

PERAMALAN HARGA EMAS DUNIA DENGAN MODEL GLOSTEN-JAGANNATHAN-RUNCLE GENERALIZED AUTOREGRESSIVE CONDITIONAL HETEROSCEDASTICITY

Uswatun Hasanah^{1*}, Agus Rusgiyono², Rukun Santoso³

^{1,2,3} Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

*Email: uswatun.hasanah.1999.02.18@gmail.com

ABSTRACT

Gold investment is considered safer and has less risk than other types of investment. One of the important knowledge in investing in gold is predicting the price of gold in the future through modeling the price of gold in the past. The purpose of this study is to model the gold price in the past so that it can be used to predict gold prices in the future. The world gold price data is a time series data that has heteroscedasticity properties, so the time series model used to solve the heteroscedasticity problem is GARCH. This study has an asymmetric effect, so the asymmetric GARCH model is used, namely the Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH (GJR-GARCH) model to model the world gold price data. The data is divided into in-sample data from January 3, 2012 to December 31, 2018 to create a world gold price model and out-sample data from January 1, 2019 to December 31, 2020, which is used to evaluate model performance based on MAPE values. The best model is the ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) model with a MAPE data out sample value of 18,93% which shows that the performance of the model has good forecasting abilities.

Keywords: Gold Price, GARCH, Asymmetric GARCH, GJR-GARCH.

1. PENDAHULUAN

Investasi semakin digemari oleh masyarakat seiring tereduksinya masyarakat dalam bidang keuangan. Investasi emas dinilai lebih aman dan memiliki resiko yang lebih kecil dibandingkan jenis investasi lainnya. Pandemi COVID-19 pada tahun 2020 telah berdampak negatif pada sektor keuangan sehingga ketidakstabilan harga terus meningkat. Selain itu, sepanjang tahun 2020 pasar saham terus kehilangan nilainya yang menyebabkan para investor beralih ke investasi emas sebagai tempat berlindung untuk menghindari kerugian yang terlalu besar. Hal ini dikarenakan emas merupakan aset yang memiliki ketahanan tinggi, dapat disimpan dalam jangka panjang, dan dinilai mampu membantu para investor memenuhi tujuan investasi.

Meski harga emas cenderung stabil dan naik, terkadang harga emas mengalami perubahan atau terjadi ketidakstabilan harga. Tujuan dari penelitian ini yaitu memodelkan harga emas pada masa lampau sehingga dapat digunakan untuk memprediksi harga emas pada masa yang akan datang. Hal tersebut akan memudahkan para investor untuk mengambil keputusan, kapan waktu yang tepat untuk berinvestasi.

Model umum ARMA yang biasa digunakan untuk memodelkan data runtun waktu akan kurang tepat jika varian residual masih mengandung unsur heteroskedastisitas. Model runtun waktu yang dapat digunakan untuk memodelkan kasus heteroskedastisitas diantaranya adalah model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) dan model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH).

Model ARCH dan GARCH mempunyai kelemahan dalam menangkap fenomena ketidaksimetrisan *good news* dan *bad news* pada volatilitas sektor keuangan, artinya antara gejala positif (*good news*) dan gejala negatif (*bad news*) mempunyai dampak yang berbeda terhadap pergerakan volatilitas. *Good news* yaitu informasi akan berdampak positif terhadap pergerakan volatilitas berupa penurunan nilai vlatilitas sedangkan *bad news* yaitu

informasi akan berdampak negatif terhadap pergerakan volatilitas berupa kenaikan nilai volatilitas. Kelemahan dari model ARCH/GARCH tersebut dapat diperbaiki salah satunya dengan menggunakan model GARCH Asimetris yaitu model Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH atau sering disebut GJR-GARCH (Lee, 2009). Penelitian ini akan difokuskan untuk pengaplikasian metode GJR-GARCH pada harga emas dunia periode harian serta meramalkan harga emas dunia berdasarkan model yang telah terbentuk.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Sejak tahun 1968, harga emas yang dijadikan patokan seluruh dunia adalah harga emas berdasarkan *London Bullion Market Association* (LBMA) dengan sistem yang dinamakan *London Gold Fixing*. Sistem ini merupakan prosedur penetapan harga emas setiap hari kerja, yakni pada pukul 10.30 (*Gold A.M*) dan pukul 15.00 (*Gold P.M*) oleh lima anggota LBMA yaitu Bank of Nova Scotia, Barclays Capital, Deutsche Bank, HSBC, dan Societe Generale. Harga emas ditentukan dalam mata uang Dolar Amerika Serikat per *troy ounce* atau setara dengan 31,103 gram. *Gold P.M* dianggap sebagai harga penutupan pada hari perdagangan dan digunakan sebagai patokan harga emas di seluruh dunia (www.goldfixing.com).

Analisis rukun waktu atau *time series* pertama kali diperkenalkan dan dikembangkan pada tahun 1970 oleh Box dan Jenkins merupakan analisis sekumpulan data dalam suatu periode waktu lampau yang berguna untuk mengetahui atau meramalkan kondisi masa mendatang (Soejoeti, 1987). Dasar pemikiran analisis runtun waktu adalah pengamatan sekarang (Z_t) bergantung pada satu atau beberapa pengamatan sebelumnya (Z_{t-p}), dengan kata lain model *time series* dibuat karena secara statistik adanya korelasi antar deret pengamatan (Makridakis, 1999).

Autoregressive (AR) merupakan bentuk runtun waktu yang menghubungkan nilai-nilai sebelumnya pada *time lag* (selang waktu). Model *Autoregressive* tingkat p atau $AR(p)$ dapat ditulis sebagai berikut :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (1)$$

Moving Average (MA) yang berarti rata-rata bergerak merupakan nilai runtun waktu pada waktu ke- t dipengaruhi oleh unsur eror pada saat ini, dan eror terbobot pada masa lalu. (Makridakis, Wheelwright & Hyndman, 1983). Bentuk umum proses *Moving Average* tingkat q atau $MA(q)$ adalah sebagai berikut:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (2)$$

Model *Autoregressive Moving Average* (ARMA) merupakan kombinasi proses *Autoregressive* (AR) dan *Moving Average* (MA). Bentuk umum proses *Autoregressive Moving Average* atau $ARMA(p,q)$ adalah sebagai berikut:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3)$$

Pada proses $ARIMA(p,d,q)$ melibatkan proses $AR(p)$, $MA(q)$, dan tingkat *differencing* (d). Tingkat *differencing* menunjukkan tidak stasioneritasnya data dalam *mean*, jika $d=0$ maka data runtun waktu sudah stasioner. Persamaan umum $ARIMA$ dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B)a_t \quad (4)$$

Suatu data runtun waktu dikatakan stasioner dalam varian apabila varian data cenderung konstan atau tetap. Pengujian stasioneritas data dalam varian dapat diuji dengan Uji Box-Cox. Transformasi keluarga Box-Cox dirumuskan sebagai berikut:

$$T(Z_t) = \frac{Z_t^\lambda - 1}{\lambda} \quad (5)$$

dengan $\lambda \neq 0$ dan λ merupakan parameter transformasi. Jika nilai lambda sama dengan satu, maka data sudah stasioner dalam varian. Jika nilai lambda tidak sama dengan satu maka data tidak stasioner dalam varian dan harus ditransformasi (Box & Cox, 1964).

Uji akar unit *Augmented* Dickey-Fuller digunakan untuk pengujian stasioneritas data dalam *mean* secara formal. Langkah awal dalam pengujian ini yaitu menaksir model autoregresi dari masing-masing variabel, contoh dengan Model AR(1) sebagai berikut :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t \quad (6)$$

Rumusan hipotesis dari Uji ADF sebagai berikut:

$H_0 : |\phi| = 1$ (Terdapat Akar Unit sehingga data tidak stasioner)

$H_1 : |\phi| < 1$ (Tidak terdapat Akar Unit sehingga data stasioner)

Taraf signifikansi = α

Statistik uji :

$$ADF_{hitung} = \frac{\hat{\phi} - 1}{se(\hat{\phi})} \quad (7)$$

Kriteria Uji: Tolak H_0 jika $ADF_{hitung} \leq$ nilai statistik Dickey Fuller (α, n) atau $p\text{-value} \leq \alpha$

Tujuan dilakukan identifikasi model runtun waktu Box-Jenkins adalah menentukan data runtun waktu termasuk proses AR dengan orde p, MA dengan orde q, ARMA dengan orde (p,q), atau ARIMA dengan orde (p,d,q). Dalam mengidentifikasi model Box-Jenkins digunakan plot Fungsi Autokorelasi untuk menentukan orde q pada model MA(q) dan Fungsi Autokorelasi Parsial untuk menentukan orde p pada model AR(p). AR(p) ditetapkan sebagai model awal, jika plot PACF terputus setelah lag-p dan plot ACF menurun secara eksponensial. MA(q) ditetapkan sebagai model awal, plot ACF terputus setelah lag-q dan plot PACF menurun secara eksponensial. ARMA(p,q) ditetapkan sebagai model awal, jika plot PACF terputus setelah lag-p plot ACF terputus setelah lag-q

Setelah ditetapkan model sementara, langkah selanjutnya yaitu mengestimasi parameter model menggunakan Estimasi Maximum Likelihood (MLE). Kemudian dilakukan pengujian signifikansi parameter secara individu untuk setiap parameter model ARIMA yang telah terbentuk dengan prosedur pengujian berikut:

1. Pengujian hipotesis parameter Model *Autoregressive* (AR) :

$H_0 : \phi_i = 0$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, p$ (parameter tidak signifikan terhadap model)

$H_1 : \phi_i \neq 0$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, p$ (parameter signifikan terhadap model)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:
$$t = \frac{\hat{\phi}_i}{se(\hat{\phi}_i)} \quad (8)$$

Kriteria uji: Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| \geq t_{(\alpha/2; n-p)}$

2. Pengujian hipotesis parameter Model *Moving Average* (MA):

$H_0 : \theta_j = 0$ dengan $j = 1, 2, 3, \dots, q$ (parameter tidak signifikan terhadap model)

$H_1 : \theta_j \neq 0$ dengan $j = 1, 2, 3, \dots, q$ (parameter signifikan terhadap model)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

$$t = \frac{\hat{\theta}_j}{se(\hat{\theta}_j)} \quad (9)$$

Kriteria uji: Tolak H_0 jika $|t_{hitung}| \geq t_{(\alpha/2; n-q)}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$

Pada model ARIMA diasumsikan bahwa tidak adanya korelasi antar lag residual. Pengujian hipotesis dengan diuji dengan menggunakan uji *Ljung Box* (Q) sebagai berikut:

$H_0 : \hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_2 = \dots = \hat{\rho}_m = 0$ (tidak ada korelasi antar lag residual)

H_1 : Paling sedikit ada satu $\hat{\rho}_k \neq 0$ dengan $k = 1, 2, 3, \dots, m$ (ada korelasi antar lag residual)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

$$Q(m) = n(n+2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \quad (10)$$

dengan n : banyak data, $\hat{\rho}_k^2$: autokorelasi residual pada lag k , dan m : banyak lag yang diuji. Kriteria uji: Tolak H_0 jika $Q(m) \geq \chi_{(\alpha,m)}^2$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$ (Tsay, 2012).

Pengujian yang dipakai untuk menguji normalitas residual adalah uji Jarque Bera. Berikut hipotesis pengujiannya:

H_0 : Residual berdistribusi normal

H_1 : Residual tidak berdistribusi normal

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

$$JB = \frac{n}{6} \left(Sk^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \quad (11)$$

dengan n adalah banyaknya data, Sk adalah *skewness*, dan K adalah kurtosis.

Kriteria Uji : Tolak H_0 jika $JB \geq \chi_{(2)}^2$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$

Uji *Lagrange Multiplier* digunakan untuk mendeteksi adanya heteroskedastisitas dan keberadaan efek *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) dalam model. Uji ini dilakukan dengan cara persamaan regresi linier berikut:

$$a_t^2 = \omega_0 + \omega_1 a_{t-1}^2 + \dots + \omega_m a_{t-m}^2 + e_t \quad (12)$$

Hipotesis pengujian *Lagrange Multiplier* :

H_0 : $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_m = 0$ (tidak ada efek ARCH pada residual sampai lag m)

H_1 : minimal ada satu $\omega_k \neq 0$ untuk $k = 1, 2, \dots, m$ (terdapat efek ARCH sampai lag ke- m)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

$$LM = n R^2 \quad (13)$$

dengan n banyak data, m banyak lag yang diuji, dan R^2 : koefisien determinasi dari regresi antara kuadrat residual ke- t dengan kuadrat residual ke- $(t-m)$.

Kriteria Uji: Tolak H_0 jika $LM \geq \chi_m^2(\alpha)$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$. (Tsay, 2012)

Model *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (ARCH) mengasumsikan varian residual tidak konstan dalam data runtun waktu. Bentuk umum Model ARCH(p):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p a_{t-p}^2 \quad (14)$$

Bollerslev (1986) mengembangkan metode ARCH dalam bentuk yang lebih sederhana yang dikenal sebagai *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH). Bentuk model GARCH (p,q) menurut Tsay (2002) sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p a_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \quad (15)$$

dengan: σ_t^2 : variansi residual dari waktu ke- t , $\alpha_0 \dots \alpha_p$: parameter model ARCH, dan $\beta_0 \dots \beta_q$ merupakan parameter model GARCH.

Engle dan Ng (1993) mengajukan tiga uji yang digunakan untuk mengetahui pengaruh asimetris yakni uji tanda bias, uji ukuran bias negatif, dan uji ukuran bias positif. yang dilakukan secara bersamaan atau efek gabungan dalam persamaan regresi berikut :

$$\hat{a}_t^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- a_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ a_{t-1} + e_t \quad (16)$$

Pengujian hipotesis parameter pada persamaan (16) adalah sebagai berikut:

1. Pengujian tanda bias, ukuran bias positif, dan ukuran bias negatif:

Hipotesis:

H_0 : $b_i = 0, i = 1, 2, 3$ (Residual bersifat simetris)

H_1 : $b_i \neq 0, i = 1, 2, 3$ (Residual bersifat asimetris)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

Uji tanda bias, uji ukuran bias positif, dan uji ukuran bias negatif:

$$t = \frac{\hat{b}_i}{se(\hat{b}_i)}$$

dengan \hat{b}_i : penaksir kuadrat terkecil dari b_i , $se(\hat{b}_i)$: standar residual dari \hat{b}_i

Kriteria Uji:

Tolak H_0 jika $|t \text{ hitung}| \geq t_{(\frac{\alpha}{2}, n)}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$.

2. Pengujian gabungan (*joint effect*):

Hipotesis:

$H_0: b_1 = b_2 = b_3 = 0$ (Residual bersifat simetris)

H_1 : paling sedikit ada satu $b_i \neq 0, i = 1, 2, 3$ (Residual bersifat asimetris)

Taraf signifikansi: α

Statistik Uji:

$$LM = nR^2, \text{ berdistribusi } \textit{chi-square} \text{ dengan derajat bebas } 3$$

dengan n adalah banyaknya data, R^2 adalah koefisien determinasi dalam regresi dari kuadrat residual.

Kriteria Uji:

Tolak H_0 jika $LM \geq \chi^2_{(\alpha, 3)}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$ untuk uji gabungan.

Model GJR-GARCH diperkenalkan oleh Glosten, Jagannathan, dan Runkle pada tahun 1993 merupakan salah satu model yang mampu menangkap keberadaan efek asimetris pada volatilitas data. Model GJR-GARCH(p, q) dapat didefinisikan sebagai (Lee, 2009):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i}^- a_{t-i}^2 \quad (19)$$

dengan $\alpha_0, \alpha_i, \beta_j$ merupakan konstanta parameter model GARCH(p, q) dan γ_i konstanta parameter GJR *leverage effect* atau efek asimetris pada data S_{t-i}^- merupakan variabel *dummy* bernilai 1 ketika $a_{t-i} < 0$ dan bernilai 0 ketika $a_{t-i} \geq 0$.

Dalam model GARCH standar, distribusi standar residual \mathcal{E}_t model GARCH diasumsikan berdistribusi normal. Namun, untuk banyak data runtun waktu asumsi ini tidak sesuai karena kurtosis yang berlebih (*leptokurtosis*). Dalam beberapa aplikasi, lebih tepat mengasumsikan \mathcal{E}_t mengikuti distribusi ekor berat seperti distribusi *Student-t*. (Tsay, 2012).

Apabila \mathcal{E}_t adalah distribusi *Student-t* dengan derajat bebas ν . Bollerslev (1987) melakukan pemodelan GARCH(1,1) dengan distribusi *student-t* yang didefinisikan sebagai:

$$f(\mathcal{E}_t | \nu) = \frac{1}{\sqrt{\pi(\nu-2)}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{\mathcal{E}_t^2}{\nu-2}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right), \quad \nu > 2 \quad (27)$$

$\Gamma(x)$ menunjukkan fungsi gamma. ($\Gamma(x) = \int_0^\infty y^{x-1} e^{-y} dy$), dengan $a_t = \sigma_t \mathcal{E}_t$. Sehingga diperoleh fungsi *likelihood* dari a_t sebagai berikut:

$$f(a_{q+1}, \dots, a_T | \vartheta, a_1, \dots, a_q) = \prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_t^2(\nu-2)}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{\mathcal{E}_t^2}{\nu-2}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \quad (28)$$

Sehingga diperoleh fungsi *log likelihood* sebagai berikut :

$$L_T(\vartheta) = \log \left(\prod_{t=1}^T \frac{1}{\sqrt{\pi\sigma_t^2(\nu-2)}\Gamma(\frac{\nu}{2})} \left(1 + \frac{\mathcal{E}_t^2}{\nu-2}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)} \Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right) \right) \quad (29)$$

Turunan pertama dari $L_T(\vartheta)$ terhadap σ_t^2 adalah

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\sigma_t^2)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(\nu - \frac{(\nu+1)(\nu-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(\nu-2) + a_t^2)} \right) \quad (30)$$

Turunan pertama dari $L_T(\vartheta)$ terhadap vektor parameter ϑ dilakukan dengan mensubstitusikan Persamaan (30) sebagai berikut :

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\vartheta)} = \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\sigma_t^2)} \frac{\partial(\sigma_t^2)}{\partial(\vartheta)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right) \frac{\partial(\sigma_t^2)}{\partial(\vartheta)} \quad (31)$$

Dengan $y_t = \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right)$ dan $h_t = \frac{\partial(\sigma_t^2)}{\partial(\vartheta)}$

Persamaan yang diperoleh tidak *closed form* karena masih terdapat parameter di dalam persamaan akhirnya, sehingga digunakan metode iterasi Berndt, Haull, Haull dan Hausman (BHHH). Bentuk iterasi parameter yang diperoleh dari metode BHHH adalah

$$\vartheta^{T+1} = \vartheta^T + \left[\sum_{t=1}^T \left(\left(\sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} y_t h_t \right) \left(\sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} y_t h_t \right)' \right) \right]^{-1} \left(\sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} y_t h_t \right) \quad (32)$$

Persamaan (32) dapat ditulis ke dalam bentuk sebagai berikut:

$$\vartheta^{T+1} = \vartheta^T + [\sum_{t=1}^T G G']^{-1} G \quad (33)$$

Dengan $G' = \left[\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\alpha_0)}, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\alpha_1)}, \dots, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\alpha_p)}, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\gamma_1)}, \dots, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\gamma_p)}, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\beta_1)}, \dots, \frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\beta_q)} \right]$

Dengan

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\alpha_0)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right)$$

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\alpha_i)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(\sum_{i=1}^p a_{t-i}^2 \right) \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right)$$

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\gamma_i)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(\sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i}^- a_{t-i}^2 \right) \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right)$$

$$\frac{\partial L_T(\vartheta)}{\partial(\beta_j)} = \sum_{t=q+1}^T \frac{1}{2\sigma_t^2} \left(\sum_{i=1}^q \sigma_{t-j}^2 \right) \left(v - \frac{(v+1)(v-2)\sigma_t^2}{(\sigma_t^2(v-2)+a_t^2)} \right)$$

Pada penelitian ini, evaluasi kinerja model menggunakan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) data *out sample*. MAPE yaitu persentase rata-rata nilai absolut *error* dibagi data aktualnya yang dirumuskan sebagai berikut:

$$MAPE = \sum_{t=1}^n \frac{\left| \frac{Z_t - \hat{Z}_t}{Z_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (34)$$

3. METODE PENELITIAN

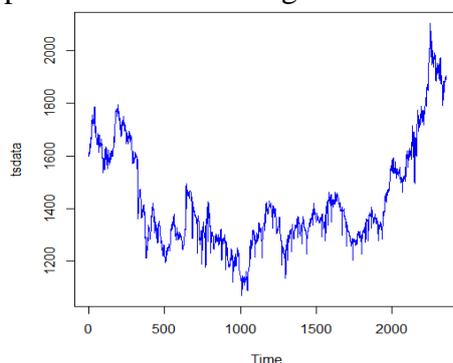
Data yang digunakan adalah data sekunder yang bersumber dari website dengan alamat <https://www.investing.com/indices/lbma-gold-fixing-price-historical-data>. Data tersebut merupakan data hari kerja harga emas dunia dalam USD/*troy ounce* (31,103gr) yang dibagi menjadi dua, yaitu data *in sample* pada periode 3 Januari 2012 sampai 31 Desember 2018 dan data *out sample* pada periode 1 Januari 2019 sampai 31 Desember 2020. Adapun langkah-langkah analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Menyiapkan data yang akan digunakan untuk penelitian.
2. Menentukan data *in sample* dan *out sample*.
3. Melakukan eksplorasi data dengan membuat plot data *time series*.
4. Melakukan uji stasioneritas data *in sample* menggunakan Uji Box-cox dan Uji ADF.
5. Membuat grafik ACF dan PACF data *in sample* untuk menentukan model yang sesuai.
6. Melakukan estimasi parameter data *in sample* model ARIMA
7. Verifikasi model yaitu dengan melakukan uji independensi residual, uji normalitas residual, dan uji homoskedastisitas residual dengan uji *Lagrange Multiplier*.
8. Membuat plot residual kuadrat data *in sample* yang digunakan untuk mengidentifikasi orde ARCH-GARCH yang sesuai.
9. Pembentukan Model ARCH/GARCH.

10. Melakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter model GARCH.
11. Melakukan uji efek asimetris menggunakan *sign and size bias test* pada model GARCH.
12. Identifikasi model GJR-GARCH.
13. Melakukan uji *diagnostik* pasca analisis
14. Menentukan kinerja model terbaik dengan MAPE data *out sample*.
15. Menghitung nilai peramalan data harga emas dunia sepuluh periode kedepan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebelum dilakukan pemodelan data harga emas, dilakukan analisis deskriptif dan eksplorasi data dengan membuat plot data runtun waktu untuk melihat pergerakan data harga emas dunia. Berikut adalah plot runtun waktu harga emas dunia:



Gambar 1 Plot Data Runtun Waktu Harga Emas Dunia

Gambar 1 menunjukkan bahwa harga emas dunia selama kurun waktu yang diamati tidak stasioner karena plot data memperlihatkan fluktuasi yang tinggi. Data harga emas dunia mengalami *trend* turun yaitu terjadi penurunan harga pada periode 3 Januari 2012 hingga 29 Januari 2016. Harga emas dunia juga mengalami *trend* naik yaitu terjadi peningkatan harga pada periode 1 Febuari 2016 hingga 31 Desember 2020. Karakteristik data harga emas periode 3 Januari 2012 sampai dengan 31 Desember 2020 dapat dilihat pada Tabel 1 berikut.

Tabel 1 Statistik Deskriptif Data Harga Emas Dunia

Deskripsi Data	Nilai
Jumlah Observasi	2357
Rata-Rata	1431
Maksimum	2103
Minimum	1071

Nilai *skewness* data *in sample* penutupan harga emas bernilai negatif sebesar -0,01141 yang berarti bahwa memiliki ekor kiri yang lebih panjang dari ekor kanannya. Sedangkan nilai *kurtosis data in sample* penutupan harga emas bernilai 15,17344, nilai kurtosis lebih dari 3 menunjukkan bahwa kurva yang terbentuk adalah kurva *leptokurtic* dan berekor gemuk. Hasil *skewness* dan kurtosis tersebut menunjukkan bahwa data *in sample* penutupan harga emas tidak berdistribusi simetris.

Data *in sample* penutupan harga emas dimodelkan dengan menggunakan ARCH/GARCH untuk mengatasi kasus heteroskedastisitas. Apabila model GARCH terdapat ketidaksimetrisan pada volatilitasnya maka dapat dimodelkan dengan GARCH Asimetris diantaranya GJR-GARCH karena model ini dapat mengakomodasi ketidaksimetrisan dan mengatasi masalah heteroskedastisitas pada data runtun waktu.

Hal terpenting dalam memodelkan data runtun waktu adalah terpenuhinya asumsi bahwa proses runtun waktu mempunyai kestasioneran yaitu data tersebut berada pada kesetimbangan di sekitar nilai rata-rata dan varian yang konstan pada waktu tertentu. Stasioneritas dalam varian dapat dideteksi menggunakan transformasi Box-Cox dengan melihat nilai lambda. Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, diperoleh nilai Lambda sama dengan 1 dan dapat disimpulkan bahwa data harga emas *in sample* telah stasioner dalam varian sehingga tidak dilakukan transformasi pada data. Data *in sample* dapat dilanjutkan pengujian stasioneritas dalam *mean*.

Pengamatan stasioneritas dalam *mean* dapat dilakukan dengan Uji *Augmented Dickey-Fuller* yang disajikan pada Tabel 2. Berdasarkan Tabel 2 H_0 ditolak saat data dilakukan *differencing* satu kali, maka data stasioner dalam *mean* setelah dilakukan *differencing* satu kali, selanjutnya adalah langkah pemodelan ARIMA orde d dari ARIMA adalah 1.

Tabel 2 Hasil Uji Augmented Dickey-Fuller

Data	ADF _{hitung}	ADF _{tabel}	P-Value	Keputusan
Sebelum <i>Differencing</i>	-2,267	-2,86	0,465	H_0 tidak ditolak
Setelah <i>Differencing</i>	-12,633	-2,86	0,010	H_0 ditolak

Plot ACF dan PACF terpotong pada lag 1 dan 2. Pemodelan ARIMA pada penelitian ini didasarkan pada prinsip *parcimony* yang menyatakan bahwa estimasi suatu model diusahakan menggunakan model yang sesederhana mungkin, model terbaik merupakan model yang paling sederhana. Sehingga keseluruhan model ARIMA yang terbentuk yakni ARIMA(0,1,1), ARIMA(0,1,2), ARIMA(1,1,0), ARIMA(2,1,0), ARIMA(1,1,1), ARIMA(1,1,2), ARIMA(2,1,1), dan ARIMA(2,1,2). Selanjutnya dilakukan estimasi terhadap parameter yang terdapat dalam model ARIMA. Berdasarkan uji signifikansi parameter, model yang keseluruhan parameternya signifikan dengan taraf signifikansi 5% adalah ARIMA(0,1,1), ARIMA(0,1,2), ARIMA(1,1,0), ARIMA(2,1,0), ARIMA(1,1,1), ARIMA(2,1,1), dan ARIMA(2,1,2). Model-model tersebut kemudian di analisis lebih lanjut dengan uji independensi residual diperoleh kesimpulan bahwa tidak ada korelasi antar lag pada model ARIMA(1,1,0) dan ARIMA(2,1,2). Selanjutnya dilakukan uji normalitas yang diperoleh kesimpulan bahwa semua model tidak memenuhi asumsi normalitas.

Pengujian ini digunakan untuk mengetahui ada tidaknya efek ARCH/GARCH atau efek heteroskedastisitas pada residual model ARIMA yang terbentuk. Hasil yang diperoleh adalah H_0 ditolak untuk model ARIMA(1,1,0) dan ARIMA(2,1,2) karena nilai *p-value* lebih kecil dari $\alpha=0,05$. Jadi, pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat efek heteroskedastisitas pada residual maka dilanjutkan dengan pemodelan GARCH.

Identifikasi model GARCH dilakukan dengan memeriksa plot PACF kuadrat residual yang dihasilkan dari model ARIMA yang terbentuk. Pemodelan GARCH didasarkan pada prinsip *parcimony* yakni estimasi model diusahakan menggunakan model sesederhana mungkin. Sehingga digunakan model GARCH(1,1) dan dapat diidentifikasi model yang terbentuk adalah ARIMA(1,1,0) GARCH(1,1) dan ARIMA(2,1,2) GARCH(1,1). Setelah dilakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter diperoleh bahwa model ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1) dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut karena semua parameternya signifikan terhadap model dengan nilai *p-value* lebih kecil dari taraf signifikansi $\alpha=0,05$.

Tabel 3 Hasil Uji Efek Asimetris Model ARIMA(1,1,0) GARCH(1,1)

Pengujian	t-hitung	t-tabel	<i>P-value</i>	Keputusan
Tanda bias	3,2176	1,961	0,00135	H ₀ ditolak
Ukuran bias negatif	13,0771	1,961	2,035 x 10 ⁻³⁷	H ₀ ditolak
Ukuran bias positif	0,4691	1,961	0.6391	H ₀ tidak ditolak
Pengujian	Nilai LM	$\chi^2_{(0,05,3)}$	<i>P-value</i>	Keputusan
Efek gabungan	176,6397	7,81	4,689 x 10 ⁻³⁸	H ₀ ditolak

Berdasarkan Tabel 3 dapat diketahui bahwa pada model ARIMA(1,1,0) GARCH(1,1) nilai *p-value* untuk uji efek gabungan sebesar 4,689 x 10⁻³⁸ dan nilai LM uji efek gabungan sebesar 176,6397 karena nilai LM lebih besar dari $\chi^2_{(0,05,3)}$ dan nilai *p-value* lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ sehingga dapat disimpulkan bahwa ARIMA(1,1,0) GARCH(1,1) mengindikasikan terdapat efek asimetris sehingga untuk mengatasinya dapat dilakukan dengan analisis lebih lanjut menggunakan GARCH Asimetris yaitu dengan Model GJR-GARCH berdistribusi *student-t*.

Model GJR-GARCH yang terbentuk adalah ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1). Setelah dilakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter diperoleh model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) merupakan model yang dapat memodelkan harga emas dunia karena pada taraf signifikansi sebesar 5% seluruh parameter signifikan terhadap model dan mempunyai *p-value* lebih kecil dari 0,05 seperti yang terjadi pada tabel 4.

Tabel 4 Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA (1,1,0) GJR-GARCH(1,1)

Parameter	Koefisien	t hitung	t tabel	<i>P-Value</i>	Keputusan
ϕ_1	0,99974	4568,67	1,961	0,00000	H ₀ ditolak
α_0	645,23	2,9383	1,961	0,003300	H ₀ ditolak
α_1	0,36567	2,5877	1,961	0,009663	H ₀ ditolak
β_1	0,26766	4,0370	1,961	0,000054	H ₀ ditolak
γ_1	0,9987	4,0356	1,961	0,000054	H ₀ ditolak

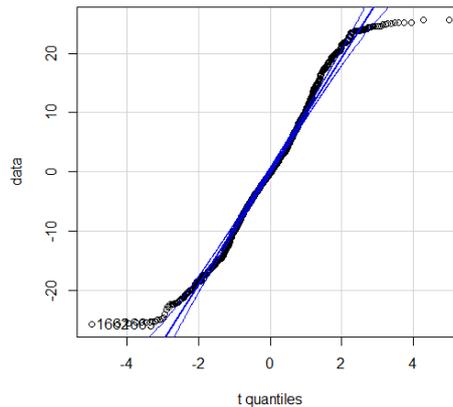
Persamaan model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) yang diperoleh sebagai berikut :

$$\widehat{Z}_t = 1,99974 Z_{t-1} - 0,99974 Z_{t-2}$$

$$\widehat{\sigma}_t^2 = 645,23 + 0,36567 a_{t-1}^2 + 0,26766 \sigma_{t-1}^2 + 0,9987 S_{t-1}^- a_{t-1}^2$$

Berdasarkan hasil persamaan model diatas dapat diketahui bahwa persamaan model \widehat{Z}_t merupakan persamaan *mean* atau model ARIMA(1,1,0). Sedangkan persamaan model $\widehat{\sigma}_t^2$ merupakan persamaan varian atau model GJR-GARCH(1,1).

Pengujian distribusi dari standar residual dilakukan untuk melihat apakah residual yang dihasilkan memiliki distribusi *student-t*. Skewness, Kurtosis, atau kuantil-kuantil plot (QQ Plot) dari standar residual dapat digunakan untuk memeriksa validitas asumsi distribusi (Tsay, 2012). Pengujian ini menggunakan QQ Plot dengan bantuan *software* R yang dapat disajikan pada Gambar 2 berikut:



Gambar 2 QQ Plot Standar Residual

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa data residual model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) secara umum berada di sekitar garis, sehingga dapat disimpulkan bahwa data residual model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) mengikuti distribusi *student-t*.

Uji *Lagrange Multiplier* digunakan untuk mengetahui apakah masih terdapat efek ARCH/GARCH atau heteroskedastisitas pada residual model GJR-GARCH. Pengujian ini dilakukan dengan melihat statistik uji nilai *lagrange Multiplier* dan *P-value* untuk model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) dapat disajikan pada Tabel 5 berikut:

Tabel 5 Hasil Uji Lagrange Multiplier Model GJR-GARCH

Model	Lag	Statistik	$\chi^2_{(0.05; m)}$	<i>P-value</i>	Keputusan
ARIMA(1,1,0)	Lag[3]	0,0002159	7,8147	0,9883	H ₀ tidak ditolak
GJR-GARCH(1,1)	Lag[5]	0,0003077	11,0705	1,0000	H ₀ tidak ditolak
	Lag[7]	0,0004276	14,0641	1,0000	H ₀ tidak ditolak

Berdasarkan Tabel 5 dapat diketahui bahwa nilai *p-value* untuk lag 3,5,7 lebih besar dari tingkat signifikansi, maka diperoleh kesimpulan bahwa sudah tidak terdapat efek heteroskedastisitas pada residual model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1).

Pengujian ini dilakukan dengan melihat nilai statistik uji efek gabungan dan diperoleh informasi berikut:

Tabel 6 Hasil Uji Efek Asimetris Model GJR-GARCH

Pengujian	t-hitung	t-tabel	<i>P-value</i>	Keputusan
Tanda bias	0,2674	1,961	0,7892	H ₀ tidak ditolak
Ukuran bias negatif	1,024	1,961	0,3060	H ₀ tidak ditolak
Ukuran bias positif	0,4448	1,961	0,6565	H ₀ tidak ditolak
Pengujian	Nilai LM	$\chi^2_{(0.05, 3)}$	<i>P-value</i>	Keputusan
Efek gabungan	1,253	7,81	0,7403	H ₀ tidak ditolak

Berdasarkan Tabel 6 dapat diketahui bahwa Model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) memiliki nilai *p-value* untuk seluruh pengujian lebih besar dari 0,05 sehingga dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) dapat mengatasi *leverage effect* pada kasus data *in sample* harga emas dunia.

Tabel 7 Hasil Uji Ljung-Box Model GJR-GARCH

Lag	Nilai Q	$\chi^2_{(0,05,m)}$	P -value	Keputusan
Lag[1]	1,282	3,84	0,2576	H_0 tidak ditolak
Lag[2]	2,423	5,99	0,1045	H_0 tidak ditolak
Lag[5]	3,868	11,07	0,2473	H_0 tidak ditolak

Berdasarkan Tabel 7 dapat diketahui bahwa tidak terdapat korelasi dalam residual kuadrat sehingga H_0 tidak ditolak pada taraf signifikansi : $\alpha = 0,05$, dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) merupakan model yang sesuai untuk menggambarkan pergerakan volatilitas data harga emas dunia.

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan, dapat diketahui bahwa nilai MAPE data *out sample* sebesar 18,93%. Nilai MAPE berada di antara 10% dan 20% menunjukkan model memiliki kemampuan peramalan yang baik sehingga model yang terbentuk dapat digunakan untuk mengetahui harga emas dunia beberapa periode waktu ke depan.

Model akhir yang digunakan untuk peramalan yaitu, model ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1) maka dihasilkan peramalan selama 10 periode sebagai berikut:

Tabel 8 Hasil Peramalan ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1)

Waktu	Harga Emas	Standar Deviasi	Waktu	Harga Emas	Standar Deviasi
T+1	1364	519,63	T+6	1365	521,48
T+2	1364	520	T+7	1365	521,84
T+3	1364	520,37	T+8	1365	522,21
T+4	1365	520,74	T+9	1365	522,58
T+5	1365	521,11	T+10	1365	522,94

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dilakukan, maka diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Model yang terbentuk untuk memodelkan harga emas dunia adalah model GJR GARCH yaitu ARIMA(1,1,0) GJR-GARCH(1,1):

Persamaan *Mean* :

$$\widehat{Z}_t = 1,99974 Z_{t-1} - 0,99974 Z_{t-2}$$

Persamaan *Varian* :

$$\widehat{\sigma}_t^2 = 645,23 + 0,36567 a_{t-1}^2 + 0,26766 \sigma_{t-1}^2 + 0,9987 S_{t-1}^- a_{t-1}^2$$

2. Pada evaluasi kinerja model menggunakan MAPE *out sample* yang dihitung berdasarkan data aktual *out sample* dan data estimasinya menghasilkan nilai MAPE sebesar 18,93% yang mana termasuk dalam kategori model yang memiliki kemampuan peramalan yang baik.

DAFTAR PUSTAKA

- Bollerslev, T. 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31: 307-327.
- Bollerslev T. 1987. A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *The Review Of Economics And Statistics*. 1:542-7.

- Box, G. E., dan Cox, D. R. 1964. An Analysis of Transformation. *Journal of the Royal Statistical Society Series B (Methodological)*, 2(26): 211–252.
- Engle, R.F. dan Ng, V.K. 1993. Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5:1749-1778
- Engle, R.F. 2001. GARCH 101 : The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics. *Journal of Econometrics Perspectives*, 4:157-168.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., dan Runkle, D. 1993. “On the Relation between the Expected Value and the Volatility of Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, Vol. XLVIII, No. 5: 1779-1801.
- Lee, H.S. 2009. Forecasting Performance of Asymmetric GARCH Stock Market Volatility Models. *Journal of International Economics Studies*, Vol. 13, No. 2:111-143.
- Makridakis. 1999. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Edisi 2. Jakarta: Binarupa Aksara.
- Makridakis, S.G., Wheelwright, S.C., dan Hyndman, R.J. 1983. *Forecasting Methods and Applications Third Edition*. New York: A John Wiley & Sonc, Inc.
- Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunia Jakarta.
- Tsay, R.S. 2012. *An Introduction to Analysis of Financial Data with R*. Canada: John Wiley&Sons.