ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 12, Nomor 4, Tahun 2023, Halaman 531 - 538
Online di: https://ejournal3.undip.ac.id/index.php/gaussian/

ANALISIS SISTEM PELAYANAN GARDU TOL OTOMATIS GERBANG TOL GAYAMSARI MENGGUNAKAN METODE BAYESIAN

Windusiwi Asih Akbari[1*], Sugito[2], Suparti[3]
[1,2,3] Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universtas Diponegoro
***e-mail**: windusiwi11@gmail.com

DOI: 10.14710/J.GAUSS.12.4.531-538

Article Info:
Received: 2022-10-17
Accepted: 2024-06-25
Available Online: 2024-06-29

Keywords:
Queue; Gayamsari Toll Gate; Bayesian Method; Beta; Queue Simulation; System Performance Measure

Abstract: Transportation is important things to support mobility. The high level of mobility is in line with the growth of vehicles which has increased causing congestion on roads. Highways are one of the government's efforts to reduce congestion. Gayamsari Toll Gate is one of the toll gates in Semarang City that experiencing the phenomenon of queuing when paying tolls. This study aims to determine the operation of the service system by obtaining a queuing model and system performance measures from the distribution of arrivals and services. Bayesian method is used to determine the distribution of arrivals and services by finding the posterior distribution. The combination of the sample likelihood function and the prior distribution is known as Bayesian method. The prior distribution used is the previous research data which produces a negative binomial distribution. The likelihood function of the arrival sample in this study is discrete uniform and the likelihood function of the service sample produces a negative binomial distribution. The results are the queuing system model is (Beta/Beta/5): (GD/∞/∞). Based on the results of the queue simulation, we can assume that the service system is optimal.

1. PENDAHULUAN

Transportasi merupakan hal yang penting untuk menunjang mobilitas masyarakat. Pertumbuhan kendaraan transportasi d Indonesia mengalami kenaikan setiap tahun. Hal tersebut menunjukkan perlunya fasilitas infrastruktur guna menunjang pertumbuhan kendaraan. Salah satu kebutuhan prasarana yang sangat vital adalah jalan tol (Suprayitno, 2012). Jalan bebas hambatan ini menawarkan kenyamanan bagi kendaraan yang melewati namun seiring pertumbuhan kendaraan yang meningkat kemacetan pada sistem jaringan jalan tidak dapat dihindari. Kemacetan ini bisa ditemui saat mengantre pembayaran tol pada jam sibuk. Kejadian macet yang terjadi saat pembayaran tol disebut dengan fenomena antrean.

Teori antrean dapat menjadi solusi dalam mengukur keberlangsungan pelayanan di Gerbang Tol Gayamsari dengan mengetahui suatu bentuk antrean yang tepat serta ukuran kinerja sistemnya. Hal tersebut sejalan dengan pendapat Risdiyanto (2014) bahwa perlu adanya proporsi seimbang antara fasilitas pelayanan dengan tingkat kedatangan kendaraan sehingga mendapat keuntungan optimum bagi pengusaha maupun pengguna jalan tol.

Dalam menangani masalah tersebut dibutuhkan metode statistika terkait analisa data yang dapat menghasilkan kesimpulan atas suatu populasi di mana hal itu dapat diselesaikan dengan inferensi statistik. Metode inferensi yang digunakan yaitu metode bayes dengan menggabungkan distribusi sampel dan prior untuk menghasilkan suatu distribusi posterior

(Walpole *et al.*, 2012). Data prior dalam penelitian ini berasal dari penelitian (Hanikmah, 2019) dengan objek yang sama yaitu Gardu Tol Otomatis Gerbang Tol Gayamsari.

2. TINJAUAN PUSTAKA

PT Jasa Marga (Persero) Tbk merupakan Badan Usaha Milik Negara (BUMN) yang berkecimpung dibidang pengusahaan jalan tol berdasarkan adanya peraturan No.4 Tahun 1978 yang dikeluarkan oleh pemerintah. Bisnis utamanya adalah perencanaan, pembangunan, pengoperasian serta pemeliharaan jalan tol dan infrastrukturnya. Kota Semarang daerah selatan, timur dan barat terhubung dengan Jalan Tol Semarang yang memiliki empat gerbang yaitu Gerbang Tol Manyaran, Tembalang, Muktiharjo dan Gayamsari. Fasilitas Gardu Tol Otomatis (GTO) ada disetiap gerbang guna memudahkan pengguna yang melintas dalam hal pembayaran non-tunai (Jasa Marga, 2019).

Menurut Bronson (1991), sistem antrean terdiri dari sekumpulan pelayan, konsumen dan aturan yang mengatur kedatangan dan pemrosesan masalah. Elemen yang membutuhkan layanan disebut konsumen (*customer*) dan elemen yang menyediakan layanan dinamakan pelayan (*server*).

Steady state adalah keadaan sewaktu karakteristik sistem tidak berbeda atau tetap konsisten sepanjang waktu. Menurut Taha (2007), ρ memiliki interpretasi perbandingan rata-rata kedatangan pelanggan (λ) dengan rata-rata pelayanan pelanggan per satuan waktu (μ) dan jumlah sarana pelayanan (c) atau dapat dirumuskan $\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$, $\rho < 1$. Misalkan keadaan *steady state* belum terpenuhi, interval dapat diubah sampai keadaan *steady state* terpenuhi.

Waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan pada proses antrean lazimnya terdistribusi secara Ekponensial atau setara dengan jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan yang terdistribusi Poisson (Gross *et al.*, 2018). Jumlah kedatangan pada suatu proses Poisson terjadi pada selang waktu t dan probabilitas dari n kedatangannya dapat dirumuskan $P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$, $n \geq 0$. Variabel random berurutan bakal terdistribusi secara Eksponensial dengan parameter $\frac{1}{\lambda}$ apabila kedatangan mengikuti proses Poisson dengan parameter λ.

Metode keselarasan (*goodness of fit*) digunakan ketika sampel diambil dari populasi yang tidak diketahui untuk melihat seberapa baik data sampel yang diamati cocok dengan model yang disediakan (Daniel, 1989). Kolmogorov-Smirnov merupakan salah satu uji yang biasa digunakan dalam penelitian.

a. Menetapkan hipotesis

H_0 : Distribusi sampel mengikuti distribusi yang ditetapkan

H_1 : Distribusi sampel tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan

b. Menentapkan taraf signifikansi

α = 5% dipakai sebagai taraf signifikansi

c. Statistik Uji

$$D = \sup_{x} |S(x) - F_0(x)|$$

keterangan:

S(x) : fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel

$F_0(x)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif)

d. Kriteria Uji

Dengan menggunakan taraf signifikansi (α) sebesar 5%, tolak H_0 apabila $D_{hitung} > D_{tabel}$ (1- α) atau jika nilai signifikansi < nilai α.

Bentuk antrean dibagi menjadi dua. Pertama, bentuk antrean (M/M/c): (GD/∞/∞) merupakan bentuk antrean saat konsumen tiba dengan laju konstan, maksimum c konsumen mendapat pelayanan pada satu waktu dan laju per pelayanan adalah konstan μ atau μ_n (Taha, 2007). Penyelesaian ukuran-ukuran kinerja untuk bentuk antrean (M/M/c): (GD/∞/∞) dapat dirumuskan :

$$P_0 = \left\{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{\rho^n}{n!} + \frac{\rho^c}{c!}\left(\frac{1}{1-\frac{\rho}{c}}\right)\right\}^{-1}, \frac{\rho}{c} < 1 \tag{1}$$

$$L_q = \left[\frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2}\right] P_0 \tag{2}$$

$$L_s = L_q + \rho \tag{3}$$

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} \tag{4}$$

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \tag{5}$$

Model antrean kedua adalah (G/G/c): (GD/∞/∞) dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c, berdistribusi umum (*general*) untuk kedatangan dan pelayanannya, menerapkan disiplin antrean FIFO (*First In First Out*), kapasitas maksimum yang diizinkan pada suatu sistem tidak terbatas dan mempunyai sumber pemanggilan yang tidak terbatas (Gross *et al.*, 2018). Rumus umum untuk bentuk antrean ini yaitu:

$$L_q = L_{q\ M/M/c}\ \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2} \tag{6}$$

Keterangan :

$v(t) = \left(\frac{1}{\mu^2}\right)^2$

$v(t') = \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)^2$

$L_s = L_q + \rho$

$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$

$W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$

Distribusi yang ditawarkan bagi uji kecocokan distribusi non-Poisson adalah binomial negatif. Menurut Walpole *et al.* (2012), peubah acak diskrit Y berdistribusi binomial negatif dengan parameter *k* dan p yang fungsi kepadatan peluangnya dinotasikan

$$b^*(y; k, p) = f(y) = \begin{cases} \binom{y-1}{k-1} p^k (1-p)^{y-k}, & y = k, k+1, k+2, .. \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

Selain binomial negatif terdapat distribusi uniform diskrit. Fungsi kepadatan peluang bagi sebuah variabel acak diskrit Y berdistribusi uniform diskrit untuk 1,2,…,k adalah sebagai berikut:

$$f(y) = \frac{1}{N}, y = 1,2, \dots, N$$

(Bain dan Engelhardt, 1992)

Adapun distribusi beta yang merupakan distribusi kontinu dengan rentan terbatas yang diperlukan untuk model probabilitas (Montgomery and Runger, 2018). Fungsi densitas distribusi Beta dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$ yakni sebagai berikut:

$$f(y) = \begin{cases} \dfrac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} y^{n-1}(1-y)^{\beta-1} & , 0 < y < 1 \\ 0, lainnya \end{cases}$$

Penggabungan informasi dari sampel dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya dalam mengestimasi estimator dari parameter disebut pendekatan Bayes (Soejati and Subanar, 1988). Menurut Box and Tiao (1973), dengan **y'** = $(y_1,y_2,\ldots,y_n)$ adalah sebuah vektor dari pengamatan sebanyak n dengan distribusi probabilitas $p(y|\lambda)$ merupakan probabilitas bersyarat y jika diketahui nilai k parameter λ dengan $\boldsymbol{\lambda}'=(\lambda_1, \lambda_2,\ldots, \lambda_n)$.

Jeffreys mengemukakan bahwa distribusi prior non-informatif untuk parameter λ proporsional dengan akar kuadrat dari informasi Fisher yang dinyatakan dalam:

$$p(\lambda) = [I(\lambda)]^{\frac{1}{2}}$$

$$I(\lambda) = E\left[\frac{\partial \ln L(\lambda)}{\partial \lambda}\right]^2$$

Fungsi densitas dari *n* variabel acak $Y_1,Y_2, \ldots,Y_n$ dan dinyatakan dalam bentuk $f(y_1,y_2, \ldots,y_n ; \lambda)$ disebut fungsi *likelihood*. Fungsi *likelihood* adalah fungsi dari parameter λ dan dilambangkan dengan $L(\lambda)$ apabila $y_1,y_2, \ldots,y_n$ ditetapkan. Misal $Y_1,Y_2, \ldots,Y_n$ menjelaskan suatu sampel acak dari $f(y|\lambda)$ sehingga diperoleh:

$$L(\lambda) = f(y_1|\lambda) f(y_2|\lambda) \ldots f(y_n|\lambda)$$
$$= \prod_{i=1}^{n} f(y_i|\lambda)$$

(Bain and Engelhardt, 1992)

Menurut Bain and Engelhardt (1992), distribusi posterior merupakan fungsi kepadatan bersyarat λ jika nilai y yang teramati diketahui. Sehingga dinotasikan:

$$f(\lambda|y) = \frac{f(\lambda)L(\lambda)}{\int f(\lambda)\, L(\lambda) d\lambda}$$

3. METODE PENELITIAN

Peneliti menggunakan data primer yang diperoleh dengan cara pengamatan dan pengambilan sampel secara langsung selama 7 hari serta menggunakan alat bantu lain yaitu *software Xnote Stopwatch* dan *Microssoft Excel*. Selain itu, penelitian ini menggunakan data *prior* Hanikmah (2019). Variabel terkait dalam penelitian ini ialah sebagai berikut:

a. Data jumlah kedatangan dan pelayanan kendaraan
b. Data jumlah kedatangan dan pelayanan kendaraan pada penelitian sebelumnya sebagai data prior.

Langkah-langkah yang ditempuh dalam pelaksanaan penelitian dan analisis data yaitu sebagai berikut:

1. Melaksanakan penelitian secara langsung di Gerbang Tol Gayamsari
2. Menguji kondisi *steady-state* ($(\rho = \frac{\lambda}{c\mu} < 1)$ pada data yang sudah diperoleh
3. Menguji kecocokan distribusi Poisson untuk jumlah kedatangan dan jumlah pelayanan kendaraan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov.
4. Mencoba tes yang sesuai untuk kecocokan distribusi lainnya
5. Menentukan *likelihood* dari distribusi data sampel yang telah diperoleh.

6. Menghitung distribusi posteriornya dengan menggunakan distribusi priornya
7. Menentukan model antrean yang terbentuk dari distribusi posterior
8. Melakukan pembangkitan data sesuai parameter distribusi posterior
9. Melakukan penghitungan ukuran kinerja sistem
10. Membuat simulasi sistem antrean menggunakan software *Matlab*
11. Menarik kesimpulan terhadap pelayanan

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pengamatan data ini menggunakan data jumlah kendaraan yang datang dan dilayani dengan selang waktu 30 menit. Penelitian ini dilaksanakan selama 7 hari mulai pukul 07.00 WIB sampai dengan 17.00 WIB dengan penjabaran data sampel sebagai berikut:

Tabel 1. Data Sampel Kedatangan dan Pelayanan

HARI	KEDATANGAN	PELAYANAN
Kamis	7662	7660
Jumat	7507	7504
Sabtu	7950	7948
Minggu	7239	7239
Senin	7891	7889
Selasa	7670	7668
Rabu	7727	7723

Berdasarkan Tabel 1, dapat dilihat bahwa pada hari Sabtu memiliki jumlah kedatangan dan pelayanan tertinggi, masing-masing sebesar 7950 dan 7948 kendaraan yang datang dan dilayani. Selain itu, data paling sedikit terjadi pada antrean pada hari Minggu dengan total kendaraan yang datang dan dilayani sebesar 7239 kendaraan.

Perhitungan *steady-state* dengan interval waktu 30 menit dengan c sebanyak 5 didapatkan λ sebesar 383,1857 dan μ sebesar 383,0785 sehingga diperoleh $\rho = 0,2000$ dengan $\rho < 1$ yang artinya bahwa kondisi *steady-state* pada sistem antrean pelayanan kendaraan di Gerbang Tol Gayamsari terpenuhi.

Berikut hasil uji Kolmogorov-Smirnov untuk menentukan apakah data sampel berdistribusi Poisson atau tidak

Tabel 2. Uji Kecocokan Distribusi Poisson

Jumlah Kendaraan	p-value	D_{hitung}	D_{tabel}	Keputusan
Kedatangan	$1,11\times10^{-7}$	0,24427	0,1149	Data tidak berdistribusi Poisson
Pelayanan	$6,289\times10^{-7}$	0,23124	0,1149	Data tidak berdistribusi Poisson

Berdasarkan Tabel 2, data sampel tidak berdistribusi Poisson sehingga perlu adanya uji kecocokan distribusi lain menggunakan *software Easy Fit*

Tabel 3. Uji Kecocokan Distribusi Non-Poisson

Jumlah Kendaraan	p-value	D_{hitung}	D_{tabel}	Keputusan
Kedatangan	0,23925	0,08586	0,1149	Data berdistribusi uniform diskrit
Pelayanan	0,35084	0,07755	0,1149	Data berdistribusi binomial negatif

Fungsi Likelihood dari distribusi data sampel jumlah kedatangan adalah sebagai berikut

$L(\lambda) = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^n$

Sedangkan untuk fungsi likelihood dari data sampel jumlah pelayanan yaitu sebagai berikut

$L(\lambda) = \lambda^{nk}(1-\lambda)^{\sum_{i=1}^{n} y_i - nk} \prod_{i=1}^{n} \binom{y_i - 1}{k-1}$

Berdasarkan penelitian Hanikmah (2019) didapatkan distribusi priornya yaitu distribusi binomial negatif dengan distribusi non-informatifnya sebagai berikut:

$$f(\lambda) = \frac{1}{\lambda\sqrt{1-\lambda}}$$

Distribusi posterior untuk data jumlah kedatangan yang diperoleh dari fungsi *likelihood* data sampel dan non-informatif prior yaitu :

$$f(\lambda|y) = \frac{\left(\prod_{i=1}^{n}\binom{y_i-1}{k-1}\right)\lambda^{nk}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk}\left(\frac{1}{\lambda}\right)^n}{\int_0^1 \left(\prod_{i=1}^{n}\binom{y_i-1}{k-1}\right)\lambda^{nk}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk}\left(\frac{1}{\lambda}\right)^n d(\lambda)}$$

$$f(\lambda|y) = \frac{\lambda^{nk+1-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+1-1}}{\int_0^1 \lambda^{nk+1-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+1-1} d(\lambda)}$$

Sehingga diperoleh$\sim Beta\ (nk+1, \sum_{i=1}^{n} y_i - nk + 1$, lalu untuk distribusi posterior dari data jumlah pelayanan adalah sebagai berikut :

$$f(\lambda|y) = \frac{f(y;\lambda)}{\int_0^1 f(y;\lambda)}$$

$$f(\lambda|y) = \frac{\left(\prod_{i=1}^{n}\binom{y_i-1}{k-1}\right)\lambda^{nk+a-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+b-1}\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}}{\left(\prod_{i=1}^{n}\binom{y_i-1}{k-1}\right)\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\int_0^1 \lambda^{nk+a-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+b-1} d\lambda}$$

$$f(\lambda|y) = \frac{\lambda^{nk+a-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+b-1}}{\int_0^1 \lambda^{nk+a-1}(1-\lambda)^{\sum y_i - nk+b-1} d\lambda}$$

Berdasarkan perhitungan yang ada dapat diketahui bahwa distribusi pelayanan berdistribusi

$$\sim Beta\left(nk + a, \sum_{i=1}^{n} y_i - nk + b\right)$$

Model sistem antrean untuk data sampel berdasarkan distribusi posterior yang telah diperoleh adalah (Beta/Beta/5):(GD/∞/∞) Model sistem antrean yang telah terbentuk tersebut dapat didefinisikan bahwa data kedatangan kendaraan berdistribusi beta begitu pula dengan data pelayanan juga berdistribusi beta dengan banyaknya fasilitas pelayanan gardu atau banyaknya lajur sejumlah 5 (lima), disiplin antrean yang dipakai pada pelayanan di Gerbang Tol Gayamsari yaitu FIFO (*First In First Out*) di mana pelayanan ini mengedepankan pelayanan terhadap kendaraan yang terlebih dahulu datang, kapasitas kendaraan dan sumber pemanggilan yang tak hingga.

Berdasarkan data posterior yang telah diperoleh dapat diformulasikan ukuran-ukuran kinerja sistem pada Gerbang Tol Gayamsari yang terdiri dari jumlah kendaraan dalam antrean, jumlah kendaraan dalam sistem, waktu yang dibutuhkan untuk menunggu dalam antrean, waktu yang dibutuhkan untuk menunggu dalam sistem serta probabilitas sistem antrean tidak sibuk.

Tabel 4. Ukuran Kinerja Sistem Antrean Kendaraan

c	L_q	L_s	W_q	W_s	P_0
5	0,00000000447903	1,000242395	0,0000000000097365	0,00217433653	0,363315

Dalam mengetahui gambaran mengenai pelayanan pada Gerbang Tol Gayamsari diperlukan simulasi dimana sistem disimulasikan apabila terdapat 3 gardu, 4 gardu, 5 gardu dan 6 gardu dengan mengetahui ukuran-ukuran kinerja sistem yang tertera

Tabel 5. Simulasi Sistem Antrean Kendaraan di Gerbang Tol Gayamsari

Ukuran Kinerja Sistem	c=3	c=4	c=5	c=6
L_q	$1{,}93099\text{x}10^{-7}$	$3{,}08059\text{x}10^{-8}$	$4{,}47903\text{x}10^{-9}$	$5{,}79022\text{x}10^{-10}$
L_s	1,000242584	1,000242422	1,000242395	1,000242392
W_q	$4{,}1976\text{x}10^{-10}$	$6{,}69662\text{x}10^{-11}$	$9{,}73656\text{x}10^{-12}$	$1{,}25868\text{x}10^{-12}$
W_s	0,00217433694	0,00217433658	0,00217433653	0,00217433652
P_0	0,326434	0,351466	0,363315	0,36685

5. KESIMPULAN

Berdasarkan apa yang telah dijabarkan dalam penelitian ini, diperoleh model sistem antreannya yaitu (Beta/Beta/5):(GD/∞/∞) dengan sistem pelayanan kendaraan yang dapat dinilai baik karena nilai dari ukuran-ukuran kinerja sistem yang cukup baik seperti nilai P_0 yang didapat ketika tersedia 5 (lima) gardu yaitu 0,363315 atau 36,33% yang artinya tingkat kesibukan sistem antrean lebih besar daripada sistem antrean tidak sibuk. Selanjutnya, berdasarkan simulasi antrean yang telah dilakukan, diketahui bahwa adanya 5 gardu memiliki tingkat kesibukan yang hampir sama dengan kondisi apabila tersedia 6 gardu. Jika hanya terdapat 4 gardu maka waktu kendaraan menunggu untuk dilayani lebih lama sehingga dapat disimpulkan bahwa tersedianya 5 gardu sudah optimal untuk sistem pelayanan Gerbang Tol Gayamsari. Perusahaan dapat melakukan penutupan satu gardu pada kondisi yang cenderung tidak ramai sehingga mengurangi *operating cost* yang dikeluarkan oleh perusahaan.

DAFTAR PUSTAKA

Bain, L.J. and Engelhardt, M. 1992. *Introduction Probability and Mathematical Statistics*. *Second Edition*. California: Duxbury Press.

Box, G.E.P. and Tiao, G.C. 1973. *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippones: Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

Bronson, R. 1991. *Operations Research Teori dan Soal-Soal*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Daniel, W.W. 1989. *Statistika Nonparametrik Terapan (Terjemahan)*. Jakarta: Gramedia.

Gross, D. *et al.* 2018. *Fundamental of Queueing Theory Fifth Edition*. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

Hanikmah, Y. 2019. *Penerapan Teori Antrean Untuk Analisis Kinerja Sistem Pelayanan Di Gerbang Tol Gayamsari*. *Jurnal Statistika*, 7(2), pp. 84–90.

Montgomery, D.C. and Runger, G.C. 2018. *Applied Statistics and Probability for Engineers Seventh Edition*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Jasa Marga. 2019. *Sekilas Jasa Marga*. https://www.jasamarga.com/public/id/infoperusahaan/ProfilPerusahaan/Overview.aspx. Diakses: 25 Juli 2021

Risdiyanto. 2014. *Rekayasa dan Manajemen Lalu Lintas: Teori dan Aplikasi*. Yogyakarta: Leutika Prio.

Soejati, Z. and Subanar. 1988. *Inferensi Bayesian*. Jakarta: Karunika.

Suprayitno, B. 2012. *Privatisasi Jalan Tol Sebagai Solusi Dalam Mempercepat Terwujudnya Infrastruktur Jalan Tol Yang Memadai Di Indonesia*. *Jurnal Economia*, 8, pp. 65–77.

Taha, H.A. 2017. *Operation Research : an Introduction Ninth Edition*. Harlow: Pearson Prentice Hall.

Walpole, R.E. *et al.* 2012. *Probability & Statistics for Engineers & Scientists Ninth Edition*. New Jersey: Pearson Prentice Hall.