

METODE BAYESIAN PADA SISTEM ANTREAN PELAYANAN MENGUNAKAN GUI R (Studi Kasus: Antrean Pelayanan di Kantor Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Semarang)

Atikah Mufidah¹, Sugito^{2*}, Di Asih I Maruddani³

^{1,2,3}Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

*email: sugitostat@gmail.com

ABSTRACT

The increase population of Semarang City has given many kinds of problem from births, deaths, marriages and other important events. The change of population identity data causes the number of visitors to the Semarang City Dispendukcapil to increase so that the service system becomes busy. The study aims to determine whether the service system in the Dispendukcapil is good or not. This can be known by determining the distribution of arrival patterns and service patterns to obtain a queuing system model and system performance measures. In this study, the distribution of arrival patterns and service patterns is determined by finding the posterior distribution using the Bayesian method. The Bayesian method was chosen because it is able to combine the distribution of the sample in the current study with previous information for the same case. Posterior distribution can be obtained if it has elements, namely prior distribution and likelihood function. The distribution of arrival patterns and service patterns obtained from prior information, follows the Discrete Uniform and Log-Normal distribution. Based on the calculation and analysis of the posterior distribution, the service system model of the Dispendukcapil Semarang City is obtained, namely (BETA/GAMMA/2) : (GD/∞/∞) for the Customer Service counter, and (BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞) for the legalization counter and the population document service counter with a good service system.

Keywords: Population, Dispendukcapil Semarang City, queue, Bayesian, prior distribution, posterior distribution, queuing system model, Beta, Gamma, Inverse Gamma.

1. PENDAHULUAN

Kota Semarang merupakan Ibukota Provinsi Jawa Tengah yang memiliki jumlah penduduk yang besar. Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah (2021) menyampaikan bahwa jumlah penduduk Kota Semarang lebih besar dari jumlah penduduk kota lainnya yaitu pada tahun 2020 Kota Semarang memiliki jumlah penduduk lebih dari 1.500.000 jiwa. Jumlah penduduk dari tahun ke tahun mengalami peningkatan yang cukup tinggi apalagi di kota-kota besar seperti Kota Semarang. Dinas kependudukan dan Pencatatan Sipil (Dispendukcapil) Kota Semarang (2021) menyampaikan bahwa pada tahun 2020 jumlah penduduk Kota Semarang mencapai 1.685.909 jiwa dan mengalami peningkatan lebih dari 11.000 jiwa dibandingkan tahun 2019.

Dispendukcapil Kota Semarang merupakan kantor pelaksana pelayanan administrasi publik di Jawa Tengah yang mempunyai tugas untuk menyelenggarakan urusan pemerintahan di bidang kependudukan dan pencatatan sipil. Layanan catatan sipil tersebut ialah layanan yang berkaitan dengan kelahiran, kematian, perkawinan, perceraian, dan masalah catatan sipil lainnya. Penyelenggaraan kependudukan dan pencatatan sipil merupakan urusan wajib pemerintah dalam rangka memberikan pengakuan, perlindungan, penentuan status pribadi dan status hukum setiap peristiwa yang dialami oleh penduduk dan setiap peristiwa kependudukan (Dispendukcapil Kota Semarang, 2021).

Antrean merupakan suatu hal yang sering terjadi dan sulit untuk dihindari dalam kehidupan sehari-hari. Sebagian besar manusia secara sadar atau tidak sadar, pernah mengalami situasi mengantre atau sering disebut dengan menunggu. Proses antrean adalah suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan seorang pelanggan pada suatu fasilitas pelayanan, kemudian menunggu dalam barisan atau antrean jika semua pelayannya sibuk sehingga belum mendapat pelayanan dan akhirnya meninggalkan fasilitas layanan setelah

mendapatkan pelayanan (Bronson, 1991). Fenomena yang sering terjadi di Dispendukcapil salah satunya adalah keadaan dimana pengunjung mengantre dalam pelayanan loket. Pelayanan yang dilakukan hanya pada hari kerja tertentu seringkali menyebabkan terjadinya antrean di Dispendukcapil Kota Semarang. Kejadian mengantre timbul dikarenakan terbatasnya waktu pelayanan terhadap pengunjung yang datang melebihi kapasitas sumber daya instansi. Pengurangan waktu tunggu pengunjung dalam mengantre dapat dilakukan dengan penambahan petugas dan fasilitas pelayanan (Siagian, 1987).

Metode Inferensi Bayes adalah metode yang menggabungkan informasi dari sampel dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya (Soejoeti dan Soebanar, 1988). Metode Bayesian memandang parameter sebagai variabel yang menggambarkan pengetahuan awal tentang parameter sebelum pengamatan dilakukan dan dinyatakan dalam suatu distribusi yang disebut dengan distribusi prior. Pemilihan prior secara umum dilakukan berdasarkan diketahui atau tidaknya informasi mengenai parameter. Sehingga, dengan menggunakan metode Bayesian dapat memperbaiki penelitian sebelumnya dengan menghasilkan informasi baru yang dinyatakan dalam bentuk distribusi yaitu distribusi posterior (Soejoeti dan Soebanar, 1988).

Penelitian mengenai penerapan teori antrean di Dispendukcapil Kota Semarang sudah pernah dilakukan sebelumnya dengan judul penelitian Analisis Model Antrean Non Poisson dan Ukuran Kinerja Sistem Pelayanan Menggunakan GUI R dengan studi kasus: Loket Dispendukcapil Kota Semarang (Dewi, 2020). Dikarenakan adanya wabah Covid-19 Kantor Dispendukcapil Kota Semarang membatasi dalam melakukan pelayanan, sehingga terdapat perubahan jumlah pengunjung yang sangat turun drastis. Oleh karena itu, peneliti tertarik untuk mencari model dan ukuran kinerja sistem dari loket saat ini menggunakan metode Bayesian dengan berdasarkan pertimbangan dari data penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Dewi (2020) sebagai data distribusi prior.

Masalah yang berkaitan dengan antrean tersebut dapat diatasi dengan menerapkan aplikasi teori antrean, yaitu dengan menentukan karakteristik, model dan ukuran-ukuran kinerja sistem antrean di Dispendukcapil Kota Semarang berdasarkan distribusi yang didapatkan, sehingga pelayanan di Dispendukcapil Kota Semarang dapat ditingkatkan. Perhitungan distribusi posterior dari pola kedatangan dan pola pelayanan Dispendukcapil bisa didapatkan menggunakan metode Bayesian karena seiring berjalannya waktu terdapat perubahan dan tambahan informasi sehingga untuk dapat menghitung kemungkinan yang ada, perlu dikombinasikan antara data penelitian sekarang dengan data penelitian sebelumnya sebagai data prior.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Gambaran Umum Dispendukcapil Kota Semarang

Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil (Dispendukcapil) Kota Semarang merupakan salah satu instansi pemerintah Daerah yang terletak di jalan Kanguru Raya No. 3, Gayamsari, Kecamatan Gayamsari, Kota Semarang yang bertugas melayani masyarakat dalam hal pencatatan kelahiran, kematian, perkawinan, perceraian, permohonan Kartu Keluarga (KK), penerbitan KTP, pengangkatan anak, dan peristiwa kependudukan lainnya. Dispendukcapil Kota Semarang dipimpin oleh seorang Kepala Dinas dalam menyelenggarakan kewenangan Pemerintah Kota Semarang. Kantor Dispendukcapil Kota Semarang memiliki beberapa jenis loket dalam melayani masyarakat mengenai keperluan administrasi kependudukan yaitu *customer service*, legalisir, dan pelayanan dokumen kependudukan.

2.2 Model Sistem Antrean (G/G/c) : (GD/∞/∞)

Menurut Gross dan Haris (1998), model antrean (G/G/c) : (GD/∞/∞) adalah model antrean dengan pola kedatangan berdistribusi umum (*general*) dan pola pelayanan berdistribusi umum (*general*) dengan jumlah fasilitas pelayanan sebanyak c , $c = 1, 2, 3, \dots, n$. Disiplin antrean yang digunakan pada model ini adalah FIFO (*First In First Out*), kapasitas maksimum yang diperbolehkan dalam sistem adalah tak hingga, dan memiliki sumber pemanggilan tak hingga.

Untuk penghitungan jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrean (L_q) didasarkan pada ukuran kinerja pada model (G/G/c) : (GD/∞/∞). Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model (G/G/c) : (GD/∞/∞) adalah sebagai berikut :

$$L_q = \frac{\rho^{c+1}}{(c-1)!(c-\rho)^2} P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2} = L_{qM/M/c} \frac{\mu^2 v(t) + v(t')\lambda^2}{2}$$

dengan:

$$v(t) = \left(\frac{1}{\mu^2}\right)^2 \quad v(t') = \left(\frac{1}{\lambda^2}\right)^2 \quad L_s = L_q + \rho \quad W_q = \frac{L_q}{\lambda} \quad W_s = W_q + \frac{1}{\mu}$$

2.3 Distribusi yang Digunakan

a. Distribusi Uniform Diskrit

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), sebuah variabel *random* diskrit X berdistribusi Uniform Diskrit untuk $1, 2, 3, \dots, a$ jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x; a) = \frac{1}{a}; \quad x = 1, 2, 3, \dots, a$$

b. Distribusi Log Normal

Menurut Walpole & Myers (2012), misalkan X adalah sebuah variabel *random* dengan distribusi normal, maka $Y = \ln(X)$ memiliki distribusi Log Normal ($X \sim LN(\mu, \lambda)$) dengan parameter μ dan λ , jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x; \mu, \lambda) = \frac{1}{x\sqrt{\lambda 2\pi}} e^{-\frac{1}{2\lambda}(\ln x - \mu)^2}; \quad x > 0, \mu \in (-\infty, +\infty), \lambda > 0$$

c. Distribusi Beta

Menurut Subanar (2019), variabel *random* kontinu X dikatakan mempunyai distribusi Beta, dengan parameter $\alpha > 0$ dan $\beta > 0$, jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{B(\alpha, \beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1}, \quad 0 < x < 1$$

d. Distribusi Gamma

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), sebuah variabel *random* kontinu X berdistribusi Gamma dengan parameter $\kappa > 0$ dan $\theta > 0$ jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x; \theta, \kappa) = \frac{1}{\theta^\kappa \Gamma(\kappa)} x^{\kappa-1} e^{-\frac{x}{\theta}}, \quad x > 0$$

e. Distribusi Geometrik

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), apabila suatu percobaan berulang secara independen menghasilkan kesuksesan dengan probabilitas a dan gagal dengan probabilitas $q = 1 - a$. Maka fungsi kepadatan peluang variabel *random* X pada saat terjadinya kesuksesan pertama adalah sebagai berikut:

$$f(x; a) = aq^{x-1}, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

f. Distribusi Invers Gamma

Menurut Bernardo dan Smith (2000), sebuah variabel *random* kontinu X berdistribusi Invers Gamma dengan parameter $\kappa > 0$ dan $\theta > 0$ jika memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut:

$$f(x; \theta, \kappa) = \frac{\theta^\kappa}{\Gamma(\kappa)} x^{-\kappa-1} e^{-\frac{\theta}{x}}, \quad x > 0$$

2.4 Distribusi Prior

Distribusi prior $p(\theta)$ adalah distribusi awal yang harus ditentukan terlebih dahulu sebelum data dikumpulkan untuk merumuskan distribusi posterior, dan berdasarkan pengalaman masa lalu (Subanar, 2019). Menurut Box dan Tiao (1973), salah satu bentuk pendekatan dari prior non-informatif adalah dengan menggunakan metode Jeffreys. Metode ini menyatakan bahwa distribusi prior $p(\theta)$ merupakan akar kuadrat dari informasi Fisher yang dinyatakan dalam:

$$p(\theta) = [I(\theta)]^{1/2}$$

dengan $I(\theta)$ merupakan nilai harapan informasi Fisher,

$$\begin{aligned} I(\theta) &= -E_\theta \left[\frac{\partial^2 \log f(x; \theta)}{\partial^2 \theta} \right] = E_\theta \left[\frac{\partial \log f(x; \theta)}{\partial \theta} \right]^2 \\ &= E_\theta \left[-\frac{\partial^2 L f(x; \theta)}{\partial^2 \theta} \right] = E_\theta \left[\frac{\partial L f(x; \theta)}{\partial \theta} \right]^2 \end{aligned}$$

dengan:

L adalah nilai log *likelihood*.

$p(\theta)$: Distribusi prior

E_θ : Nilai harapan

$I(\theta)$: Informasi Fisher

2.5 Fungsi Likelihood

Menurut Subanar (2019), informasi mengenai nilai θ yang mungkin terjadi berdasarkan dari data sampel disebut fungsi *likelihood*. Menurut Bain dan Engelhardt (1992), fungsi *likelihood* adalah fungsi densitas bersama dari n variabel *random* X_1, X_2, \dots, X_n dan dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$. Jika x_1, x_2, \dots, x_n ditetapkan, maka fungsi *likelihood* adalah fungsi dari parameter θ dan dinotasikan dengan $L(\theta)$. Jika X_1, X_2, \dots, X_n menyatakan suatu sampel *random* dari $f(x|\theta)$ maka:

$$L(\theta) = f(x_1|\theta)f(x_2|\theta)\dots f(x_n|\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i|\theta)$$

2.6 Metode Bayesian

Menurut Soejoeti dan Soebanar (1988), metode Inferensi Bayesian adalah metode yang menggabungkan informasi dari sampel dengan informasi lain yang telah tersedia sebelumnya. Menurut Subanar (2019), dalam pendekatan Bayesian, θ dipandang sebagai besaran yang variasinya digambarkan dengan distribusi prior, dimana distribusi tersebut adalah distribusi subjektif yang didasarkan pada keyakinan seseorang dan dirumuskan sebelum data diambil. Kemudian sampel diambil dari populasi berindeks θ dan distribusi prior disesuaikan dengan informasi sampel yang diperoleh. Prior yang telah disesuaikan akan membentuk distribusi posterior.

Distribusi posterior adalah penggabungan antara informasi awal yang dinyatakan dengan distribusi prior dan informasi sampel yang dinyatakan dengan fungsi *likelihood* (Soejoeti dan Soebanar, 1988). Menurut Bain dan Engelhardt (1992), dengan $p(\theta)$ adalah distribusi prior, dengan informasi sampel dari data x yang ditafsirkan sebagai fungsi probabilitas bersyarat $f(x|\theta)$ sebagai fungsi *likelihood*. Jadi posterior dari sampel $x = (x_1, \dots, x_n)$ dapat dituliskan sebagai berikut:

$$f_{\theta|x}(\theta) = \frac{f(x_1, \dots, x_n|\theta)p(\theta)}{\int f(x_1, \dots, x_n|\theta)p(\theta)d\theta}$$

dimana, $p(\theta)$ disebut dengan distribusi prior dengan $f(x|\theta)$ adalah fungsi likelihood dan $f_{\theta|x}(\theta)$ disebut dengan distribusi posterior.

2.7 Graphical User Interfaces (GUI) R

R adalah sebuah bahasa pemrograman dan lingkungan untuk komputasi statistik dan grafik yang merupakan pengembangan dari Program S yang dikembangkan di Laboratorium Bell atau yang sekarang dikenal sebagai Teknologi Lucent oleh John Chambers dan rekannya (<http://www.r-project.org/about.html>). R diinisialisasi oleh Robert Gentleman dan Ross Ihaka dari Departemen Statistika Auckland University. Program R menyediakan bervariasi pemodelan statistika baik linier maupun nonlinier dan teknik pembuatan grafik. Program R merupakan program bebas yang berada di bawah lisensi *Free Software Foundation's General Public License*. Program R dapat berjalan pada platform UNIX, Windows, dan MacOS. Menurut Gio dan Irawan (2016), Program R memiliki beberapa karakteristik yaitu:

- R merupakan program yang *open source* dan *Cross Platform*, yang berarti R dapat dikembangkan sesuai kebutuhan dan pengguna dengan platform apapun dapat saling bekerja sama.
- R mendukung prinsip *Reproducibility*, yang berarti R merupakan program yang berbasis *command line* sehingga kode perintah yang ada dapat ditulis ulang oleh orang lain secara langsung.
- R menghasilkan visualisasi berkualitas tinggi

Salah satu program dalam R yang bisa membuat menu *user interface* yang berbasis web adalah *R-shiny*. *R-shiny* merupakan toolkit dari program R yang dapat digunakan untuk membuat laman web (*web pages*) interaktif sehingga kemampuan R yang pada dasarnya bersifat CLI (*Command Line Interface*) bisa diakses melalui menu web secara GUI (*Graphical User Interface*). *R-shiny* mempunyai komponen yang dibagi menjadi dua kelompok, yaitu *user interface* dan *server*.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diperoleh peneliti dari hasil pengamatan langsung dan pencatatan terhadap pengunjung loket di Dispendukcapil Kota Semarang. *Software* statistik yang digunakan sebagai alat untuk mengolah data hasil penelitian adalah Microsoft Excel, SPSS, R Studio dan *EasyFit*. Penelitian ini dilaksanakan di Dispendukcapil Kota Semarang selama 5 hari yaitu hari Senin tanggal 22 Februari 2021 sampai dengan hari Jum'at tanggal 26 Februari 2021. Pengambilan sampel pada penelitian ini dilaksanakan mulai pukul 07.30-14.00 untuk hari Senin sampai Kamis, dan mulai pukul 07.30-12.00 untuk hari Jum'at. Variabel penelitiannya adalah data jumlah kedatangan dan waktu pelayanan pengunjung loket Dispendukcapil Kota Semarang.

3.2. Langkah-langkah Analisis

Langkah langkah yang dilakukan dalam pelaksanaan penelitian serta analisis adalah sebagai berikut:

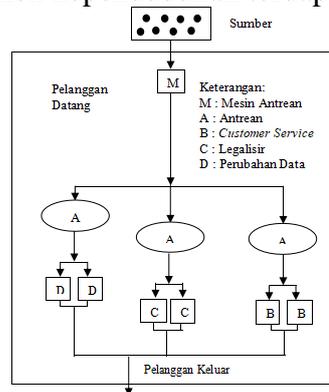
- Menentukan tempat penelitian dan metode yang akan digunakan.
- Melakukan penelitian secara langsung di Dispendukcapil Kota Semarang.
- Melakukan pemeriksaan *steady state*
- Melakukan uji kecocokan distribusi untuk data jumlah kedatangan dan waktu pelayanan dengan menggunakan uji Kolmogorov-Smirnov atau uji *Chi-Square*.

5. Setelah diperoleh distribusinya, kemudian distribusi tersebut digunakan sebagai fungsi likelihood untuk mencari distribusi posteriornya. Dengan menggunakan distribusi prior dari data antrian loket Dispendukcapil pada penelitian sebelumnya yang telah dilakukan oleh Dewi (2020).
6. Menentukan model antrian yang sesuai dengan distribusi posteriornya.
7. Kemudian menentukan ukuran kinerja sistem antrian yang terjadi di setiap loket Kantor Dispendukcapil Kota Semarang.
8. Menganalisis hasil dan perhitungan ukuran kinerja sistem untuk menentukan model yang optimal.
9. Membuat kesimpulan dari analisis yang telah dilakukan terhadap pelayanan loket di Dispendukcapil Kota Semarang secara keseluruhan.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Gambaran Umum Sistem Antrian Pelayanan Dispendukcapil Kota Semarang

Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Semarang memiliki beberapa jenis loket dalam melayani masyarakat dalam mengurus dokumen kependudukan yang akan dibahas dalam analisis ini, yaitu loket customer service terdapat 2 server, loket legalisir terdapat 2 server, dan loket pelayanan dokumen kependudukan terdapat 2 server.



Gambar 1. Sistem Antrian Pelayanan Dispendukcapil Kota Semarang

4.2. Analisis *Steady State*

Kondisi *steady state* harus terpenuhi sehingga dapat diketahui bahwa jumlah rata-rata pelanggan yang datang lebih kecil dari rata-rata laju pelayanan agar sistem pelayanan mencapai keadaan yang stabil. Berikut hasil perhitungan nilai ρ :

Tabel 1. Analisis *Steady State*

Loket	c	λ	μ	$\rho = \frac{\lambda}{c \cdot \mu}$
Customer Service	2	5,5151	6,7218	0,3089
Legalisir	2	5,545455	4,049638	0,18714
Pelayanan Dokumen Kependudukan	2	5	10,03283	0,41803

Berdasarkan Tabel 1 diperoleh bahwa nilai tingkat kegunaan fasilitas pelayanan di Dispendukcapil Kota Semarang kurang dari satu. Sehingga dapat disimpulkan bahwa sistem antrian pada loket Dispendukcapil Kota Semarang sudah *steady state*.

4.3. Uji Kecocokan Distribusi

Uji distribusi dengan uji Kolmogorov-Smirnov digunakan untuk mengetahui apakah data jumlah kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan pelanggan berdistribusi Eksponensial.

Berikut ini merupakan uji distribusi dari data jumlah kedatangan pelanggan Dispendukcapil Kota Semarang dengan interval waktu 60 menit:

Hipotesis: H_0 : Data jumlah kedatangan pelanggan berdistribusi Eksponensial

H_1 : Data jumlah kedatangan pelanggan tidak berdistribusi Eksponensial

Jika taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$ dan nilai kritis yaitu D_{tabel} dengan kriteria uji H_0 ditolak jika nilai $D_{hitung} \geq$ nilai $D_{tabel} (1 - \alpha)$ atau jika nilai $p\text{-value} <$ nilai $\alpha = 0,05$. $D_{tabel} (1 - \alpha)$ adalah nilai kritis yang diperoleh dari Tabel Kolmogorov-Smirnov untuk uji dua sisi. Diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 2. Uji Distribusi Data Jumlah Kedatangan

Loket	D_{hitung}	$D_{tabel} (1 - \alpha)$	Sig
Customer Service	0,3071	0,231	0,0040
Legalisir	0,3386	0,231	0,0010
Pelayanan Dokumen Kependudukan	0,2929	0,231	0,0069

Berdasarkan Tabel 2 diperoleh kesimpulan bahwa data jumlah kedatangan pelanggan tidak berdistribusi Poisson atau berdistribusi General, maka perlu dilakukan uji kecocokan distribusi kembali untuk mengetahui distribusi yang paling mendekati pola data.

Berikut ini merupakan uji distribusi dari data waktu pelayanan pelanggan Dispendukcapil Kota Semarang dengan interval waktu 60 menit.

Hipotesis: H_0 : Data waktu pelayanan pelanggan berdistribusi Eksponensial

H_1 : Data waktu pelayanan pelanggan tidak berdistribusi Eksponensial

Jika taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$ dan nilai kritis yaitu D_{tabel} dengan kriteria uji H_0 ditolak jika nilai $D_{hitung} \geq$ nilai $D_{tabel} (1 - \alpha)$ atau jika nilai $p\text{-value} <$ nilai $\alpha = 0,05$. Diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 3. Uji Distribusi Data Waktu Pelayanan

Loket	D_{hitung}	$D_{tabel} (1 - \alpha)$	Sig
Customer Service	0,0945	0,1008	0,0774
Legalisir	0,1472	0,1005	0,0007
Pelayanan Dokumen Kependudukan	0,1444	0,1059	0,0021

Berdasarkan Tabel 3 diperoleh kesimpulan bahwa data waktu pelayanan loket *Customer service* berdistribusi Eksponensial, loket legalisir dan loket pelayanan dokumen kependudukan tidak berdistribusi Eksponensial atau berdistribusi General. Sehingga untuk loket legalisir dan loket pelayanan dokumen kependudukan perlu dilakukan uji kecocokan distribusi kembali untuk mengetahui distribusi yang paling mendekati pola data. Berdasarkan hasil uji kecocokan distribusi diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4. Distribusi Data Sampel dan Data Prior

Loket	Distribusi Sampel		Distribusi Prior	
	Jumlah Kedatangan	Waktu Pelayanan	Jumlah Kedatangan	Waktu Pelayanan
Customer Service	Geometrik	Eksponensial	Uniform Diskrit	Log Normal
Legalisir	Geometrik	Log Normal	Uniform Diskrit	Log Normal
Pelayanan Dokumen Kependudukan	Geometrik	Log Normal	Uniform Diskrit	Log Normal

4.4. Fungsi Likelihood

Berikut ini merupakan bentuk bentuk fungsi *Likelihood* dari masing-masing distribusi data sampel:

- a. Fungsi *Likelihood* Distribusi Geometrik

$$L(a) = a^n (1 - a)^{\sum x_i - n}$$

- b. Fungsi *Likelihood* Distribusi Eksponensial

$$L(\theta) = (\theta)^{-n} \exp \left[-\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{\theta} \right]$$

- c. Fungsi *Likelihood* Distribusi Log Normal

$$L(\mu, \lambda) = (2\pi\lambda x_i^2)^{-\frac{n}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\lambda} \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu)^2 \right]$$

4.5. Distribusi Prior

Distribusi prior tidak mengandung informasi tentang parameter, sehingga menggunakan non-informatif prior. Salah satu pendekatan untuk mencari nilai non-informatif prior adalah dengan metode Jeffrey's, diperoleh nilai non-informatif prior sebagai berikut:

Tabel 5. Nilai Non-Informatif Prior

Distribusi Prior	Nilai non-informatif prior
Uniform Diskrit	$p(a) = \frac{n}{a}$
Log Normal	$p(\lambda) = \frac{1}{\lambda}$

4.6. Distribusi Posterior

Distribusi posterior untuk data waktu antar kedatangan dan waktu pelayanan serta nilai parameter setiap distribusi untuk pembangkitan data secara acak sebagai berikut:

Tabel 6. Distribusi Posterior Data Jumlah Kedatangan Pelanggan

Loket	Distribusi Posterior
<i>Customer Service</i>	$Beta \left(n, \sum x_i - n + 1 \right)$
Legalisir	$Beta \left(n, \sum x_i - n + 1 \right)$
Pelayanan Dokumen Kependudukan	$Beta \left(n, \sum x_i - n + 1 \right)$

Tabel 7. Distribusi Posterior Data Waktu Pelayanan

Loket	Distribusi Posterior
<i>Customer Service</i>	$Gamma \left(n, \frac{1}{\sum x_i} \right)$
Legalisir	$Invers Gamma \left(\frac{n-1}{2}, \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu)^2} \right)$
Pelayanan Dokumen Kependudukan	$Invers Gamma \left(\frac{n-1}{2}, \frac{1}{2 \sum_{i=1}^n (\ln x_i - \mu)^2} \right)$

4.7. Model Sistem Antrean

Berdasarkan data hasil penelitian setelah dilakukan analisis uji kecocokan distribusi dan diperoleh distribusi posterior maka didapatkan tabel model sistem antrean berdasarkan distribusi jumlah kedatangan dan distribusi waktu pelayanan, sebagai berikut:

Tabel 2. Model Antrean Pengunjung Dispemdukcapil Kota Semarang

Loket	Model
<i>Customer Service</i>	(BETA/GAMMA/2) : (GD/∞/∞)
Legalisir	(BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞)
Pelayanan Dokumen Kependudukan	(BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞)

Model (BETA/GAMMA/2) : (GD/∞/∞) adalah model sistem antrean dengan jumlah kedatangan mengikuti distribusi Beta, waktu pelayanan mengikuti distribusi Gamma, dengan fasilitas pelayanan 2, disiplin antrean adalah *first come first service* (FCFS) artinya yang pertama datang yang pertama dilayani (FIFO), serta jumlah kapasitas pengunjung yang datang dan sumber pemanggilan tidak terbatas. Model (BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞) adalah model sistem antrean dengan jumlah kedatangan mengikuti distribusi Beta, waktu pelayanan mengikuti distribusi Invers Gamma, dengan fasilitas pelayanan 2, disiplin antrean adalah *first come first service* (FCFS) artinya yang pertama datang yang pertama dilayani (FIFO), serta jumlah kapasitas pengunjung yang datang dan sumber pemanggilan tidak terbatas.

4.8. Ukuran Kinerja Sistem

Berdasarkan hasil yang diperoleh dari *output* GUI-R pada lampiran didapatkan nilai Lq , Ls , Wq , dan Ws untuk masing-masing bagian sebagai berikut:

Tabel 3. Ukuran Kinerja Sistem Dispemdukcapil Kota Semarang

Loket	Lq	Ls	Wq	Ws	Po
<i>Customer Service</i>	0,0022	1,2722	0,0118	0,0143	0,3250
	5	2	9	7	4
Legalisir	0,0001	0,0702	0,0007	0,0454	0,9323
	4	7	3	4	1
Pelayanan Dokumen Kependudukan	0,0001	0,0849	0,0007	0,0417	0,9188
	6	3	9	4	0

Berdasarkan ukuran kinerja sistem yang telah diperoleh dari setiap loket tersebut, sistem pelayanan yang dilakukan oleh Dispemdukcapil Kota Semarang dapat dikatakan sudah optimal untuk loket *customer service*. Sedangkan untuk loket legalisir dan loket pelayanan dokumen kependudukan dapat dikatakan kurang optimal karena memiliki persentase pelayanan menganggur yang besar. Oleh karena itu, fasilitas pelayanan pada masing-masing loket di Dispemdukcapil Kota Semarang tidak perlu menambah *server*.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis metode Bayesian dari data hasil penelitian yang dilaksanakan di Dispemdukcapil Kota Semarang pada tanggal 22-26 Februari 2021 dengan interval 60 menit dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Sistem antrean loket yang berada di Dispemdukcapil Kota Semarang yang meliputi loket *customer services*, legalisir, dan pelayanan dokumen kependudukan sudah stabil karena memiliki nilai utilitas (ρ) kurang dari 1, sehingga rata-rata jumlah pelanggan yang datang tidak lebih banyak dari rata-rata jumlah yang dilayani, sehingga pengunjung yang datang dapat dilayani secara keseluruhan.
2. Model antrean untuk 3 loket yaitu loket *customer service*, loket legalisir, dan loket pelayanan dokumen kependudukan berdasarkan distribusi posterior adalah (BETA/GAMMA/2) : (GD/∞/∞), (BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞), dan (BETA/INV. GAMMA/2) : (GD/∞/∞) dengan disiplin pelayanan adalah *first come first*

- service* (FCFS) artinya pelanggan yang pertama datang adalah pelanggan yang pertama dilayani dengan jumlah kapasitas pelanggan dan sumber pemanggilan tidak terbatas.
3. Sistem pelayanan di Dispendukcapil Kota Semarang berdasarkan nilai ukuran kinerja sistem yang telah diperoleh pada masing-masing loket, dapat dikatakan sudah optimal untuk loket *customer service*. Sedangkan untuk loket legalisir dan loket pelayanan dokumen kependudukan dapat dikatakan kurang optimal karena memiliki persentase menganggur yang besar, sehingga untuk pelayanan pada loket-loket tersebut tidak perlu menambah *server* (nilai *c*).

DAFTAR PUSTAKA

- Aminudin. 2005. *Prinsip-Prinsip Riset Operasi*. Jakarta: Erlangga.
- Bain, L. J. dan Engelhardt, M. 1992. *Introduction Probability and Mathematical Statistics Second Edition*. California: Duxbury Press.
- Bernardo, J. M. dan Smith, A. F. M. 2000. *Bayesian Theory*. New York: John Willey and Sons.
- Box, G. E. P. dan Tiao, G. C. 1973. *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippines: Addison-Wesley Publishing Company.
- [BPS] Badan Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah. 2021. *Jumlah Penduduk Menurut Kabupaten/Kota di Jawa Tengah (Jiwa) 2016-2020*. Tersedia: <https://jateng.bps.go.id/indicator/12/766/1/jumlah-penduduk-menurut-kabupaten-kota-di-jawa-tengah.html> (diakses pada tanggal 24 Juni 2021)
- Bronson, R. 1991. *Teori dan Soal-Soal Operations Research*. Diterjemahkan oleh: Worspakrik, H. J. Jakarta: Erlangga. Terjemahan dari: Theory and Problem of Operations Research.
- Dewi, L.N., Sugito, S., & Prahutama, A., Mustafid, I, Priyanti, D. (2021). Analisis Model Antrean Non Poisson dan Ukuran Kinerja Sistem Pelayanan Menggunakan GUI R (Studi Kasus: Loket Dispendukcapil Kota Semarang). *Jurnal Statistika*, 9 (1). <https://jurnal.unimus.ac.id/index.php/statistik/article/view/7649/5633> (01 Juni 2021)
- [Dispendukcapil] Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Semarang. 2021. *Halaman Visi Misi*. Tersedia: <http://www.dispendukcapil.semarangkota.go.id> (diakses pada tanggal 06 April 2021)
- [Dispendukcapil] Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kota Semarang. 2021. *Jumlah Penduduk Kota Semarang*. Tersedia: <http://www.dispendukcapil.semarangkota.go.id/statistik/jumlah-penduduk-kota-semarang/2020-06-04> (diakses pada tanggal 06 April 2021)
- Gross, D and Harris, C.M. 1998. *Fundamental of Queueing Theory: Third Editions*. New York: John Willey and Sons, Inc.
- Gio, P. U. dan Irawan, D. E. 2016. *Belajar Statistika dengan R*. Medan: USU Press.
- Kakiay, T. J. 2004. *Dasar Teori Antrean untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.
- R. tanpa tahun. *What is R?*. Tersedia: <https://www.r-project.org/about.html>. (diakses pada tanggal 16 Juli 2021).
- Soejati, Z. dan Soebanar. 1988. *Inferensi Bayesian*. Jakarta: Karunika.
- Siagian, P. 1987. *Penelitian Operasional: Teori dan Praktek*. Jakarta: Universitas Indonesia Press.
- Subanar. 2019. *Inferensi Bayesian Dengan R*. Yogyakarta: Gadjah Mada University Press.
- Walpole, R. E. et. al. 2012. *Probability and Statistics for Engineers and scientist, 9th Edition*. United States of America: Pearson Education, Inc.