutama data keuangan seringkali memiliki volatilitas tinggi. Pengaruh data dengan volatilitas tinggi adalah varian dari residual tidak konstan. Data tersebut dapat diartikan sebagai indikasi heteroskedastisitas (Juanda & Junaidi, 2011). Heteroskedastisitas adalah sebuah kondisi yang ada ketika varian residual yang tidak konstan di seluruh kisaran nilai (Makridakis et al., 1997). Heterokedastisitas dapat diketahui dengan menguji menggunakan Uji *White*.

Menurut Juanda dan Junaidi (2011), model *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH) dapat menangani varian residual yang cepat berubah dalam data runtun waktu yang mempunyai bentuk umum dituliskan pada persamaan (12)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p e_{t-p}^2 \quad (12)$$

dengan:
σ_t^2 = varian dari residual pada waktu ke-*t*
α_0 = nilai konstanta
α_p = parameter ARCH, untuk *p*= 1,2,...,g dan α_p > 0
e_{t-p}^2= residual pada waktu ke-(*t*-*p*)

Bollerselv mengembangkan model ARCH menjadi GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*) dikarenakan pada tahun 1986, Bollerselv berpendapat bahwa varian residual periode sebelumnya juga berpengaruh pada varian residual. GARCH mempunyai bentuk umum pada persamaan (13)

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 e_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p e_{t-p}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \lambda_q \sigma_{t-q}^2 \quad (13)$$

dengan:
σ_{t-q}^2 = varian dari residual pada waktu ke-(*t*-*q*)
λ_q = parameter GARCH, untuk *q*= 1,2,...,*h* dan λ_q > 0

Kopula adalah fungsi distribusi multivariat yang marginalnya berdistribusi pada interval (0,1). Kopula Archimedian pada kasus bivariat dapat dituliskan menjadi $\big(C(u,v)\big) = \varphi^{[-1]}[\varphi(u) + \varphi(v)]$(Nelsen, 2006). Menurut Embrechts (2001), keluarga kopula Archimedian terdiri dari kopula Clayton, kopula Frank, dan kopula Gumbel yang generatornya dapat dituliskan pada persamaan (14), (15), dan (16)

Kopula Clayton

$$\varphi(t) = \frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1) \quad ,\theta > 0 \quad (14)$$

Kopula Frank

$$\varphi(t) = -\log\left(\frac{e^{-\theta t} - 1}{e^{-\theta} - 1}\right) ,\theta \neq 0 \quad (15)$$

Kopula Gumbel

$$\varphi(t) = (-log\ t)^{\theta} \quad ,\theta \geq 1 \quad (16)$$

Distribusi kopula Clayton merupakan distribusi gabungan yang berasal dari dua variabel acak berdistribusi Clayton. Fungsi generator dari kopula Clayton adalah $\varphi(t) = \frac{1}{\theta}(t^{-\theta} - 1)$

sehingga jika diinverskan menjadi $\varphi^{-1}(t) = (\theta t + 1)^{-\frac{1}{\theta}}$ (Nurcahyani, et al., 2016). Menurut Nelsen (2006), Bentuk umum dari kopula Clayton dituliskan pada persamaan (17)

$$C_\theta(u,v) = max((u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}, 0) \quad (17)$$

Menurut Nurcahyani et al. (2016), Fungsi distribusi kopula Archimedian bivariat dibutuhkan untuk membentuk distribusi bersama kopula Clayton sehingga kopula Clayton bivariat dapat dibuktikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\big(C(u_1,u_2)\big) &= \varphi^{-1}[\varphi(u_1) + \varphi(u_2)] \\
&= \varphi^{-1}[\tfrac{1}{\theta}(u_1^{-\theta} - 1) + \tfrac{1}{\theta}(u_2^{-\theta} - 1)] \\
&= \left[\theta\left(\tfrac{1}{\theta}\left(u_1^{-\theta} - 1\right) + \tfrac{1}{\theta}\left(u_2^{-\theta} - 1\right)\right) + 1\right]^{-\frac{1}{\theta}} \\
&= \left[\left(\left(u_1^{-\theta} - 1\right) + \left(u_2^{-\theta} - 1\right)\right) + 1\right]^{-\frac{1}{\theta}} \\
&= \left[u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1\right]^{-\frac{1}{\theta}}
\end{aligned}$$

Kopula terdapat 2 ekor dependen yaitu *upper tail* dan *lower tail*. Kopula Clayton memiliki ekor dependen atas yaitu $L_u = 0$ dan ekor dependen bawah yaitu $L_L = 2^{-\frac{1}{\theta}}$ yang memiliki pembuktian sebagai berikut:

1. *Upper tail* pada kopula Clayton

$$\begin{aligned}
L_u &= \lim_{u\to 1} \frac{1 - 2u + C(u,u)}{1-u} \\
&= \lim_{v\to 0} \frac{2v - 1 + C(1-v, 1-v)}{v} \\
&= \lim_{v\to 0} \frac{2v - 1 + (2(1-v)^{-\theta} - 1)^{\frac{-1}{\theta}}}{v} \\
&= \left.\frac{d(2v - 1 + (2(1-v)^{-\theta} - 1))^{\frac{-1}{\theta}}}{dv}\right|_{v=0} \\
&= 2 - \tfrac{1}{\theta}(2(1-v)^{-\theta} - 1))^{\frac{-1}{\theta}-1}(-2\theta(1-v)^{-\theta-1}(-1))\Big|_{v=0} \\
&= 2 - \frac{1}{\theta}(2\theta(1-v)^{-\theta-1})(2(1-v)^{-\theta} - 1))^{\frac{-1}{\theta}-1}\Big|_{v=0} \\
&= 2 - 2(1-v)^{-1-\theta}(2(1-v)^{-\theta} - 1)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}\Big|_{v=0}
\end{aligned}$$

1-v dimisalkan s

$$\begin{aligned}
L_u &= 2 - 2s^{-1-\theta}(2s^{-\theta} - 1)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}\Big|_{v=0} \\
&= 2 - 2[(s^\theta)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}\left(2s^{-\theta} - 1\right)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}]\Big|_{v=0} = 2 - 2[\left(2 - s^\theta\right)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}]\Big|_{v=0}
\end{aligned}$$

S menjadi 1-v kembali

$$\begin{aligned}
&= 2 - 2[\left(2 - (1-v)^\theta\right)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}]\Big|_{v=0} \\
&= 2 - 2[\left(2 - 1^\theta\right)^{\frac{-1-\theta}{\theta}} = 2 - 2(1) = 0
\end{aligned}$$

Upper tail pada kopula Clayton adalah $L_u = 0$

2. *Lower tail* pada kopula Clayton

$$
\begin{aligned}
L_L &= \lim_{u\to 0}\frac{C(u,u)}{u}\\
&= \lim_{u\to 0}\frac{\left[2u^{-\theta}-1\right]^{-\frac{1}{\theta}}}{u}\\
&= \left.\frac{d\left[2u^{-\theta}-1\right]^{-\frac{1}{\theta}}}{du}\right|_{u=0}\\
&= -\frac{1}{\theta}(2u^{-\theta}-1)^{-\frac{1}{\theta}-1}(-2\theta u^{-\theta-1})\Big|_{u=0}\\
&= -\frac{1}{\theta}(-2\theta u^{-\theta-1})(2u^{-\theta}-1)^{-\frac{1}{\theta}-1}\Big|_{u=0}\\
&= 2[(u^{\theta})^{\frac{-1-\theta}{\theta}}(2u^{-\theta}-1)^{\frac{-1-\theta}{\theta}}]\Big|_{u=0}\\
&= 2(2u^{-\theta+\theta}-u^{\theta})^{\frac{-1-\theta}{\theta}}\Big|_{u=0}\\
&= 2[(2-u^{\theta})^{\frac{-1-\theta}{\theta}}]\Big|_{u=0}\\
&= 2(2)^{\frac{-1}{\theta}-1} = 2(2)^{\frac{-1}{\theta}}(2)^{-1} = 2^{\frac{-1}{\theta}}
\end{aligned}
$$

Lower tail pada kopula Clayton adalah $L_L = 2^{-\frac{1}{\theta}}$.

Menurut Budiani et al. (2015), ketika menganalisis hubungan antar variabel acak dan kopula, perlu untuk transformasi data menjadi domain uniform [0,1] yang dimana variabel acak akan dibuatkan rank plot dengan rumus dituliskan pada persamaan (18)

$$\left(\left(\frac{R_1^{(i)}}{n+1}\right),\left(\frac{R_2^{(i)}}{n+1}\right),\dots,\left(\frac{R_m^{(i)}}{n+1}\right)\right), 1 \le i \le n \tag{18}$$

$R_1^{(i)}, R_2^{(i)}, \dots, R_m^{(i)}$ adalah rank dari $X_1, X_2, \dots, X_m$ yang sebelumnya sudah diubah dalam bentuk matriks. Persamaan pada transformasi kopula menjadi seperti persamaan (19)

$$C(u_1,\dots,u_m) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 1\left(\frac{R_1^{(i)}}{n+1} \le u_1,\dots,\frac{R_1^{(i)}}{n+1} \le u_m\right), u_1,\dots,u_m \in (0,1) \tag{19}$$

Korelasi Kendall tau memiliki keunggulan yaitu kebal terhadap outlier dan dapat digunakan walaupun hubungan antar variabel acak tidak linier sehingga dapat digunakan untuk mengkonstruksi parameter kelas kopula Clayton (Nurcahyani et al., 2016). Menurut Nelsen (2006), K_C menyatakan fungsi distribusi dari C(U,V) maka dari itu K_C dapat didefinisikan pada persamaan (20)

$$K_C(t) = t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} \tag{20}$$

$\varphi(t)$ adalah fungsi generator kopula dan $\varphi'(t)$ adalah turunan pertama dari generator kopula. Hubungan dari Kendall tau dengan kopula pada persamaan (21)

$$\tau_C = 4E\big(C(U,V)\big) - 1 = 4\int_0^1 t\, dK_C(t) - 1 \tag{21}$$

Fungsi integral menjadi pada persamaan (22)

$$\int_0^1 t\, dK_C(t) = tK_C(t)|_0^1 - \int_0^1 K_C(t)dt$$

$$\int_0^1 t\, dK_C(t) = 1 - \int_0^1 K_C(t)dt \tag{22}$$

Hubungan dari Kendall tau dengan kopula menjadi seperti persamaan (23)

$$\tau_C = 4\left(1 - \int_0^1 K_C(t)dt\right) - 1\tau_C = 4 - 4\int_0^1 K_C(t)dt - 1$$

$$\tau_C = 3 - 4\int_0^1 K_C(t)dt \tag{23}$$

Fungsi $K_C(t)$ dimasukkan pada persamaan di atas akan menjadi

$$\tau_C = 3 - 4\int_0^1 \left[t - \frac{\varphi(t)}{\varphi^{'}(t)}\right] dt$$
$$= 3 - 4.\frac{1}{2} + 4\int_0^1 \left[\frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}\right] dt$$
$$= 3 - 2 + 4\int_0^1 \left[\frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)}\right] dt = 1 + 4\int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt$$

Sehingga Hubungan dari Kendall tau dengan kopula yaitu $\tau_C = 1 + 4\int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi^{'}(t)} dt$.

Nilai $\frac{\varphi(t)}{\varphi^{'}(t)}$ hubungan Kendall tau dengan kopula dapat dituliskan pada persamaan (24)

$$\frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} = \frac{\frac{1}{\theta}(t^{-\theta}-1)}{-t^{-\theta-1}} = \frac{t^{-\theta}-1}{-\theta t^{-\theta-1}} \tag{24}$$

Menurut Nurcahyani et al. (2016), korelasi Kendall tau dapat digunakan untuk mengkonstruksi parameter kelas kopula Clayton. Nilai $\frac{\varphi(t)}{\varphi^{'}(t)}$ disubstitusikan ke dalam fungsi distribusi Kendall tau, sehingga dapat diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\int_0^1 \frac{t^{-\theta}-1}{-\theta t^{-\theta-1}} dt = -\frac{1}{\theta}\int_0^1 \frac{t^{-\theta}-1}{t^{-\theta-1}} dt$$
$$= -\frac{1}{\theta}\int_0^1 \frac{t^{-\theta}}{t^{-\theta-1}} - \frac{1}{t^{-\theta-1}} dt$$
$$= -\frac{1}{\theta}\int_0^1 (t^{-\theta-(-\theta-1)} - t^{-(-\theta-1)})\, dt$$
$$= -\frac{1}{\theta}\int_0^1 \left(t - t^{\theta+1}\right) dt$$
$$= -\frac{1}{\theta}\left[\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{\theta+2}t^{\theta+2}\right]\Big|_0^1$$
$$= -\frac{1}{\theta}\left(\frac{1}{2}(1)^2 - \frac{1}{\theta+2}(1)^{\theta+2}\right) - (\frac{1}{2}(0)^2 - \frac{1}{\theta+2}(0)^{\theta+2})$$
$$= -\frac{1}{\theta}\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta+2}\right) - (0-0)\right]$$
$$= -\frac{1}{\theta}\left[\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\theta+2}\right)\right] = \frac{1}{\theta(\theta+2)} - \frac{1}{2\theta}$$

Estimasi parameter θ diperoleh dari persamaan $\int_0^1 \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} dt$ yang akan disubtitusi dengan persamaan $\frac{1}{\theta(\theta+2)} - \frac{1}{2\theta}$ ke dalam fungsi Kendall tau, sehingga diperoleh

$$\tau = 1 + 4\left[\frac{1}{\theta(\theta+2)} - \frac{1}{2\theta}\right]$$
$$= 1 + \frac{4}{\theta(\theta+2)} - \frac{2}{\theta}$$
$$= \frac{\theta(\theta+2) + 4 - 2(\theta+2)}{\theta(\theta+2)}$$
$$= \frac{\theta^2 + 2\theta + 4 - 2\theta - 4}{\theta(\theta+2)}$$
$$= \frac{\theta^2}{\theta(\theta+2)} = \frac{\theta}{\theta+2}$$

Fungsi Kendall tau pada kopula Clayton menjadi $\tau = \frac{\theta}{\theta+2}$. Estimasi parameter kopula Clayton dapat ditulis seperti berikut:

$$\theta = \tau(\theta+2)$$
$$\theta = \theta\tau + 2\tau$$

$\theta = \frac{2\tau}{(1-\tau)}$

Sehingga estimasi parameter kopula Clayton dapat ditulis menjadi $\hat{\theta} = \frac{2\tau}{(1-\tau)}$.

Value at Risk dapat diartikan sebagai perkiraan risiko maksimal yang dapat terjadi dengan tingkat kepercayaan tertentu dan dalam kurun waktu yang ditentukan (Best, 1998). Metode historis, metode varian kovarian, dan simulasi Monte Carlo dapat digunakan untuk menghitung VaR (Hanafi, 2016). Salah satu metode yang dipakai dalam beberapa proyek analisis risiko yaitu simulasi Monte Carlo yang secara acak mensimulasikan sistem secara berkali-kali dengan memilih nilai untuk setiap variabel dari distribusi (Kwak & Ingall, 2009). Simulasi Monte Carlo adalah metode yang paling unggul dalam mengukur VaR untuk sejauh ini (Jorion, 2007). Menurut Hutomo et al. (2017). Simulasi Monte Carlo dibangkitkan untuk mengukur *Value at Risk* sehingga dapat dituliskan pada persamaan (25)

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = W_0 R^* \sqrt{t} \quad (25)$$

dengan:

W_0 = dana investasi

R^* = nilai kuantil ke-α dari distribusi *return*

t = waktu

α = taraf signifikansi

3. METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data sekunder *closing price* harian berdasarkan empat perusahaan yakni PT XL Axiata Tbk (EXCL.JK), PT Telekomunikasi Indonesia Tbk (TLKM.JK), PT Sarana Menara Nusantara Tbk (TOWR.JK), dan PT Tower Bersama Infrastructure Tbk (TBIG.JK) dalam periode 2 Januari 2020 sampai 31 Desember 2021 sebanyak 489 data yang diambil dari situs www.financeyahoo.com untuk menganalisis data dapat dijelaskan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengubah keempat data saham menjadi nilai *return* dengan cara menghitungya.
2. Menganalisis statistik deskriptif untuk keempat data *return* saham.
3. Memilih portofolio dengan menguji korelasi data *return* saham.
4. Menguji stasioneritas dalam varian menggunakan uji Box-Cox dan Menguji stasioneritas dalam *mean* menggunakan uji *Augmented Dickey Fuller*.
5. Setelah dinyatakan Stasioner terhadap *mean* dan varian, maka dilanjutkan untuk membentuk model ARIMA dengan plot ACF dan PACF.
6. Mengujji signifikansi dan estimasi pada model ARIMA
7. Menguji verifikasi model yang terdiri dari tiga uji asumsi yaitu uji independensi residual, uji normalitas residual, dan uji homoskedastisitas residual
8. Memilih permodelan ARIMA terbaik berdasarkan AIC terkecil dan menentukan model ARCH/GARCH
9. Menguji asumsi pada model ARIMA ARCH/GARCH
10. Menguji korelasi menggunakan korelasi Kendall tau
11. Mengombinasikan residual ARIMA ARCH/GARCH ke kopula Clayton
12. Melakukan estimasi VaR menggunakan kopula Clayton dengan simulasi Monte Carlo
13. Membuat analisis hasil kesimpulan berdasarkan hasil VaR

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Karakteristik data *return* (R_t) pada keempat saham yang meliputi EXCL, TLKM, TOWR, dan TBIG pada periode 2 Januari 2020 sampai 31 Desember 2021 yaitu rata-rata pada R_t untuk saham EXCL memiliki nilai negatif yang diperkirakan akan memberikan kerugian sedangkan saham TLKM, TOWR, dan TBIG memiliki nilai positif yang diperkirakan akan memberikan keuntungan. Nilai standar deviasi tertinggi dimiliki oleh saham TBIG yang berarti saham TBIG memiliki potensi risiko tertinggi untuk berinvestasi. Nilai *skewness* kurang dari nol dan nilai kurtosis lebih dari tiga pada R_t untuk keempat saham dapat diperkirakan bahwa tidak berdistribusi normal.

Korelasi pada portofolio untuk R_t diperlukan untuk melihat hubungan portofolio data. Korelasi pada portofolio yang baik dilihat nilai yang terkecil, nilai terkecil pada penelitian ini yaitu portofolio antara EXCL dan TBIG dengan nilai 0,27824. Data R_t perlu dilakukan transformasi sebanyak tiga kali (t_3) menggunakan transformasi Box-Cox agar *rounded value* bernilai mendekati satu sehingga data R_t stasioner dalam varian. Data t_3 dianalisis menggunakan Uji ADF dan dapat disimpulkan bahwa data $R_t$stasioner dalam *mean*.

Asumsi kestasioneran dari *mean* dan varian pada data t_3 untuk saham EXCL dan TBIG telah terpenuhi, selanjutnya dilakukan identifikasi model ARIMA. Saham EXCL memiliki plot ACF dengan *lag* yang terputus yaitu *lag* 3, 6, dan 24 dan plot PACF dengan *lag* yang terputus yaitu *lag* 3, 15, 22, dan 24. Saham TBIG memiliki plot ACF dengan *lag* yang terputus yaitu *lag* 2 dan 3 dan plot PACF dengan *lag* yang terputus yaitu lag 2 dan 16. Uji signifikansi parameter pada data t_3 menghasilkan kesimpulan bahwa terdapat 35 model yang signifikan pada saham EXCL dan terdapat 12 model yang signifikan pada saham TBIG.

Model ARIMA yang signifikan telah diperoleh, selanjutnya menguji asumsi residual yang dapat diberi kesimpulan bahwa data t_3 saham EXCL dan TBIG hanya uji asumsi independensi residual yang terpenuhi sedangkan uji asumsi normalitas residual, dan uji asumsi homoskedastisitas residual tidak terpenuhi. Nilai AIC terkecil dapat diindikasikan bahwa model tersebut terbaik, pada saham EXCL model terbaik adalah ARIMA ([22,24],0,[3,6]) dengan nilai AIC terkecil yaitu -4,293255 dan pada saham TBIG model terbaik adalah ARIMA (16,0,[2,3]) dengan nilai AIC terkecil yaitu -4,08918.

Model data t_3 untuk kedua saham yang terpilih, asumsi homoskedastisitas tidak terpenuhi sehingga dilakukan permodelan ARCH/GARCH. Pemilihan permodelan ARCH/GARCH dipilih berdasarkan permodelan ARCH/GARCH yang terbaik dengan melihat nilai AIC terkecil. Model ARCH/GARCH yang terpilih dapat dilihat pada Tabel 2 sebagai berikut:

Tabel 2. Model ARCH/GARCH beserta Nilai AIC

t_3	Model	AIC
EXCL	GARCH(1,0)	-4,336131
TBIG	GARCH(1,0)	-4,154221

Berdasarkan Tabel 2, dapat disimpulkan bahwa model saham EXCL terbaik adalah model GARCH (1,0) dan model saham TBIG terbaik adalah model GARCH (1,0). Sehingga model saham EXCL yaitu ARIMA ([22,24],0,[3,6]) GARCH (1,0) dan model pada saham TBIG yaitu ARIMA ([16],0,[2,3]) GARCH (1,0).

Model ARIMA-ARCH/GARCH yang dihasilkan oleh data t_3 untuk kedua saham dituliskan sebagai berikut:

a. Saham EXCL

$$Y_t = 0{,}093764Z_{t-22} - 0{,}156111Z_{t-24} - 0{,}219344a_{t-3} + 0{,}120894a_{t-6} + e_t$$

$$\sigma_t^2 = 0{,}000586 + 0{,}171429e_{t-1}^2$$

b. Saham TBIG

$$Y_t = -0{,}100930Z_{t-16} - 0{,}153722a_{t-2} + 0{,}089673a_{t-3} + e_t$$

$$\sigma_t^2 = 0{,}000656 + 0{,}171429\ e_{t-1}^2$$

Model ARIMA-ARCH/GARCH yang terbaik telah terpilih dan dilakukan Uji asumsi residual dengan kesimpulan bahwa model ARIMA-ARCH/GARCH pada data t_3 telah memenuhi uji asumsi independensi dan homoskedastisitas namun tidak memenuhi asumsi normalitas. Selanjutnya, menguji korelasi residual data $t_3(Re_{t_3})$ untuk kedua saham dengan uji korelasi kendall-tau yang diperoleh keputusan sebagai berikut:

Tabel 3. Korelasi Kendall tau

$\boldsymbol{Re_{t_3}}$	Tau	Z hitung	P-value	Kesimpulan
EXCL-TBIG	0,14822	4,7661	1,878e-06	Ada Korelasi

Berdasarkan Tabel 3, dapat diberi kesimpulan bahwa Re_{t_3} antara saham EXCL dan TBIG memiliki nilai Korelasi sebesar 0,14822. Parameter kopula diukur menggunakan nilai korelasi Kendall tau dari Re_{t_3} pada saham EXCL dan TBIG. hasil estimasi parameter kopula dapat ditampilkan pada Tabel 4 sebagai berikut:

Tabel 4. Estimasi Parameter Kopula

Kopula	Parameter
Clayton	0,348

Sehingga model kopula Clayton untuk data Re_{t_3} pada saham EXCL dan TBIG adalah

$$C(u_1, u_2; 0{,}348) = \left[u_1^{0,348} + u_2^{0,348} - 1\right]^{\frac{1}{0,348}}$$

Estimasi parameter $\hat{\theta}$ dari kopula Clayton adalah 0,348. Nilai risiko pada portofolio saham EXCL dan TBIG dapat dihitung menggunakan Simulasi Monte Carlo. Nilai risiko dihitung dengan membangkitkan 463 data bangkitan dengan 1000 pengulangan dengan tingkat kepercayaan 90%, 95%, 99% yang ditampilkan pada Tabel 5.

Tabel 5. Perhitungan Nilai Risiko Portofolio

Jumlah	Tingkat kepercayaan		
Perulangan	90%	95%	99%
1000	-0,02820484	-0,03876736	-0,062741

Portofolio saham EXCL dan TBIG dengan pembangkitan 1000 perulangan memerkirakan nilai risiko tertinggi sebesar -0,062741 pada tingkat kepercayaan 99% sehingga pada sebuah studi kasus seorang ingin menginvestasikan uangnya sebesar Rp100.000.000,00 ke dalam portofolio saham EXCL dan TBIG yang menghasilkan nilai risiko yang mungkin terjadi dapat mencapai Rp6.274.100 dalam prediksi waktu 1 hari.

5. KESIMPULAN

Portofolio saham yang diteliti lebih lanjut yaitu portofolio saham antara saham EXCL dan TBIG dikarenakan kedua saham tersebut memiliki korelasi terendah yaitu sebesar 0,27824 dengan model ARIMA-ARCH/GRACH terbaik untuk saham EXCL yaitu ARIMA ([22,24],0,[3,6]) GARCH (1,0), model ARIMA-ARCH/GARCH terbaik untuk saham TBIG yaitu ARIMA ([16],0,[2,3]) GARCH (1,0).

Model kopula Clayton untuk saham residual model pada saham EXCL dan TBIG yaitu $C(u_1, u_2; 0{,}348) = \left[u_1^{0,348} + u_2^{0,348} - 1\right]^{\frac{1}{0,348}}$ dengan nilai $\hat{\theta}$ sebesar 0,348 memerkirakan nilai risiko tertinggi pada pembangkitan 1000 perulangan sebesar -0,062741 pada tingkat kepercayaan 99%, sehingga pada sebuah studi kasus seorang ingin menginvestasikan uangnya sebesar Rp100.000.000,00 ke dalam portofolio saham EXCL dan TBIG yang menghasilkan nilai risiko yang mungkin terjadi dapat mencapai Rp6.274.100 dalam prediksi waktu 1 hari

DAFTAR PUSTAKA

Adnyana, I. M. (2020). *Manajemen Investasi dan Portofolio.* Jakarta Selatan: LPU-UNAS.
Best, P. (1998). *Implementing Value at Risk.* West Sussex: John Wiley & Sons.

Budiani, J. R., Sutikno, & Purhadi. (2015). Analisis Hubungan dan pemodelan Luas Panen Padi dengan Indikator El-Nino Suuthern Oscilaation (ENSO) di Kabupaten Bojonegoro Melalui Pendekatan Copula dan Regresi Robust M-Estimation. *Jurnal Sains dan Seni ITS Vol.4 No.2*, 2337-3520.

Embrechts, P., Lindskog, F., & McNeil, A. (2001). *Modelling Dependence with Copulas and Applications to Risk Management.* Switzerland: Departmet of Mathematics ETHZ.

Fitriawati, A., Febrianti, W., Bustan, A. W. & A., 2020. Teknik Mengkonstruksi Distribusi Bivariat Copula Clayton pada Data Marginal Diskrit dengan Implikasi Kebergantungan. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*, 8(2), pp. 227-238.

Hanafi, M. M. (2016). *Manajemen Risiko Edisi Ketiga.* Yogyakarta: UPP STIM YKPN.

Handini, J. A., Maruddani, D. I., & Safitri, D. (2018). Copula Frank pada Value at Risk (VaR) Pembentukan Portofolio Bivariat. *Jurnal Gaussian*, 293-302.

Hutomo, M. P., Dewi, A. S. & Gustyana, T. T., 2017. Analisis VaR pada Saham Perusahaan Properti yang Terdaftar pada Indeks LQ45. *e-Proceeding of Management : Vo.4, No.3*, pp. 2316-2323.

Jorion, P. (2007). *Value at Risk The New Benchmark for Managing Financial Risk Third Edition.* New York: McGraw-Hill.

Juanda, B., & Junaidi. (2011). *Ekonometrika Deret Waktu Teori dan Aplikasi.* Bogor: IPB Press.

Kwak, Y. H., & Ingall, L. (2009). Exploring Monte Carlo Simulation Applications for project Management. *IEEE ENGINEERING MANAGEMENT REVIEW. Vol.37, No.2, Second Quarter*, 83-91.

Lembang, F. K. (2014). Evaluasi Dampak Krisis Moneter, Bom Bali I dan II terhadap Jumlah Kunjungan Wisatawan ke Bali dengan Regresi Time Series, Regresi Dummy dan Intervensi. *Seminar Nasional Basic Science VI F-MIPA UNPATTI*, 137-150.

Makridakis, S., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1997). *Forecasting Methods and Application Third Edition.* New York: Wiley.

Maruddani, D. I., & Purbowati, A. (2009). Pengukuran Value at Risk pada Aset Tunggal dan Portofoilo dengan Simulasi Monte Carlo. *Media Statistika*, 93-104.

Nelsen, R. B. (2006). *An Introduction to Copula.* New York: Springer.

Nurcahyani, A. W., Saputro, D. S., & Kurdhi, N. A. (2016). Korelasi Kendall untuk Estimasi Parameter Distribusi Clayton-copula Bivariat. *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika UNY*, MS 53-MS 58.

Pankratz, A. (1983). *Forecasting with Univariate Box-Jenkins Models Concepts and Cases.* Canada: John Wiley & Sons. Inc.

Prihatiningsih, D. R., Maruddani, D. I., & Rahmawati, R. (2020). Value at Risk (VaR) dan Conditional Value at Risk (CVaR) Dalam Pembentukan Portofolio Bivariat Menggunakan Copula Gumbel. *Jurnal Gaussian*, 326-335.

Rinadi, G. A., Sasongko, L. R., & Susanto, B. (2019). Regresi Median pada Copula Bivariat. *Jurnal Teori dan Aplikasi Matematika*, 07-14.

Suyono. (2015). *Analisis Regresi Untuk Penelitian.* Yogyakarta: Deepublish.

Tandelilin, E. (2010). *Portofolio dan Investasi : Teori dan Aplikasi.* Yoyakarta: Kanisius.

Von, V., & Hain, J. (2010). *Comparison of common tests for normality.* Germany: Julius Maximilians Universitat Wurzburg.

Wei, W. (2006). *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods Second Edition.* New York: Pearson Education, Inc.