

PENERAPAN SMOOTHING B-SPLINES PADA HUBUNGAN ANTARA PERTUMBUHAN EKONOMI DAN TINGKAT KEBAHAGIAAN

Muhammad Fajar^{1,2*}, Eko Fajariyanto²

¹ Institut Teknologi Sepuluh Nopember, ²Badan Pusat Statistik

*e-mail : mfajar@bps.go.id

DOI: 10.14710/j.gauss.11.4.605-615

Article Info:

Received: 2022-06-07

Accepted: 2023-02-20

Available Online: 2023-02-25

Keywords:

*economic growth; happiness;
model; spline; nonparametrics*

Abstract: This study aimed to model the smoothing of B-splines on the relationship between happiness and economic growth. The method used in this research is smoothing B-splines, which were in the process of determining *knots* and smoothing parameters (λ) based on the minimum GCV. The data used in the study came from Badan Pusat Statistik-Statistics Indonesia. The results of this study concluded that the smoothing of B-splines is quite good at modeling the relationship between the level of happiness (response variable) and economic growth (predictor variable). The smoothing B-splines model can explain the variation in the level of happiness by 71.583 percent.

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan ekonomi merupakan salah satu indikator ekonomi makro yang mengukur kinerja perekonomian makro dalam menghasilkan output antar waktu. Sementara itu, output dapat diinterpretasikan dari sisi pendapatan nasional yang mencerminkan tingkat kesejahteraan suatu Negara. Namun, kesejahteraan bukannya saja secara ekonomi tetapi juga mengarah pada kebahagiaan yang bersifat “beyond GDP”. Easterlin (1995) menyimpulkan bahwa peningkatan pendapatan tidak serta merta juga meningkatkan kebahagiaan, ini dikarenakan norma-norma penilaian kesejahteraan didasarkan pada peningkatan proporsi yang sama sebagai pendapatan aktual masyarakat. Hal yang senada juga disimpulkan oleh Senik (2014) bahwa pada level agregat bukti langsung hubungan antara pendapatan nasional dan kebahagiaan hampir tidak eksis karena keterbatasan data dan masalah statistika. Kemudian, Easterlin (2013) menyimpulkan bahwa di beberapa negara berkembang, negara transisi, dan negara kurang berkembang tidak relasi antara kebahagiaan dan pendapatan dalam jangka panjang tetapi dalam jangka pendek terjadi asosiasi positif pada keduanya.

Penulis berpandangan bahwa terjadi kesalahan spesifikasi model yang digunakan pada penelitian Senik (2014) yang menerapkan hubungan linier antara pendapatan nasional dan kebahagiaan, yang sebenarnya hubungan kedua variabel tersebut non linier atau bahkan sulit dibuat spesifikasinya secara parametrik. Lalu, Easterlin (2013) menggunakan laju pertumbuhan produk domestik bruto perkapita (bukan data pertumbuhan ekonomi yang berasal dari laju produk domestik bruto) dan kebahagiaan sehingga adanya kemungkinan bias untuk menginvestigasi hubungan pertumbuhan ekonomi. Oleh karena itu, dalam penelitian ini penulis menerapkan smoothing B-splines pada hubungan antara pertumbuhan ekonomi dan kebahagiaan pada kasus Indonesia sebagai solusi atas ketidakmampuan model parametrik, dimana dalam estimasi smoothing B-splines dipengaruhi oleh banyaknya *knot* dan nilai *smoothing parameter* (λ).

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Pertumbuhan Ekonomi

Pertumbuhan ekonomi merupakan salah satu indikator penting untuk memonitoring kelangsungan pembangunan ekonomi dan peningkatan kesejahteraan masyarakat

wilayah. Menurut Kuznets (1973) pertumbuhan ekonomi dapat didefinisikan sebagai kemampuan suatu negara untuk meningkatkan output berdasarkan kemajuan teknologi yang diiringi penyesuaian ideologi. Boldeanu dan Constantinescu (2015) menyatakan bahwa pertumbuhan ekonomi dapat dipengaruhi oleh faktor langsung maupun faktor tidak langsung. Faktor langsung yang dimaksud seperti sumber daya manusia, sumber daya alam, modal, dan kemajuan teknologi, sementara faktor tidak langsung antara lain seperti institusi, permintaan agregat, tingkat tabungan dan investasi, serta migrasi tenaga kerja.

Pertumbuhan ekonomi suatu negara dapat diukur dengan cara membandingkan PNB (Produk Nasional Bruto) atas dasar harga konstan atau PDB (Produk Domestik Bruto) atas dasar harga konstan tahun/kuartal yang sedang berjalan dengan tahun/kuartal sebelumnya. Di Indonesia pertumbuhan ekonomi diukur menggunakan PDB/PDRB (Produk Domestik Regional Bruto) atas dasar harga konstan. PDB pada dasarnya merupakan jumlah nilai tambah yang dihasilkan oleh seluruh unit usaha dalam suatu negara tertentu, atau merupakan jumlah nilai barang dan jasa akhir yang dihasilkan oleh seluruh unit ekonomi. PDB atas dasar harga berlaku menggambarkan nilai tambah barang dan jasa yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada setiap tahun, sedangkan PDB atas dasar harga konstan (PDB Riil) menunjukkan nilai tambah barang dan jasa tersebut yang dihitung menggunakan harga yang berlaku pada satu tahun tertentu sebagai dasar.

2.2. Kebahagiaan

Kesejahteraan masyarakat bukan hanya diartikan hanya mencakup aspek materi fisik, namun juga meliputi aspek rohani kejiwaan. Masyarakat merupakan subjek dan objek pembangunan memegang kunci penting bagi peningkatan kesejahteraan dirinya. Kebahagiaan merupakan salah cerminan dari aspek kesejahteraan dalam aspek rohani kejiwaan (Ng, 1997). Terdapat empat teori tentang kebahagiaan yaitu *hedonism*, *desire*, *objective list* dan *authentic theory* (Seligman, 2002; Huang, 2008). *Hedonism theory* menyatakan bahwa kebahagiaan dapat diasosiasikan dalam upaya memaksimalkan kesenangan dan meminimumkan penderitaan. *Desire theory* menyatakan bahwa kebahagiaan diasosiasikan sebagai terpenuhinya kebutuhan individu. Pemenuhan kebutuhan dapat meningkatkan kebahagiaan seseorang tanpa memandang kesenangan yang dihasilkannya. Menurut *objective list theory*, kebahagiaan tercapai jika individu mampu memenuhi berbagai tujuan yang mencakup kebutuhan hidup dan hubungan sosial, misalnya pemenuhan kebutuhan hidup sehari-hari, kebebasan berpendapat, jaminan kesehatan, layanan pendidikan, pengetahuan, pertemanan. Dalam *authentic theory*, kebahagiaan terkait dengan tiga hal yaitu *pleasant life/pleasure*, *good life*, dan *meaningful*.

Di Indonesia tingkat kebahagiaan diukur dengan dengan indeks kebahagiaan (BPS, 2015), dimana indeks kebahagiaan adalah indeks komposit yang disusun oleh tingkat kepuasan terhadap 10 aspek kehidupan yang esensial. Kesepuluh aspek tersebut secara substansi dan bersama-sama merefleksikan tingkat kebahagiaan yang meliputi kepuasan terhadap: 1) kesehatan, 2) pendidikan, 3) pekerjaan, 4) pendapatan rumah tangga, 5) keharmonisan keluarga, 6) ketersediaan waktu luang, 7) hubungan sosial, 8) kondisi rumah dan aset, 9) keadaan lingkungan, dan 10) kondisi keamanan. Indeks kebahagiaan pada level provinsi merupakan rata-rata dari angka indeks yang dimiliki oleh setiap individu di provinsi tertentu pada tahun tertentu. Semakin tinggi nilai indeks menunjukkan tingkat kehidupan yang semakin bahagia, demikian pula sebaliknya, semakin rendah nilai indeks maka penduduk semakin tidak bahagia.

2.3. Hubungan antara Pertumbuhan Ekonomi dan Kebahagiaan

Beberapa penelitian menunjukkan bahwa peningkatan pendapatan tidak secara otomatis juga meningkatkan kebahagiaan (Easterlin, 1995; Clark et al., 2008; Easterlin, 2013; Senik, 2014) dan adanya korelasi yang rendah antara pendapatan dan kebahagiaan (Clark dan Oswald, 1994; Frey dan Stutzer, 2000; Rus dan Blăjan, 2021). Namun, pada beberapa penelitian menunjukkan hasil yang berbeda, Argyle (2001) menemukan bahwa terdapat hubungan yang positif antara tingkat kebahagiaan dan pertumbuhan ekonomi, tetapi lebih berpengaruh secara signifikan di negara-negara miskin. Esmail dan Donya (2013) menunjukkan hasil analisis yang sama, yaitu bahwa pertumbuhan ekonomi memiliki pengaruh yang positif dan signifikan terhadap kebahagiaan di 58 negara. Secara jangka panjang, hubungan antara pertumbuhan pendapatan dan kebahagiaan adalah hubungan yang positif namun sangat lemah (Beja, 2014a, 2014b). Pada analisis data crosssection ditemukan adanya hubungan positif signifikan antara pendapatan dan kebahagiaan di negara maju (Blanchflower dan Oswald 2004; Shields dan Price 2005; Clark et al., 2016) dan di negara berkembang (Graham dan Pettinato 2002; Lelkes, 2006). Luo (2017) mengungkapkan adanya hubungan positif dan negatif antara kebahagiaan dan pendapatan menurut subpopulasi di China dengan menggunakan hasil survei China Household Income Project (CHIP) pada tahun 2002 dan 2013. Terjadi peningkatan pendapatan meningkat secara dramatis selama periode ini, namun kebahagiaan meningkat untuk penduduk perkotaan dan migran, tetapi menurun untuk penduduk pedesaan.

Kemudian, Campante dan Yanagizawa-Drott (2014) mempelajari dampak ekonomi dari praktik-praktik keagamaan dalam konteks pelaksanaan ibadah puasa Ramadan dan menemukan dua hasil, yaitu: (1) puasa Ramadan yang lebih lama memiliki dampak negatif terhadap pertumbuhan output di negara-negara Muslim, (2) puasa Ramadan meningkatkan kesejahteraan subjektif di kalangan Muslim, dan (3) bahwa praktik keagamaan dapat mempengaruhi pilihan penawaran tenaga kerja dengan cara yang berimplikasi negatif terhadap kinerja ekonomi, tetapi tetap meningkatkan kesejahteraan subjektif di antara para pengikutnya.

Sementara itu, polusi udara mempengaruhi hubungan antara PDB dan tingkat kebahagiaan (Fotourehchi dan Ebrahimpour, 2019), dimana peningkatan PDB per kapita dapat menyebabkan penurunan kebahagiaan jika tingkat polusi udara cukup tinggi. Sebaliknya, jika tingkat polusi udara terlalu rendah, maka peningkatan PDB per kapita dapat menyebabkan peningkatan kebahagiaan.

Dari berbagai temuan penelitian sebelumnya terdapat satu kesamaan benang merah bahwa model yang dikonstruksi berdasarkan model driven, dimana hubungan antara pertumbuhan ekonomi ataupun pendapatan dan tingkat kebahagiaan dispesifikasikan secara linier. Oleh karena itu, penelitian ini menggunakan konsep data driven, dimana penelitian ini menggunakan empiris hubungan antara dua variabel tersebut berdasarkan sebaran data yang telah terjadi tanpa adanya asumsi spesifikasi yang telah ditentukan terlebih dahulu.

2.4. Smoothing B-Splines

Analisis regresi adalah alat statistika yang berfungsi untuk menginvestigasi hubungan antara variabel respon (y_i) dengan variabel prediktor (x_i) yang dituangkan dalam sebuah pemodelan matematis. Dari n pengamatan diperoleh data berpasangan (x_i, y_i) , maka hubungan antara (x_i) dan (y_i) dapat dinyatakan secara matematis sebagai berikut:

$$y_i = f(x_i) + \varepsilon_i; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan: $f(x_i)$: fungsi/model regresi, dan ε_i : residual yang diasumsikan $E(\varepsilon_i) = 0$, $E(\varepsilon_i \varepsilon_{i \neq q}) = 0$, dan $E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2$.

Persamaan (1) dikatakan regresi parametrik jika $f(x_i)$ diketahui bentuk fungsi berdasarkan teori, penelitian, atau hasil prespesifikasi model. Sementara itu, Persamaan (1)

dikatakan regresi nonparametrik, jika bentuk fungsional $f(x_i)$ tidak diketahui atau dari scatter plot antara (x_i) dan (y_i) memiliki pola yang tidak jelas atau tidak lazim pada bentuk fungsional seperti linier, kuadratik, kubik, dan lainnya. Pada estimasi regresi parametrik diperlukan asumsi yang ketat agar menghasilkan estimator yang BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*), sedangkan pada estimasi regresi nonparametrik tidak diperlukan asumsi ketat seperti pada regresi parametrik, namun pada regresi nonparametrik memiliki kerumitan komputasi yang lebih sulit dibandingkan regresi parametrik, hal ini sebagai implikasi atas pola sebaran data yang tidak diketahui atau tidak lazim seperti lazimnya bentuk fungsionalnya pada regresi parametrik.

B-splines adalah fungsi polinomial yang memiliki sifat tersegmentasi pada selang x yang terbentuk oleh *knot* (*piecewise polynomial*) yang kemudian ditaksir secara lokal pada selang-selang tersebut untuk derajat polinomial tertentu (de Boor, 2001). B-splines ke- j dengan derajat v berdasarkan deretan sebanyak u *knot* t_0, \dots, t_u untuk $j = 1, \dots, v + u$ (u menyatakan banyaknya *knot*) dinotasikan dengan formulasi rekursif sebagai berikut:

$$B_j(x; v) = \frac{x - t_j}{t_{j+v-1} - t_j} B_j(x; v - 1) - \frac{x - t_{j+v}}{t_{j+v} - t_{j+1}} B_{j+1}(x; v - 1) \quad (2)$$

dengan:

$$B_j(x; 0) = \begin{cases} 1 & \text{jika } t_j \leq x \leq t_{j+1} \\ 0 & \text{lainnya} \end{cases} \quad (3)$$

berdasarkan Persamaan (2) dan (3) diperoleh bahwa pada interval $[t_v, t_{u+v+1}]$, maka:

$$\forall x: \sum_{j=1}^{u+v} B_j(x; v) = 1$$

berdasarkan Persamaan (1) bahwa $f(\cdot)$ tidak diketahui bentuk fungsional, maka fungsi tersebut diaproksimasi dengan fungsi B-splines, dengan formulasi:

$$f(x) \approx \sum_{j=1}^{u+v=m} \alpha_j B_j(x; v) \quad (4)$$

Jadi fungsi $f(\cdot)$ diasumsikan fungsi smooth yang diaproksimasi dengan kombinasi linier dari B-splines (fungsi B-splines). Berdasarkan Persamaan (4), maka Persamaan (1) menjadi:

$$y_i = \sum_{j=1}^m \alpha_j B_j(x; v) + \varepsilon_i \quad (5)$$

Persamaan (5) dinotasikan menjadi persamaan matriks:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (6)$$

dengan:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}; \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_1(x_1; v) & B_2(x_1; v) & \cdots & B_m(x_1; v) \\ B_1(x_2; v) & B_2(x_2; v) & \cdots & B_m(x_2; v) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_1(x_n; v) & B_2(x_n; v) & \cdots & B_m(x_n; v) \end{bmatrix}; \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}; \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

dari Persamaan (6) secara *least square* diperoleh:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = (\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{Y} \quad (7)$$

Berdasarkan Persamaan (7), maka estimator untuk model regresi pada Persamaan (5) adalah:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{B}(\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{Y} \quad (8)$$

Penggunaan jumlah *knot* yang terlalu banyak membuat kurva fungsi B-splines cenderung *overfitting* sehingga diperlukan penalti pada koefisien yang berdekatan dari B-splines (Eilers dan Marx, 1996; Meyer, 2012; Zhou and Pan, 2013). Secara umum, fungsi obyektif regresi B-splines yang diberikan penalti sebagai berikut (Spiriti et al., 2013):

$$\hat{\alpha} = \operatorname{argmin}_{\alpha} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^m \alpha_j B_j(x; v) \right)^2 + \lambda \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left(\sum_{j=1}^m \alpha_j B_j''(x; v) \right)^2 dx$$

dengan $\lambda > 0$ adalah *smoothing parameter* dan $B_j''(x; v)$ adalah turunan kedua dari $B_j(x; v)$. Berikut beberapa turunan B-splines dan fungsi B-splines yang berguna dalam proses estimasi:

- Turunan Pertama B-splines

$$\frac{\partial B_j(x; v)}{\partial x} = \frac{v - t_j}{t_{j+v-1} - t_j} B_j(x; v - 1) - \frac{v - 1}{t_{j+v} - t_{j+1}} B_{j+1}(x; v - 1), \quad \text{untuk } v > 1$$

$$\frac{\partial B_j(x; v)}{\partial x} = 0, \quad \text{untuk } v = 1$$

- Turunan Kedua B-splines

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_j(x; v)}{\partial x^2} = (v - 1)(v - 2) & \left(\frac{1}{(t_{j+v-1} - t_j)(t_{j+v-2} - t_j)} B_j(x; v - 2) \right. \\ & - \left(\frac{1}{(t_{j+v-1} - t_j)} + \frac{1}{(t_{j+v} - t_{j+1})} \right) \frac{1}{(t_{j+v-1} - t_{j+1})} B_{j+1}(x; v - 2) \\ & \left. + \frac{1}{(t_{j+v} - t_{j+1})(t_{j+v} - t_{j+2})} B_{j+2}(x; v - 2) \right) \end{aligned}$$

- Turunan Pertama fungsi B-splines

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x} = (v - 1) \sum_{j=2}^m \frac{\alpha_j - \alpha_{j-1}}{t_{j+v-1} - t_j} B_j(x; v - 1)$$

- Turunan Kedua fungsi B-splines

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} = (v - 1)(v - 2) \left(\sum_{j=3}^m \frac{\frac{\alpha_j - \alpha_{j-1}}{t_{j+v-1} - t_j} - \frac{\alpha_{j-1} - \alpha_{j-2}}{t_{j+v-2} - t_{j-1}}}{t_{j+v-2} - t_j} B_j(x; v - 2) \right).$$

2.5. Penentuan *Knot* Optimal pada Smoothing B-Splines

Untuk melakukan pemodelan regresi B-splines dalam penelitian agar diperoleh regresi smoothing B-splines adalah dengan menentukan jumlah *knot* optimal (t_{opt}) dan *smoothing parameter* optimal (λ_{opt}) berdasarkan kriteria *Generalized Cross Validation* (GCV) (Devi et al., 2019; Utami et al., 2020):

$$GCV(t, \lambda) = \frac{MSE(t, \lambda)}{n^{-1} \operatorname{trace}[\mathbf{I} - \mathbf{A}(t, \lambda)]} \quad (8)$$

dengan: $MSE(t, \lambda) = n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i(t, \lambda))^2$, \mathbf{I} adalah matriks identitas, $\mathbf{A}(t)$: \mathbf{A} dengan sejumlah *knot* (t_1, \dots, t_n). Jumlah *knot* dan *smoothing parameter* yang optimal adalah jumlah *knot* dan *smoothing parameter* yang meminimumkan GCV(t, λ).

2.6. Koefisien Determinasi

R^2 atau koefisien determinasi adalah ukuran yang merefleksikan seberapa besar simpangan atau variasi yang dihasilkan oleh suatu model tertentu atas data yang dimodelkan. R^2 secara umum dirumuskan sebagai berikut:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} \quad (9)$$

$$= 1 - \frac{RSS}{TSS},$$

dengan:

$$ESS = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2, \quad RSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2,$$

$$TSS = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2, \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i.$$

y_i menyatakan nilai observasi dari suatu variabel respon, n menyatakan banyaknya observasi, \bar{y} adalah nilai rata-rata dari observasi atau data respon, \hat{y}_i adalah *fitted value* untuk y_i yang dihasilkan oleh suatu model, ESS (*Explained Sum of Squares*) merefleksikan variasi yang dihasilkan dari model, RSS (*Residual Sum of Squares*) merefleksikan variasi yang berasal dari factor-faktor lain diluar model, dan TSS (*Total Sum of Square*) merefleksikan variasi pada data respon.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian adalah indeks kebahagiaan dan pertumbuhan ekonomi level provinsi pada tahun 2014. Kedua data tersebut bersumber dari Badan Pusat Statistik. Dalam penelitian ini tingkat kebahagiaan merupakan variabel respon (y_i) dan pertumbuhan ekonomi merupakan variabel prediktor (x_i).

$$g_k = \frac{\text{PDRB Riil}_k - \text{PDRB Riil}_{k-1}}{\text{PDRB Riil}_{k-1}} \times 100\%$$

dengan g_k : Pertumbuhan ekonomi waktu t, PDRB Riil_k : PDRB Riil pada waktu k, dan PDRB Riil_{k-1} : PDB Riil pada waktu k-1.

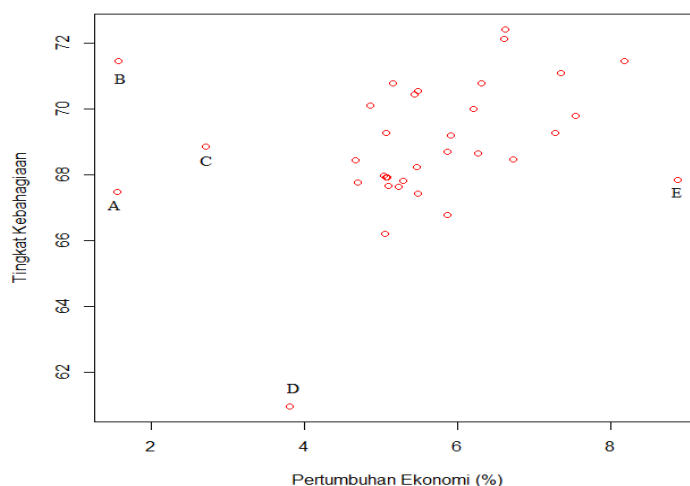
3.2. Langkah-langkah Penelitian

Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

- (a) Bentuklah scatter plot antara tingkat pertumbuhan ekonomi (sebagai sumbu vertikal) dan tingkat kebahagiaan (sebagai sumbu horizontal).
- (b) Berdasarkan hasil Langkah (a), tentukan pola hubungan antara tingkat pertumbuhan ekonomi dan tingkat kebahagiaan.
- (c) Berdasarkan hasil Langkah (b), jika pola hubungan yang terjadi adalah pola non linear atau linear, maka pemodelan dilakukan dengan regresi parametrik dan langkah analisis dihentikan. Namun, jika pola hubungan yang terjadi adalah pola yang tidak dikenal dengan spesifikasi parametrik tertentu, maka pemodelan dilakukan dengan regresi smoothing B-splines.
- (d) Jika Langkah (c) merekomendasikan regresi smoothing B-splines melalui estimasi sebagaimana pada penjelasan Sub-Bab 2.4, maka penentuan titik *knot* dan Derajat ν yang digunakan berdasarkan GCV minimum berdasarkan Persamaan (8).
- (e) Berdasarkan hasil Langkah (d), hitunglah koefisien determinasi dan interpretasikan hasilnya, serta visualisasikan *fitted values* terhadap data aktualnya.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Secara visual sebaran data antara tingkat kebahagiaan dan pertumbuhan ekonomi level provinsi disajikan pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Scatter plot antara tingkat pertumbuhan ekonomi dan tingkat kebahagiaan

Berdasarkan Gambar 1, regresi parametrik tidak dapat dipaksakan untuk dilakukan pemodelan parametrik karena pola hubungan yang terjadi antara tingkat pertumbuhan ekonomi dan tingkat kebahagiaan memiliki bentuk pola yang tidak dikenal dengan bentuk spesifikasi parametrik apapun. Hal tersebut sebagai implikasi terdapat lima titik (A, B, C, D, dan E) yang diluar sebaran umum data (*outlier*). Oleh karena itu, regresi nonparametrik dapat diterapkan pada kondisi tersebut. Dalam proses estimasi smoothing B-splines sangat dipengaruhi oleh banyaknya *knot* dan nilai *smoothing parameter*. Penggunaan *knot* yang terlalu banyak menjadikan model yang dikonstruksi cenderung *overfitting* dan penggunaan *knot* yang sedikit menjadikan model yang dikonstruksi cenderung *underfitting* (Goepf, et al. 2018), sehingga penentuan jumlah *knot* dibatasi dalam kisaran 1 – 9 *knot*. Berikut nilai GCV dari 1 – 9 *knot* dan *smoothing parameter* menurut derajat B-splines.

Tabel 1. Nilai GCV Menurut Banyaknya *Knot*, Derajat ν , dan *Smoothing parameter* (λ)

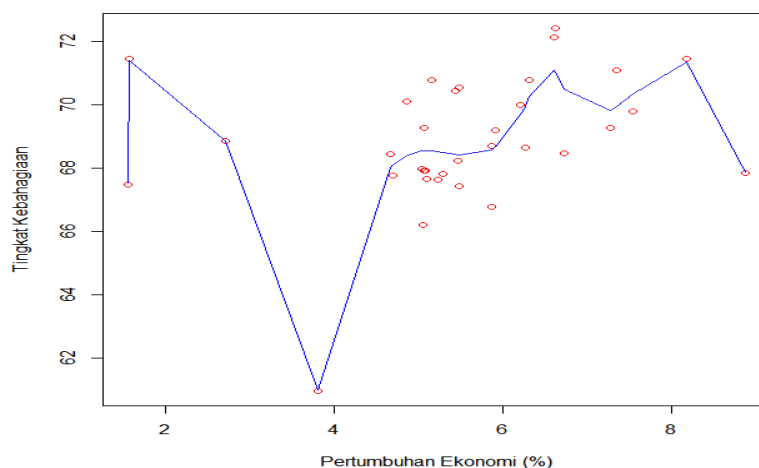
| <i>knot</i> | $\nu = 1$ | | $\nu = 2$ | | $\nu = 3$ | |
|-------------|--------------|--|--------------|--|--------------|--|
| | GCV | λ | GCV | λ | GCV | λ |
| 1 | 3.931 | 9.586×10^{-1} | 3.499 | 9.197×10^{-1} | 3.585 | 1.227×10^{-8} |
| 2 | 3.028 | 2.167×10^{-2} | 2.674 | 9.510×10^{-6} | 3.638 | 1.998×10^8 |
| 3 | 2.511 | 5.762×10^{-5} | 2.374 | 1.864×10^{-5} | 2.338 | 5.974×10^{-5} |
| 4 | 2.300 | 5.004×10^{-5} | 2.305 | 6.950×10^{-6} | 2.350 | 1.734×10^{-4} |
| 5 | 2.193 | 5.225×10^{-5} | 2.293 | 1.107×10^{-5} | 2.226 | 9.832×10^{-6} |
| 6 | 2.068 | 5.231×10^{-5} | 2.128 | 3.371×10^{-6} | 2.366 | 5.340×10^{-6} |
| 7 | 2.050 | 4.606×10^{-5} | 2.065 | 9.004×10^{-6} | 2.281 | 5.286×10^{-7} |
| 8 | 1.899 | 4.382×10^{-5} | 1.961 | 4.830×10^{-6} | 2.248 | 6.985×10^{-7} |
| 9 | 1.863 | 2.967×10^{-5} | 2.102 | 6.855×10^{-6} | 3.165 | 1.810×10^{-8} |

Berdasarkan Tabel 1, diperoleh bahwa smoothing B-splines derajat 1 sebanyak 9 *knot* dan smoothing parameter sebesar 2.967×10^{-5} yang meminimumkan GCV, pada smoothing B-splines derajat 2 sebanyak 8 *knot* dan *smoothing parameter* sebesar 4.830×10^{-6} yang meminimumkan GCV, dan smoothing B-splines pada derajat 3 sebanyak 5 *knot* dan *smoothing parameter* sebesar 9.832×10^{-6} yang meminimumkan GCV. Pertimbangan dipilihnya smoothing B-splines pada derajat 3 dengan 5 *knot* dan *smoothing parameter* sebesar 9.832×10^{-6} karena B-splines mempunyai turunan kedua jika berderajat $v > 2$. Berikut hasil estimasi B-splines ($v = 3, knot = 5, \lambda = 9.832 \times 10^{-6}$)

$$\hat{y} = 67.530 + 130.767B_1(x; 3) + 38.593B_2(x; 3) + 76.460B_3(x; 3) + 64.968B_4(x; 3) + 71.720B_5(x; 3) + 66.480B_6(x; 3) + 76.055B_7(x; 3) + 67.879B_8(x; 3) \quad (10)$$

dengan *knot*: $t_1 = 2.499, t_2 = 4.161, t_3 = 6.260, t_4 = 6.610, t_5 = 6.667$.

Model smoothing B-splines pada Persamaan (10) menghasilkan koefisien determinasi sebesar 71.583 persen, artinya bahwa model smoothing B-splines tersebut mampu menjelaskan variasi variabel respon sebesar 71.583 persen, sedangkan sisanya 28.417 persen dipengaruhi variabel diluar model tersebut. Dari koefisien determinasi dapat dihitung koefisien korelasinya, yaitu sebesar 0.846. Ini berarti hubungan antara pertumbuhan ekonomi dan tingkat kebahagiaan adalah kuat dan positif. Hal tersebut juga mengindikasikan bahwa tingkat pertumbuhan ekonomi berpengaruh signifikan terhadap tingkat kebahagiaan. Secara visual, *fitted values* dari Persamaan (10) disajikan pada Gambar 2. Berdasarkan Gambar 2, diperoleh informasi bahwa Persamaan (10) mampu mengikuti pola sebaran data, hal ini diindikasikan dari koefisien determinasi yang dihasilkan cukup besar. Namun, jika regresi parametrik kubik diterapkan hanya menghasilkan koefisien determinasi sebesar 33.710 persen.



Gambar 2. *Fitted Value* (Garis Biru) Berdasarkan Persamaan (10)

5. KESIMPULAN

Berdasarkan nilai GCV minimum diperoleh smoothing B-splines pada derajat 3 dengan 5 *knot* ($t_1 = 2.499, t_2 = 4.161, t_3 = 6.260, t_4 = 6.610, t_5 = 6.667$) dan $\lambda = 9.832 \times 10^{-6}$ cukup baik memodelkan hubungan antara tingkat kebahagiaan (variabel respon) dan pertumbuhan ekonomi (variabel prediktor), dimana model smoothing B-splines tersebut

mampu menjelaskan variasi tingkat kebahagiaan sebesar 71.583 persen, sedangkan sisanya 28.417 persen dipengaruhi variabel diluar model tersebut.

Implikasi dari temuan ini adalah tingkat kebahagiaan dari masyarakat suatu wilayah dapat didorong dengan peningkatan pendapatan, karena pendapatan merupakan faktor penting untuk mendapatkan dan membuka akses pangan, kesehatan, dan layanan umum, sehingga meningkatkan kualitas kehidupan yang lebih baik yang berimplikasi kebahagiaan pun meningkat, dan pemodelan antara tingkat kebahagiaan dan pendapatan menjadi bias jika dilakukan dengan regresi linier.

DAFTAR PUSTAKA

- Argyle, M. 2001. *The Psychology of Happiness, 2nd Edition*. New York: Routledge.
- Badan Pusat Statistik [BPS]. 2015. *Indeks Kebahagiaan Indonesia Tahun 2014*. Jakarta: Badan Pusat Statistik.
- Beja, E. L. 2014a. 'Income growth and happiness: reassessment of the Easterlin Paradox'. *International Review of Economics*, 61(4), pp. 329–346. doi:10.1007/s12232-014-0211-y
- Beja, E. L. 2014b. 'Empirics on the Long Run Relationship Between Economic Growth and Happiness'. *Forum for Social Economics*, 44(1), pp. 3–17.
- Blanchflower, D.G. and Oswald, A.J. 1994. 'Estimating a wage curve for Britain', *The Economic Journal*, 104 (426), pp. 1025 – 1043.
- Boldeanu, F.T. and Constantinescu, L. 2015. 'The main determinants affecting economic growth', *Bulletin Transilvania. University of Brasov Series V: Economic Sciences*, vol. 8 (57), No.2.
- Campante, F. R., & Yanagizawa-Drott, D. 2014. 'Does Religion Affect Economic Growth and Happiness? Evidence from Ramadan', *SSRN Electronic Journal*.
- Clark, A. E. and Oswald, A.J. 1994. 'Unhappiness and unemployment', *The Economic Journal*, 104 (424), pp. 648–659.
- Clark, A. E., Frijters, P. and Shields, M.A. 2008. 'Relative income, happiness, and utility: An explanation for the easterlin paradox and other puzzles', *Journal of Economic Literature*, 46 (1), pp. 95–144.
- Clark, A. E., Flèche, S., and Senik, C. 2016. 'Economic Growth Evens Out Happiness: Evidence from Six Surveys', *The Review of income and wealth*, 62(3), pp. 405–419.
- de Boor, C. 2001. *A Practical Guide to Splines, Revised Edition*. Berlin, Springer.
- Devi, A.R., Pratama, R.F.W., and Suparti. 2019. 'Comparison of generalized cross validation and unbiased risk method for selecting optimal *knot* in spline truncated', *Journal of Physics: Conference Series*. 1217. 012094.

- Easterlin, R. A. 1995. 'Will raising the incomes of all increase the happiness of all?', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 27, pp. 35-47.
- Easterlin, R. A. 2013. 'Happiness and economic growth: the evidence', *IZA Discussion Paper No. 7187*.
- Eilers, P.H.C. and Marx, B.D. 1996. 'Flexible smoothing with B-splines and penalties', *Statistical Science*, 11(2), pp. 89–121.
- Eubank, R.L. 1999. *Nonparametric Regression and Spline Smoothing, Second ed.* Marcel Dekker Inc., New York.
- Esmail, A. and Donya, A. 2013, 'Macroeconomics Factors Affecting Happiness', *International Journal of Business and Development Studies*, 5(1), pp. 5 – 22.
- Fotourehchi, Z., and Ebrahimpour, H. 2019. 'Happiness, economic growth and air pollution: an empirical investigation', *International Journal of Happiness and Development*, 5(1), pp. 1-13.
- Frey, B.S. and Stutzer, A. 2000. 'Happiness, economy and institutions', *The Economic Journal*, 110 (466), pp. 918–938.
- Goepp, V., Bouaziz, O. and Nuel, G. 2018. 'Spline Regression with Automatic Knot Selection', <https://doi.org/10.48550/arXiv.1808.01770>.
- Graham, C. and Pettinato, S. 2002. 'Happiness and hardship: Opportunity and insecurity in new market economies', *Foreign affairs (Council on Foreign Relations)*, 81(5).
- Huang, P. H. 2008. 'Authentic happiness, self-knowledge and legal policy', *The Minnesota Journal of Law, Science & Technology*, 9 (2), pp. 755–784.
- Kuznets, S. (1973). 'Modern economic growth: findings and reflections', *The American economic review*, 63(3), pp. 247-258.
- Lelkes, O. 2006. 'Tasting freedom: Happiness, religion and economic transition', *Journal of Economic Behavior and Organization*, 59 (2): 173–194.
- Luo, C. 2017. 'Income growth and happiness growth in China', *Economic and Political Studies*, 5(3), pp. 266–284.
- Meyer, M. C. 2012. 'Constrained penalized splines', *Canadian Journal of Statistics*, 40(1), pp. 190–206.
- Ng, Y. K. 1997. 'A case for happiness, cardinal utility, and interpersonal comparability', *Economic Journal*, 107(445), pp. 1848-1858.
- Rus, A.V., and Blăjan, A.G., 2021. 'The relationship between economic growth and happiness', *PressAcademia Procedia (PAP)*, 14, 175-177.

- Seligman, M. E. P. 2002. *Authentic Happiness: Using The New Positive Psychology To Realize Your Potential For Lasting Fulfillment*. New York: Free Press.
- Senik, C. 2014. 'Wealth and happiness', *Oxford Review of Economic Policy*, 30(1), pp. 92-108.
- Shields, M.A. and Price, S.W. 2005. 'Exploring the economic and social determinants of psychological well-being and perceived social support in England', *Journal of the Royal Statistical Society. Series A: Statistics in Society*, 168 (3), pp. 513–537.
- Spiriti, S., Eubank, R., Smith, P.W., and Young, D. 2013. 'Knot selection for least-squares and penalized splines', *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 83(6), pp. 1020–1036.
- Utami, T. W., Haris, M. A., Prahutama, A., and Purnomo, E. A. 2020. 'Optimal knot selection in spline regression using unbiased risk and generalized cross validation methods', *Journal of Physics: Conference Series*, 1446, 012049.
- Zhou, L., and Pan, H. 2013. 'Smoothing noisy data for irregular regions using penalized bivariate splines on triangulations', *Computational Statistics*, 29(1-2), pp. 263–281.