

EXPECTED SHORTFALL DENGAN PENDEKATAN GLOSTEN-JAGANNATHAN-RUNKLE GARCH DAN GENERALIZED PARETO DISTRIBUTION

Lisa Tanasya¹, Di Asih I Maruddani², Tarno³

^{1,2,3}Departemen Statistika, Fakultas Sains Matematika, Universitas Diponegoro

e-mail: ltanasya@gmail.com

ABSTRACT

Stock is a type of investment in financial assets that are many interested by investors. When investing, investors must calculate the expected return on stocks and notice risks that will occur. There are several methods can be used to measure the level of risk one of which is Value at Risk (VaR), but these method often doesn't fulfill coherence as a risk measure because it doesn't fulfill the nature of subadditivity. Therefore, the Expected Shortfall (ES) method is used to accommodate these weakness. Stock return data is time series data which has heteroscedasticity and heavy tailed, so time series models used to overcome the problem of heteroscedasticity is GARCH, while the theory for analyzing heavy tailed is Extreme Value Theory (EVT). In this study, there is also a leverage effect so used the asymmetric GARCH model with Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH (GJR-GARCH) model and the EVT theory with Generalized Pareto Distribution (GPD) to calculate ES of the stock return from PT. Bank Central Asia Tbk for the period May 1, 2012-January 31, 2020. The best model chosen was ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2). At the 95% confidence level, the risk obtained by investors using a combination of GJR-GARCH and GPD calculations for the next day is 0.7147% exceeding the VaR value of 0.6925%.

Keywords: Expected Shortfall, Value at Risk, GJR-GARCH, GPD.

1. PENDAHULUAN

Pasar modal seperti pasar pada umumnya, yaitu tempat bertemunya antara penjual dan pembeli yang memperjualbelikan modal berupa hak kepemilikan perusahaan dan surat pernyataan hutang perusahaan, seperti saham dan obligasi (Sudirman, 2015). Istilah *return* dan risiko dikenal di dalam investasi. Seorang investor selain menghitung *return* yang diharapkan juga harus memperhatikan risiko yang harus ditanggungnya. Salah satu metode yang digunakan untuk mengukur tingkat risiko adalah *Value at Risk* (VaR). VaR merupakan suatu ukuran risiko untuk menghitung besarnya kerugian maksimal yang dialami investor dengan tingkat kepercayaan tertentu dan periode waktu tertentu dalam kondisi pasar yang normal (Jorion, 2002). Ukuran risiko dikatakan baik dan efektif jika memenuhi aksioma ukuran risiko koheren yaitu sifat *translational invariance*, *positive homogeneity*, *monotonicity*, dan *subadditivity*. VaR merupakan standar internasional dalam pengukuran risiko finansial namun memiliki kekurangan yaitu tidak memenuhi sifat *subadditivity* sehingga tidak dapat merefleksikan diversifikasi yang bertujuan untuk meminimumkan risiko. Salah satu metode untuk mengatasi kekurangan pada VaR yaitu *Expected Shortfall* (ES). ES memiliki makna besarnya nilai risiko yang akan ditanggung apabila terjadi risiko yang nilainya melebihi VaR. Selain itu, ES juga memiliki kelebihan yaitu ukuran risiko koheren dan dapat menghitung risiko pada data berdistribusi normal maupun tidak normal.

Data *return* finansial memiliki karakteristik *stylized fact*, dicirikan oleh adanya *volatility clustering*, ekor gemuk, dan kebergantungan taklinier (Danielsson, 2011). Keberadaan ekor gemuk mengindikasikan peluang terjadinya nilai *extreme*. Oleh karena itu, diperlukan pemodelan menggunakan menggunakan teori *Extreme Value Theory* (EVT) dengan *Generalized Pareto Distribution* (GPD) untuk meminimalkan kejadian *underestimate* terhadap risiko. *Volatility clustering* yakni suatu keadaan yang apabila terjadi variabilitas data relatif tinggi pada suatu periode maka akan terjadi kecenderungan yang sama dalam kurun waktu selanjutnya dan sebaliknya. Hal ini disebut sebagai kasus heteroskedastisitas.

Model runtun waktu yang dapat digunakan untuk memodelkan kondisi heteroskedastisitas yaitu model ARCH/GARCH. Model ARCH/GARCH mempunyai kelemahan dalam menangkap fenomena ketidaksimetrisan *good news* dan *bad news* pada volatilitas sektor keuangan, artinya antara *good news* dan *bad news* tidak seimbang. Berdasarkan Lee (2009), kelemahan dari model ARCH/GARCH dapat diperbaiki salah satunya dengan menggunakan model GARCH asimetris yaitu GJ-R-GARCH (GJR-GARCH).

Terdapat peneliti sebelumnya yang telah membahas *Expected Shortfall* diantaranya, Saepudin *et al.* (2017) yaitu Analisis Risiko Investasi Saham Tunggal Syariah dengan *Value at Risk* (VaR) dan *Expected Shortfall* (ES) studi kasus pada saham PT Unilever Indonesia Tbk (UNVR) periode 16 Februari 2016 sampai 27 Oktober 2016. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa nilai risiko kerugian investasi saham berdasarkan nilai ES memberikan hasil nilai risiko yang melebihi VaR. Penelitian yang dilakukan oleh Rahmawati *et al.* (2019) yaitu *Expected Shortfall* dengan Simulasi Monte-Carlo untuk Mengukur Risiko Kerugian Petani Jagung studi kasus pada harga jagung panen bulanan di Kabupaten Pematang periode Juli 2015 sampai Juli 2018. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa ES memenuhi sifat koherensi dan diperoleh nilai risiko berdasarkan nilai ES memberikan hasil nilai risiko yang melebihi VaR. Selain itu, terdapat peneliti sebelumnya yang telah membahas model GARCH asimetris diantaranya Tyas *et al.* (2019) yaitu Perhitungan *Value at Risk* dengan Pendekatan *Threshold Autoregressive Conditional Heteroscedasticity-Generalized Extreme Value* studi kasus pada saham PT Bumi Serpong Damai Tbk periode September 2012 sampai Oktober 2018. Berdasarkan penelitian yang dilakukannya, data *return* saham memiliki sifat heteroskedastik, *heavy tail*, dan mengandung *leverage effect*. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa model TARARCH dengan pendekatan GEV dapat digunakan untuk menghitung nilai VaR dari data *return* saham yang bersifat heteroskedastik, *heavy tail*, dan mengandung *leverage effect*. Penelitian yang dilakukan oleh Lee (2009) yaitu *Forecasting Performance of Asymmetric GARCH Stock Market Volatility Models* studi kasus pada harga penutupan mingguan KOSPI periode 6 Januari 1980 sampai 3 Mei 2009. Hasil penelitiannya menunjukkan bahwa terdapat respon asimetris pada data *return* KOSPI yang digambarkan oleh model *Quadratic GARCH* (QGARCH) dan GJ-R-GARCH (GJR-GARCH). Berdasarkan fenomena tersebut, peneliti akan menghitung nilai *Expected Shortfall* menggunakan kombinasi antara model asimetris GJR-GARCH dengan GPD pada saham PT. Bank Central Asia Tbk periode 1 Mei 2012 sampai 31 Januari 2020.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Uji *Augmented Dickey-Fuller*

Thomas (1996) menyatakan bahwa dengan melakukan uji akar unit (*unit root*), yaitu dengan melihat apakah terdapat akar unit di dalam model sudah dapat melihat kestasioneran suatu data. Berikut prosedur pengujian stasioneritas data dalam *mean* menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller* (ADF):

$H_0: \delta = 0$ (terdapat akar unit sehingga data tidak stasioner)

$H_1: \delta < 0$ (tidak terdapat akar unit sehingga data stasioner)

Taraf signifikansi: α

Statistik uji:

$$ADF_{hitung} = \frac{\hat{\delta}}{SE(\hat{\delta})} \quad (3)$$

Kriteria penolakan:

H_0 ditolak jika $ADF_{hitung} < ADF_{(n;\alpha)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$

2.2. *Automatic ARIMA*

Identifikasi model runtun waktu merupakan tahap awal dari pemodelan ARIMA. Penentuan model ARIMA terbaik dapat diperoleh secara otomatis menggunakan fungsi

`auto.arima()` pada *package forecast* dalam *software R* dengan menggunakan kriteria AIC (Rosadi, 2011). Penggunaan fungsi `auto.arima()` ini menggunakan variasi algoritma Hyndman-Khandakar yang menggabungkan uji *unit root*, minimalisasi AIC, dan MLE untuk mendapatkan model ARIMA (Hyndman dan Khandakar, 2008). Berikut merupakan algoritma Hyndman-Khandakar untuk pemodelan *automatic ARIMA*:

1. Menentukan orde *differencing* $0 \leq d \leq 2$ menggunakan uji KPPS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin *test*) atau uji akar unit berulang.
2. Menentukan nilai p dan q dengan meminimalkan AIC setelah dilakukan *differencing d*. Algoritma ini menggunakan pencarian bertahap untuk pemodelan, sehingga tidak perlu lagi mempertimbangkan setiap kemungkinan kombinasi antara p dan q .

2.3. Model ARCH dan GARCH

Model *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH) dikenalkan pertama kali oleh Engle (1982) untuk menggambarkan karakteristik data runtun waktu dalam bidang finansial. Model umum ARCH(p) adalah (Tsay, 2002):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p a_{t-p}^2 \quad (10)$$

Model ARCH(p) dikembangkan oleh Bollerslev (1986) menjadi model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (GARCH) untuk menghindari pemodelan volatilitas dengan orde yang tinggi. Bentuk umum model GARCH(p,q) yaitu (Tsay, 2002):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (11)$$

2.4. Uji Efek Asimetris

Engle dan Ng (1993) mengajukan tiga uji yang digunakan untuk mengetahui pengaruh asimetris (*leverage effect*) yakni *Sign Bias Test*, *Negative Size Bias Test*, dan *Positive Size Bias Test* dinyatakan dalam persamaan regresi secara bersamaan (*joint test*) sebagai berikut:

$$\hat{a}_t^2 = b_0 + b_1 S_{t-1}^- + b_2 S_{t-1}^- a_{t-1} + b_3 S_{t-1}^+ a_{t-1} + e_t \quad (12)$$

Pengujian hipotesis parameter pada persamaan (12) adalah sebagai berikut:

$$H_0: b_1 = b_2 = b_3 = 0 \quad (\text{residual bersifat simetris})$$

$$H_1: \text{paling sedikit ada satu } b_i \neq 0, i = 1, 2, 3 \quad (\text{residual bersifat asimetris})$$

Taraf signifikansi: α

Statistik uji:

$$LM = nR^2, \text{ berdistribusi } \textit{chi-kuadrat} \text{ dengan derajat bebas } 3 \quad (13)$$

dengan n adalah banyaknya data, m adalah banyaknya lag, R^2 adalah koefisien determinasi dalam regresi dari kuadrat residual.

Kriteria uji:

$$H_0 \text{ ditolak jika } LM > \chi_{(\alpha; 3)}^2 \text{ atau } p\text{-value} < \alpha$$

2.5. Model GJR-GARCH

Model GJR-GARCH diperkenalkan oleh Glosten, Jagannathan, dan Runkle pada tahun 1993. Model GJR-GARCH merupakan salah satu model yang mampu menangkap keberadaan efek asimetris pada volatilitas data. Menurut Lee (2009), model GJR-GARCH(p,q) dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \gamma_i S_{t-i}^- a_{t-i}^2 \quad (14)$$

dengan $\alpha_0, \alpha_i, \beta_j$ yaitu konstanta parameter model GJR-GARCH(p,q) dan γ_i yaitu *leverage effect*. S_{t-i}^- yaitu variabel *dummy* bernilai 1 ketika $a_{t-i} < 0$ dan bernilai 0 ketika $a_{t-i} \geq 0$.

2.6. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dapat menggunakan AIC (*Akaike's Information Criterion*) dan SBC (*Schwarz Bayesian Information Criteria*) didefinisikan sebagai berikut (Rosadi, 2011):

$$AIC = n \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + 2k \quad (15)$$

$$SBC = n \ln \left(\frac{SSE}{n} \right) + k \ln(n) \quad (16)$$

dengan n adalah ukuran sampel, $SSE = \sum_{t=1}^n a_t^2$ adalah *sum of squared error*, dan k adalah jumlah parameter. Model terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC dan SBC terkecil.

2.7. Metode Peak Over Threshold

Metode *Peak Over Threshold* (POT) adalah suatu metode *Extreme Value Theory* (EVT) yang mengidentifikasi nilai *extreme* menggunakan *threshold* (u). Menurut Demoulin dan Embrechts (2002), pemilihan nilai *threshold* dilakukan dengan menghitung 10% dari keseluruhan data yang telah diurutkan dari yang terbesar hingga terkecil. Nilai *threshold* merupakan data urutan ke N_u+1 dimana N_u merupakan banyaknya nilai *extreme*. Metode POT mengikuti *Generalized Pareto Distribution* (GPD) (McNeil, 1999). Berikut *cumulative distribution function* G_ξ yang dapat didefinisikan sebagai berikut (Embrecht *et al.*, 1997):

$$G_\xi(x) = \begin{cases} 1 - (1 + \xi x)^{-\frac{1}{\xi}} & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp(-x) & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (17)$$

$G_\xi(x)$ diperluas dengan melibatkan parameter skala (β) dan parameter lokasi (v) sehingga $G_{\xi,v,\beta}$ juga dapat didefinisikan sebagai GPD yang dapat ditulis sebagai berikut:

$$G_{\xi,v,\beta}(x) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \xi \frac{(x-v)}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}} & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{(x-v)}{\beta}\right) & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (18)$$

2.8. Value at Risk (VaR)

VaR dari peubah acak X pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dinyatakan dalam bentuk kuantil ke- $(1 - \alpha)$ fungsi distribusi F yang dinyatakan sebagai berikut (McNeil, 1999):

$$VaR_{(1-\alpha)}(X) = F^{-1}(1 - \alpha) \quad (20)$$

dengan F adalah fungsi distribusi kumulatif distribusi *return* dan F^{-1} adalah invers dari F .

2.9. Expected Shortfall (ES)

Ukuran risiko dikatakan baik dan efektif jika memenuhi akisoma ukuran risiko koheren. VaR bukan merupakan ukuran risiko yang memenuhi sifat koheren karena tidak memenuhi sifat *subadditivity*, sehingga diperkenalkan *Expected Shortfall*. Menurut Rockafellar dan Uryasev (2000) dalam Saepudin (2017), ES merupakan suatu ukuran risiko yang memperhitungkan kerugian melebihi tingkat VaR. Klugman *et al.* (2011) dalam Rahmawati *et al.* (2019) menyatakan ES dari peubah acak X pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ yaitu:

$$ES_{(1-\alpha)}(X) = \frac{1}{\alpha} \int_{VaR_{(1-\alpha)}}^1 xf(x) dx = \frac{1}{\alpha} \int_{1-\alpha}^1 VaR_\mu(X) d\mu \quad (21)$$

Pembuktian sifat koheren pada ES diberikan sebagai berikut:

1. *Translational Invariance* yaitu peningkatan dan penurunan kerugian sebesar a akan meningkat dan menurunkan ukuran risiko sebesar a . Untuk suatu variabel random risiko X , $\alpha(0,1)$, dan sembarang $a \in \mathbb{R}^+$, berlaku:

$$ES_{(1-\alpha)}(X + a) = ES_{(1-\alpha)}(X) + a \quad (22)$$

2. *Positive Homogeneity* yaitu perkalian kerugian dengan suatu konstanta a akan membuat ukuran risiko menjadi a kali dari ukuran risiko sebelumnya. Untuk suatu variabel random risiko X , $\alpha(0,1)$, dan sembarang $a \in \mathbb{R}^+$, berlaku:

$$ES_{(1-\alpha)}(aX) = aES_{(1-\alpha)}(X) \quad (23)$$

3. *Monotonicity* yaitu jika ada dua variabel random risiko dan salah satu variabel random risiko lebih kecil dari yang lainnya, maka ukuran risiko juga lebih kecil. Untuk suatu variabel random risiko X_1 dan X_2 , $X_1 \leq X_2$, $\alpha(0,1)$, dan sembarang $a \in \mathbb{R}^+$, berlaku:

$$ES_{(1-\alpha)}(X_1) \leq ES_{(1-\alpha)}(X_2) \quad (24)$$

4. *Subadditivity* yaitu risiko tidak bisa diperkecil dengan cara memisahkan kerugian yang ada. Dengan kata lain, diversifikasi kerugian akan mengurangi risiko. Denuit *et al.* (2005) mendefinisikan untuk suatu variabel random X_1 dan X_2 , berlaku:

$$ES_{(1-\alpha)}(X_1 + X_2) \leq ES_{(1-\alpha)}(X_1) + ES_{(1-\alpha)}(X_2) \quad (25)$$

2.10. Value at Risk dan Expected Shortfall Generalized Pareto Distribution

Berdasarkan McNeil (1999), F_u disebut sebagai fungsi distribusi bersyarat untuk $X > u$ dan u merupakan nilai *threshold* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$F_u(y) = P\{X - u \leq y | X > u\} = \frac{P(X-u \leq y | X > u)}{P(X > u)} = \frac{F(y+u) - F(u)}{1 - F(u)} \quad (26)$$

Jika $x = y + u$ untuk $X > u$, maka persamaan (26) dapat ditulis menjadi:

$$F(x) = [1 - F(u)]F_u(y) + F(u) \quad (27)$$

$F_u(y)$ berdistribusi GPD dengan probabilitas $q > F(u)$ sehingga diperoleh nilai VaR_{GPD} :

$$VaR_{GPD} = \begin{cases} u + \frac{\beta}{\xi} \left(\left((1-q) \frac{n}{N_u} \right)^{-\xi} - 1 \right) & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ u - \beta \ln \left((1-q) \frac{n}{N_u} \right) & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (29)$$

Berdasarkan persamaan (21) dan (29), diperoleh nilai ES_{GPD} sebagai berikut:

$$ES_{GPD} = \begin{cases} \frac{\beta - u\xi}{1 - \xi} + \frac{VaR_{GPD}}{1 - \xi} & , \text{jika } \xi \neq 0 \\ VaR_{GPD} + \beta & , \text{jika } \xi = 0 \end{cases} \quad (30)$$

VaR dan ES dinamis GPD dapat dihitung dengan rumus sebagai berikut:

$$VaR_{t(GPD)} = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} VaR_{GPD} \quad (31)$$

$$ES_{t(GPD)} = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} ES_{GPD} \quad (32)$$

dengan u adalah nilai *threshold*, n adalah banyaknya pengamatan, q adalah nilai dari $1 - \alpha$ dimana α merupakan tingkat signifikansi, N_u adalah banyaknya pengamatan di atas nilai *threshold*, ξ adalah nilai parameter bentuk dari hasil estimasi parameter GPD, β adalah nilai parameter skala dari hasil estimasi parameter GPD, $\hat{\mu}_{t+1}$ adalah *expected return* model GJR-GARCH, dan $\hat{\sigma}_{t+1}$ adalah volatilitas dari model GJR-GARCH.

3. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data sekunder, yaitu harga penutupan (*closing price*) saham harian PT. Bank Central Asia Tbk (BBCA) periode 1 Mei 2012 sampai 31 Januari 2020 pada hari aktif. Data diperoleh melalui situs www.finance.yahoo.com. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data adalah:

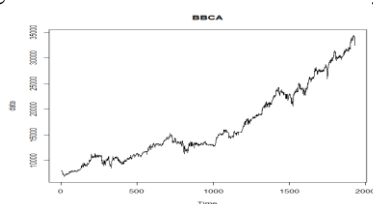
1. Menghitung *return* berdasarkan data harga penutupan saham.
2. Menghitung dan menganalisis nilai statistik deskriptif data *return* saham.
3. Melakukan pemilihan model ARIMA terbaik dengan fungsi `auto.arima()`.
4. Melakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi model ARIMA yang diperoleh dari fungsi `auto.arima()`.
5. Melakukan uji LM untuk mengetahui apakah terdapat efek ARCH/GARCH pada model.
6. Identifikasi model ARCH/GARCH.
7. Melakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter model GARCH.
8. Melakukan uji efek asimetris menggunakan *sign and size bias test* pada model GARCH.
9. Identifikasi model GJR-GARCH.
10. Melakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter model GJR-GARCH.
11. Melakukan uji LM untuk mengetahui apakah masih ada efek ARCH/GARCH.

12. Melakukan pemilihan model terbaik.
13. Menganalisis nilai kurtosis untuk mengetahui adanya data berekor gemuk.
14. Menghitung nilai *threshold* dan nilai *extreme* pada data *return* saham.
15. Melakukan uji kesesuaian distribusi GPD terhadap nilai *extreme*.
16. Melakukan estimasi parameter GPD.
17. Menghitung nilai *Value at Risk* kombinasi GJR-GARCH dengan GPD.
18. Menghitung nilai *Expected Shortfall* kombinasi GJR-GARCH dengan GPD.

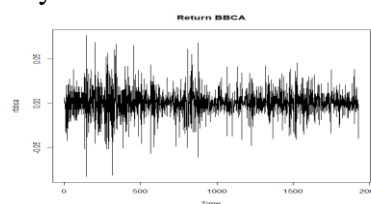
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Karakteristik Data Saham

Data yang digunakan pada penelitian ini yaitu data sekunder harga penutupan saham harian dari BBCA periode 1 Mei 2012 sampai 31 Januari 2020 pada hari aktif. Sebelum melakukan perhitungan *Expected Shortfall* maka terlebih dahulu dilakukan analisis statistik deskriptif sebagai acuan dalam analisis selanjutnya.



Gambar 1. Plot *Closing Price* Saham BBCA



Gambar 2. Plot *Return Closing Price* Saham BBCA

Gambar 1 menunjukkan bahwa *closing price* saham harian BBCA selama kurun waktu yang diamati tidak stasioner karena plot data memperlihatkan fluktuasi dari waktu ke waktu dan memiliki pola *trend* naik yaitu terjadi peningkatan pada plot data seiring bertambahnya waktu. Sedangkan plot data *return closing price* saham harian BBCA terlihat pada Gambar 2 menunjukkan bahwa data telah stasioner dalam *mean*. Hal tersebut dikarenakan nilai *mean* pengamatan bernilai konstan di sepanjang waktu. Selain itu, plot data *return* saham BBCA menunjukkan sifat *volatility clustering* yakni menunjukkan volatilitas yang tinggi selama periode waktu tertentu dan rendah selama periode waktu yang lain yang menandakan adanya kasus heteroskedastisitas pada data *return* saham. Karakteristik data *return* saham BBCA periode 1 Mei 2012 sampai 31 Januari 2020 dapat disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif Data *Return* Saham BBCA

Deskripsi Data	Nilai
Jumlah observasi	1936
<i>Mean</i>	0,000723
<i>Skewness</i>	-0,042736
Kurtosis	6,806851

Dari Tabel 1 dapat diketahui bahwa nilai kurtosis sebesar 6,806851 sehingga memiliki bentuk kurtosis berupa *leptokurtis* (Maruddani, 2019). Grafik *leptokurtis* memperlihatkan distribusi data dengan titik puncak relatif tinggi sehingga pada data *return* BBCA yang diamati tidak berdistribusi secara simetris dan memiliki distribusi berekor gemuk. Keberadaan ekor gemuk mengindikasikan peluang terjadinya nilai *extreme* sehingga diperlukan pemodelan menggunakan teori EVT dengan pendekatan GPD.

4.2. Pemodelan Runtun Waktu

Pemodelan runtun waktu pada penelitian ini menggunakan fungsi `auto.arima()` dimana secara otomatis akan terbentuk diferensi jika data tidak stasioner.

4.2.1 Automatic ARIMA

Penentuan model ARIMA terbaik diperoleh secara otomatis menggunakan fungsi `auto.arima()` pada *package forecast* dalam *software R*. Model ARIMA terbaik yang

terbentuk dari data *return* saham BBCA menggunakan fungsi `auto.arima()` adalah ARIMA(1,0,1) dengan konstanta.

4.2.2 Estimasi Parameter Model

Model ARIMA(1,0,1) dengan konstanta dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut karena pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ semua parameternya signifikan terhadap model dengan memiliki nilai *p-value* lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ seperti yang tersaji pada Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA

Model	Parameter	Koefisien	<i>P-value</i>	Keputusan
ARIMA(1,0,1)	C	0,000736	0,001404	H_0 ditolak
	ϕ_1	0,720284	$< 2,2e-16$	H_0 ditolak
	θ_1	-0,803918	$< 2,2e-16$	H_0 ditolak

4.3. Uji Lagrange Multiplier (LM)

Pengujian ini digunakan untuk mengetahui ada tidaknya efek ARCH/GARCH atau efek heteroskedastisitas pada residual model ARIMA yang terbentuk. Hasil yang diperoleh adalah H_0 ditolak untuk model ARIMA(1,0,1) dengan konstanta karena nilai *p-value* lebih kecil dari $\alpha = 0,05$. Jadi, pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa terdapat efek heteroskedastisitas pada residual maka dilanjutkan dengan pemodelan ARCH/GARCH.

4.4. Model ARCH dan GARCH

Alternatif model yang digunakan adalah model GARCH(p,q) dengan order p dan q sebesar ≤ 2 untuk menghindari pemodelan volatilitas dengan orde yang tinggi pada model ARCH(p) (Rosadi, 2011). Model awal yang terbentuk adalah ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1), ARIMA(1,0,1) GARCH(1,2), ARIMA(1,0,1) GARCH(2,1), dan ARIMA(1,0,1) GARCH(2,2). Setelah dilakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter diperoleh bahwa model ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1) dan ARIMA(1,0,1) GARCH(1,2) dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut karena pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ semua parameternya signifikan terhadap model dengan nilai *p-value* lebih kecil dari $\alpha = 0,05$.

4.5. Uji Efek Asimetris

Pengujian ini digunakan untuk mengetahui pengaruh asimetris pada volatilitas sektor keuangan. Berdasarkan Tabel 4, pada model ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1) nilai *p-value* untuk uji *joint effect* sebesar 0,04869 sehingga H_0 ditolak karena memiliki nilai *p-value* yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$. Pada model ARIMA(1,0,1) GARCH(1,2) nilai *p-value* untuk uji *sign bias* sebesar 0,01784 dan *joint effect* sebesar 0,01914 sehingga H_0 ditolak karena memiliki nilai *p-value* yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$. Jadi, pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1) dan ARIMA(1,0,1) GARCH(1,2) terdapat efek asimetris sehingga untuk mengatasinya dapat dilakukan analisis lebih lanjut menggunakan GARCH asimetris yaitu dengan pemodelan GJR-GARCH.

Tabel 4. Hasil Uji Efek Asimetris

Model	Statistik	<i>P-value</i>	Keputusan
ARIMA(1,0,1) GARCH(1,1)	<i>Sign bias</i>	0,13722	H_0 diterima
	<i>Negative size bias</i>	0,17201	H_0 diterima
	<i>Positive size bias</i>	0,41122	H_0 diterima
	<i>Joint effect</i>	0,04869	H_0 ditolak
ARIMA(1,0,1) GARCH(1,2)	<i>Sign bias</i>	0,01784	H_0 ditolak
	<i>Negative size bias</i>	0,57455	H_0 diterima
	<i>Positive size bias</i>	0,36878	H_0 diterima
	<i>Joint effect</i>	0,01914	H_0 ditolak

4.6. Model GJR-GARCH

Model GJR-GARCH yang terbentuk yaitu ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,1) dan ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2). Setelah dilakukan estimasi parameter melalui uji signifikansi parameter diperoleh bahwa model ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,1) dan

ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2) dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut karena pada taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ semua parameternya signifikan terhadap model dengan memiliki nilai p -value lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ seperti yang tersaji pada Tabel 5.

Tabel 5. Hasil Estimasi Parameter Model GJR-GARCH

Model	Parameter	Koefisien	P -value	Keputusan
ARIMA(1,0,1)	C	0,000705	0,000491	H_0 ditolak
GJR-GARCH(1,1)	ϕ_1	0,626801	0,000000	H_0 ditolak
	θ_1	-0,737167	0,000000	H_0 ditolak
	α_0	0,000016	0,000000	H_0 ditolak
	α_1	0,112814	0,000000	H_0 ditolak
	β_1	0,807324	0,000000	H_0 ditolak
	γ_1	0,159887	0,007112	H_0 ditolak
ARIMA(1,0,1)	C	0,000724	0,000302	H_0 ditolak
GJR-GARCH(1,2)	ϕ_1	0,617606	0,000000	H_0 ditolak
	θ_1	-0,732559	0,000000	H_0 ditolak
	α_0	0,000019	0,000283	H_0 ditolak
	α_1	0,143678	0,000001	H_0 ditolak
	β_1	0,283345	0,002639	H_0 ditolak
	β_2	0,472326	0,000000	H_0 ditolak
	γ_1	0,164680	0,002905	H_0 ditolak

4.7. Uji Lagrange Multiplier Model GJR-GARCH

Pengujian ini digunakan untuk mengetahui apakah masih terdapat efek ARCH/GARCH atau efek heteroskedastisitas pada residual model GJR-GARCH yang terbentuk sebelumnya. Berdasarkan Tabel 6, H_0 diterima untuk semua model karena nilai p -value lebih besar dari $\alpha = 0,05$. Jadi, pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa sudah tidak terdapat efek heteroskedastisitas pada residual maka model yang terbentuk yaitu model ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,1) dan ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2).

Tabel 6. Hasil Uji Lagrange Multiplier Model GJR-GARCH

Model	Lag	Statistik	P -value	Keputusan
ARIMA(1,0,1)	ARCH Lag[3]	1,41200	0,23470	H_0 diterima
GJR-GARCH(1,1)	ARCH Lag[5]	1,63700	0,55700	H_0 diterima
	ARCH Lag[7]	3,06000	0,50240	H_0 diterima
ARIMA(1,0,1)	ARCH Lag[4]	0,02121	0,88420	H_0 diterima
GJR-GARCH(1,2)	ARCH Lag[6]	1,30750	0,66160	H_0 diterima
	ARCH Lag[8]	1,83923	0,77390	H_0 diterima

4.8. Pemilihan Model Terbaik

Model terbaik yaitu model yang memiliki nilai AIC dan SBC terkecil (Rosadi, 2011).

Tabel 7. Pemilihan Model Terbaik

Model	Nilai AIC	Nilai SBC
ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,1)	-5,7902	-5,7701
ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2)	-5,7964	-5,7733

Berdasarkan Tabel 7, model ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2) merupakan model terbaik karena memiliki nilai AIC dan SBC terkecil maka persamaan model ditulis sebagai berikut:

$$\hat{Z}_t = 0,000724 + 0,617606 Z_{t-1} - 0,732559 a_{t-1} + a_t, a_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$$

$$\hat{\sigma}_t^2 = 0,000019 + 0,143678 a_{t-1}^2 + 0,283345 \sigma_{t-1}^2 + 0,472326 \sigma_{t-2}^2 + 0,164680 S_{t-1}^- a_{t-1}^2$$

4.9. Penentuan Nilai Threshold dan Nilai Extreme

Penentuan nilai *threshold* dalam pendekatan GPD dengan menghitung 10% dari keseluruhan data yang telah diurutkan dari yang terbesar hingga terkecil, dalam hal ini data keseluruhan yang digunakan sebanyak 1936. Nilai *threshold* merupakan data urutan ke $N_u + 1$, dimana N_u adalah banyaknya pengamatan diatas *threshold* (nilai *extreme*). Banyaknya

nilai *extreme* adalah $10\% \times 1936 = 193,6$ kemudian dibulatkan menjadi 194, sehingga nilai *threshold* merupakan data urutan ke-195 yaitu 0,017667.

4.10. Uji Kesesuaian Distribusi

Uji kesesuaian distribusi dilakukan melalui uji Kolmogorov-Smirnov yang bertujuan untuk mengetahui apakah data nilai *extreme* pada *return* saham BBCA mengikuti GPD. Hasil yang diperoleh adalah H_0 diterima karena nilai *p-value* lebih besar dari $\alpha = 0,05$. Jadi, pada taraf signifikansi 5% dapat disimpulkan bahwa data nilai *extreme* pada *return* saham BBCA telah mengikuti distribusi teoritik yang dalam hal ini GPD.

4.11. Estimasi Parameter GPD

Setelah dilakukan uji kesesuaian distribusi, langkah selanjutnya adalah mengestimasi parameter GPD. Hasil yang diperoleh adalah jumlah pengamatan di atas *threshold* (N_u) sebesar 194 dari jumlah pengamatan (n) sebesar 1936. Nilai *threshold* (u) sebesar 0,01767 yang menunjukkan dimulainya ekor (*tail*). Hasil estimasi parameter bentuk (ξ) sebesar 0,13344, parameter skala (β) sebesar 0,00845, dan parameter lokasi (ν) sebesar 0,01779.

4.12. Perhitungan VaR

Berdasarkan persamaan (29) untuk $\xi \neq 0$ diperoleh nilai VaR untuk GPD sebesar 0,023826. Selanjutnya, menghitung nilai VaR dinamis kombinasi antara model GJR-GARCH dengan pendekatan GPD. Berdasarkan peramalan satu periode ke depan dari model ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2) diperoleh nilai $\hat{\mu}_{t+1}$ sebesar 0,006429 dan $\hat{\sigma}_{t+1}$ sebesar 0,02081, maka:

$$VaR_{t(GPD)} = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} VaR_{GPD} = 0,006925$$

Pada tingkat kepercayaan 95%, diperoleh nilai $VaR_{t(GPD)}$ sebesar 0,6925% yang berarti bahwa kemungkinan kerugian yang akan diterima seorang investor satu hari ke depan yaitu sebesar 0,6925% dari investasi hari ini.

4.13. Perhitungan ES

Secara matematis, VaR tidak memenuhi sifat koheren yang merupakan ukuran kebaikan dari risiko (Rahmawati *et al.*, 2019). Selain itu, banyak kondisi yang mengakibatkan risiko yang terjadi mungkin melebihi nilai VaR sehingga untuk mengukur besarnya kerugian yang akan ditanggung apabila terjadi kerugian yang nilainya melebihi VaR maka dapat digunakan nilai ES. Berdasarkan persamaan (30) untuk $\xi \neq 0$ diperoleh nilai ES untuk GPD sebesar 0,034525. Selanjutnya, menghitung nilai ES dinamis kombinasi antara model GJR-GARCH dengan pendekatan GPD. Berdasarkan peramalan satu periode ke depan dari model ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2) diperoleh nilai $\hat{\mu}_{t+1}$ sebesar 0,006429 dan $\hat{\sigma}_{t+1}$ sebesar 0,02081, maka:

$$ES_{t(GPD)} = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} ES_{GPD} = 0,007147$$

Pada tingkat kepercayaan 95%, diperoleh nilai $ES_{t(GPD)}$ sebesar 0,7147% melebihi nilai $VaR_{t(GPD)}$ sebesar 0,6925%. Hal ini menunjukkan bahwa kemungkinan kerugian yang akan diterima seorang investor satu hari ke depan yaitu sebesar 0,6925% dari investasi hari ini dan masih memungkinkan jika terjadi kondisi yang lebih buruk lagi seperti perubahan suku bunga, fluktuasi pasar secara keseluruhan, inflasi meningkat, dan lain-lain sehingga risiko yang mungkin terjadi yaitu kerugian maksimum sebesar 0,7147%.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan mengenai perhitungan *Expected Shortfall* menggunakan kombinasi antara model asimetris GJR-GARCH dengan GPD pada saham BBCA periode 1 Mei 2012 sampai 31 Januari 2020, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model terbaik untuk memodelkan data *return* saham tersebut adalah model GJR-GARCH yaitu ARIMA(1,0,1) GJR-GARCH(1,2).

Persamaan *mean*: $\hat{Z}_t = 0,000724 + 0,617606 Z_{t-1} - 0,732559 a_{t-1} + a_t$,
dengan $a_t \sim \text{NID}(0, \sigma^2)$

Persamaan varian: $\hat{\sigma}_t^2 = 0,000019 + 0,143678 a_{t-1}^2 + 0,283345 \sigma_{t-1}^2 +$
 $0,472326 \sigma_{t-2}^2 + 0,164680 S_{t-1}^- a_{t-1}^2$

2. Berdasarkan data nilai *extreme* sebesar 194 dari keseluruhan data sebesar 1936, diperoleh *threshold* (u) sebesar 0,01767. Kemudian dilakukan estimasi parameter GPD yang menghasilkan parameter bentuk (ξ) sebesar 0,13344, parameter skala (β) sebesar 0,00845, dan parameter lokasi (v) sebesar 0,01779.
3. Hasil perhitungan nilai ES kombinasi antara model GJR-GARCH dengan GPD pada tingkat kepercayaan 95% diperoleh sebesar 0,7147% melebihi nilai VaR sebesar 0,6925%. Berdasarkan perhitungan tersebut menunjukkan bahwa kondisi terburuk yang akan dialami seorang investor untuk satu hari ke depan yaitu kerugian sebesar 0,6925% dari investasi hari ini dan masih memungkinkan jika terjadi kondisi yang lebih buruk lagi sehingga risiko yang mungkin terjadi yaitu kerugian maksimum sebesar 0,7147%.

DAFTAR PUSTAKA

- Danielsson, J. 2011. *Financial Risk Forecasting*. England: John Wiley & Sons Ltd.
- Demoulin, V. C. dan Embrechts, P. 2002. *Smooth Extremal Models in Finance and Insurance*. Zurich: Department of Mathematics ETH Zentrum.
- Embrechts, P., Kluppelberg, C., dan Mikosch, T. 1997. *Modelling Extremal Event for Insurance and Finance*. New York: Springer.
- Engle, R. F. 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Journal of Econometrica*, Vol. 50, No. 4: 987-1008.
- Engle, R. F. dan Ng, V.K. 1993. Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, Vol. 48, No. 5: 1749-1778.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., dan Runkle, D. 1993. On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, Vol. XLVIII, No.5: 1779-1801.
- Hyndman, R. J. dan Khandakar, Y. 2008. Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, Vol. 27, No. 3: 1-26.
- Jorion, P. 2002. *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. Second Edition. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc.
- Lee, H. S. 2009. Forecasting Performance of Asymmetric GARCH Stock Market Volatility Models. *Journal of International Economic Studies*, Vol. 13, No. 2: 111-143.
- Maruddani, D. A. I. 2019. *Value at Risk untuk Pengukuran Risiko Investasi Saham*. Ponorogo: WADE Group.
- McNeil, A. J. 1999. *Extreme Value Theory for Risk Managers*. Zurich: Department Mathematic ETH Zentrum.
- Rahmawati, R., Rusgiyono, A., Hoyyi, A., dan Maruddani, D. A. I. 2019. Expected Shortfall dengan Simulasi Monte-Carlo untuk Mengukur Risiko Kerugian Petani Jagung. *Media Statistika*, Vol. 12, No. 1: 117-128.
- Rosadi, D. 2011. *Analisis Ekonometrika & Runtun Waktu Terapan dengan R*. Yogyakarta: Andi Publisher.
- Thomas, R. L. 1996. *Modern Econometrics*. Inggris: Addison Wesley.
- Tsay, R. S. 2002. *Analysis of Financial The Series: Financial Econometrics*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.