ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 10, Nomor 2, Tahun 2021, Halaman 200-210
Online di: https://ejournal3.undip.ac.id/index.php/gaussian/

ANALISIS METODE BAYESIAN PADA SISTEM ANTREAN PELAYANAN LOKET TIKET STASIUN TAWANG SEMARANG

Aurum Anisa Salsabela[1], Sugito[2], Budi Warsito[3]
[1, 2, 3]Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
email: aurumuyunaas@gmail.com

ABSTRACT

Jamming is one of the serious problem in Indonesia caused by the increase of vehicle. The government has made solution for this situation for example was public transportation. Train is one of the suitable public transportation because of the ticket price was cheap. Tawang Railway Stasion Semarang was the biggest railway station in Semarang. In the specific day such long holiday or celebrating day, many people have chosen train to bring them. This make a queuing situation on the counter of station. Queue theory models provide the random of arrival and service time. The Bayesian theory suits to handle the problem of queuing that has been working for several times. Based on the analysis of the queue models for customer service, self-print tickets, cancellation and ordering are (G/G/c):(GD/∞/∞) from the posterior distribution with combination from prior distribution and likelihood sample. The combination of prior distribution and likelihood sample used in this research is Poisson distribution for all ticket counter except the arrival for cancellation counter which Normal distribution. The likelihood sample used Poissonn distribution for all ticket counter, except for self-print tickets which Diskrit Uniform Distribution. Queue models can be used to count the size of the system performance. Based on the calculations and analysis, it can be concluded that the queueing system to the customer service, self-print tickets, cancellation and ordering have been good because its steady state and busy probability is higher than jobless probability.

Keywords: Tawang Railway Station, Queue, Bayesian, size of the system performance

1. PENDAHULUAN

Volume kendaraan yang semakin lama semakin meningkat dan fasilitas jalan yang tidak dapat menampung banyaknya kendaraan yang melintasi jalan menimbulkan sebuah kemacetan.Salah satu cara mengurangi kemacetaan adalah dengan menggunakan transportasi umum. Kereta api merupakan salah satu alternatif transportasi yang sering digunakan masyarakat untuk bepergian, terutama dengan rute perjalanan yang cukup jauh. Pada era digital ini calon penumpang diberi kemudahan untuk mendapatkan tiket secara online sebagai akses untuk dapat bepergian dengan kereta. Meskipun kemunculan pemesanan tiket online sudah tidak asing lagi, pemesanan tiket secara manual melalui loket tiket yang tersedia di stasiun tidak lantas berhenti. Lonjakan volume penumpang yang biasa terjadi pada hari-hari besar atau hari libur akan menimbulkan situasi menunggu dalam antrean yang cukup lama pada pelayanan loket tiket. Banyak masyarakat yang masih belum terbiasa dengan sistem pemesanan online, sehingga masih menggunakan loket tiket di stasiun untuk pemesanan tiket kereta dan menimbulkan sebuah fenomena mengantre.

Proses antrean sendiri merupakan suatu proses yang berhubungan dengan kedatangan pelanggan, menunggu dalam baris antrean jika belum dapat dilayani, dilayani dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut (Kakiay, 2004). Dalam penelitian sebelumnya oleh Yustiti (2014) telah membahas model yang tepat untuk menggambarkan antrean dan juga ukuran kinerja sistem antrean pada bagian *customer service*, cetak tiket mandiri, loket pemesanan dan loket pembatalan tiket. Menurut Armero dan Bayarri (1995), metode Bayesian cocok digunakan sebagai salah satu analisis sistem antreaan selain karena dapat dengan mudah menggabungkan informasi prior yang menjadi substansial di sistem antrean yang telah berjalan selama beberapa waktu. Setelah memenuhi kondisi steady state, maka dapat dilakukan uji distribusi untuk mencari distribusi yang cocok untuk kedatangan dan pelayanan pada sistem antrean. Distribusi yang memenuhi memungkinkan lebih dari satu, sehingga diperlukan metode Bayesian untuk dapat mengkombinasikan kemungkinan-kemungkinan dari distribusi yang memenuhi. Kombinasi dari distribusi prior dan distribusi sampel yang memenuhi ini menjadi distribusi posterior yang parameternya dapat dilihat sesuai dengan bentuk fungsi densitasnya.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Gambaran Umum PT. Kereta Api Indonesia (Persero)

Sejarah perkeretaapian di Indonesia dimulai ketika pencangkulan pertama jalur kereta api Solo-Vorstenlanden (Solo- Yogyakarta) di Desa Kemijen, Jumat tanggal 17 Juni 1864 oleh Gubernur Jenderal Hindia Belanda, Mr. L.A.J Baron sloet van den Beele. Stasiun Tawang semarang merupakan salah satu stasiun kereta api terbesar di Kota Semarang yang menyediakan beberapa jenis loket yaitu loket *customer service*, cetak tiket mandiri , loket pemesanan dan loket pembatalan (www.kai.id, 2019)

2.1. Ukuran Steady State

Menurut Taha (1996) misalnya λ adalah rata-rata kedatangan pelanggan ke tempat pelayanan per satuan waktu, μ adalah rata-rata pelanggan yang telah dilayani per satuan waktu, dan c merupakan banyaknya fasilitas tempat pelayanan (server), maka ρ didefinisikan sebagai perbandingan antara rata-rata pelanggan yang datang (λ) dengan rata-rata pelanggan yang telah dilayani per satuan waktu (μ), atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu}$$

2.2. Distribusi Poisson dan Eksponensial

Menurut Praptono (1986) proses Poisson adalah proses cacah yang mempunyai batasan tertentu diantaranya N (t) mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata λt dimana λ suatu konstanta. Beberapa asumsi untuk proses poisson diantaranya :

1. Independen

   N(t) independen terhadap banyaknya kejadian yang terjadi didalam selang waktu yang lalu. Artinya N(t) tak tergantung pada kejadian sebelumnya.
2. Homogenitas dalam waktu

   P{lebih dari satu kedatangan antara t dan t + Δt } adalah sangat kecil atau bisa dikatakan diabaikan atau $o(\Delta t)$. Homogenitas dalam waktu $P_n(t)$ hanya tergantung pada panjang t atau panjang selang waktu, tetapi tidak tergantung dimana selang waktuberada.
3. Regularitas

   Regularitas yaitu dalam suatu interval kecil (Δt), probabilitas bahwa tepat satu kejadian terjadi adalah λ(Δt)+o(Δt) dan probabilitas bahwa banyaknya kejadian terjadi lebih dari sekali adalah o(Δt) dalam interval Δt, sedangkan simbol o(Δt) digunakan untuk menyatakan fungsi Δtyang mendekati 0 lebih cepat dari Δt sendiri mendekati 0, artinya

$$f(\Delta t) \text{disebut } o(\Delta t) \leftrightarrow \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(\Delta t)}{\Delta t} = 0$$

Jika proses kedatangan mengikuti proses Poisson dengan parameter λ, maka suatu variabel acak yang menyatakan waktu antar kedatangan berturutan mengikuti distribusi Eksponensial dengan parameter λ.

2.3. Uji Kolmogorov Smirnov

a. Menentukan Hipotesis

H_0 : Distribusi sampel mengikuti distribusi yang ditetapkan

H_1 : Distribusi sampel tidak mengikuti distribusi yang ditetapkan

b. Menentukan Taraf Signifikansi

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 5\%$

c. Statistik Uji

$$D=\max_{1\leq i\leq r}\left(\max(|S(x_i)-F0(x_i)|),(|S(x_{i-1})-F0(x_i)|)\right) \quad (13)$$

dengan:

$S(x_i)$: fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari data sampel

$F_0(xi)$: fungsi distribusi yang dihipotesiskan (fungsi peluang kumulatif)

r : banyaknya niali x yang berbeda

d. Kriteria Uji

Tolak H0jika pada taraf signifikansi α jika nilai D ≥ nilai Dtabel (1- α) atau jika nilai sig < nilai α. Dtabel (α) adalah nilai kritis yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

2.4. Distribusi Normal, Uniform Diskrit dan Gamma

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), sebuah variabel random kontinu X berdistribusi Normal dengan parameter θ dan variansi σ^2 dapat dilambangkan dengan X ~ (θ, σ^2), memiliki fungsi kepadatan peluang sebagai berikut :

$$f(x;\theta,\sigma^2)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\theta}{\sigma}\right)^2\right], -\infty < x < \infty, \text{ dimana } -\infty < \theta < \infty, 0 < \sigma < \infty.$$

Menurut Bain dan Engelhart (1992), sebuah variabel random diskrit X berdistribusi uniform diskrit dalam bilangan bulat 1,2,…,λ jika meiliki bentuk pdf sebagai berikut :

$$f(x;\lambda)=\frac{1}{\lambda} \quad x = 1,2,\ldots,\lambda,$$

dinotasikan dengan X~DU(λ)

Menurut Bain dan Engelhart (1992), sebuah variabel random kontinu X berdistribusi gamma dengan parameter k > 0 dan θ > 0 jika memiliki bentuk pdf sebagai berikut :

$$f(x;\theta;k) = \frac{1}{\theta^k\Gamma(k)}x^{k-1}e^{-x/\theta} \quad x > 0$$

dinotasikan dengan X~GAM(θ;k)

2.5. Model antrean (M/M/c): (GD/∞/∞) dan (G/G/c):(GD/∞/∞)

Menurut Gross dan Harris (1998), jika dianggap bahwa $r=\frac{\lambda}{\mu}$ dan $\rho=\frac{\lambda}{c\mu}$ nilai P_0 ditentukan dari $\sum_{n=0}^{\infty}P_n=1$ yang memberikan

$$P_0=\left\{\sum_{n=0}^{c-1}\frac{r^n}{n!}+\sum_{n=c}^{\infty}\frac{r^n}{c^{n-c}c!}\right\}^{-1}$$

$$P_0 = \left\{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{r^c}{c!}\left(\frac{1}{1-\frac{r}{c}}\right)\right\}^{-1}, \frac{r}{c} = \rho < 1 \quad (16)$$

Dengan $\frac{\rho}{c} < 1$ atau $\frac{\lambda}{c\mu} < 1$ sehingga ekspresi untul Lq adalah sebagai berikut :

$$L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n-c)\, P_n$$

$$L_q = \sum_{n=c+1}^{\infty} (n-c) \frac{r^n}{c^{n-c}c!} P_0$$

$$Lq = \left(\frac{\rho r^c}{c!(1-\rho)^2}\right) P_0 \quad (17)$$

Rumus untuk mencari ukuran- ukuran kinerja pada model antrean (M/M/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut :

$$Ls = Lq + \rho \quad (19)$$

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} \quad (20)$$

$$Ws = Wq + \frac{1}{\mu} \quad (21)$$

Rumus untuk mencari ukuran-ukuran kinerja pada model (G/G/c):(GD/∞/∞) adalah sebagai berikut :

$$Lq = \left(\frac{\rho r^c}{c!(1-\rho)^2}\right) P_0 \frac{\mu^2 v(t) + v(t') \lambda^2}{2} \quad (22)$$

dengan :

$v(t) = (1/(\mu^2))^2$

$v(t') = (1/(\lambda^2))^2$

$$Ls = Lq + \rho$$

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

$$Ws = Wq + \frac{1}{\mu}$$

2.6. Deskripsi Bayesian

Menurut Box dan Tiao (1973), diketahui bahwa $x' = (x_{1,\dots,}x_n)$ adalah vector dari pengamatan sebanyak n dengan distribusi probabilitas $p(x|\lambda)$ adalah probabilitas bersyarat y jika diketahui nilai dari k parameter λ adalah $\lambda' = (\lambda_{1,\dots,}\lambda_k)$. Diketahui bahwa λ memiliki distribusi probabilitasnya sendiri yaitu $p(\lambda)$, dengan

$$p(x|\lambda)p(\lambda) = p(\lambda|x)p(x) = p(x,\lambda) \quad (23)$$

sehingga didapatkan persamaan :

$$p(\lambda|x) = \frac{p(x|\lambda)p(\lambda)}{p(x)} \quad (24)$$

Dapat dituliskan,

$$p(\lambda|x) = cp(x|\lambda)p(\lambda) \quad (25)$$

2.7. Distribusi Prior

Box dan Tiao (1973) membagi prior menjadi 2 kelompok berdasarkan fungsi Likelihoodnya :

1. Berkaitan dengan bentuk distribusi hasil identifikasi pola datanya
   a. Prior konjugat, mengacu pada acuan analisis model terutama dalam pembentukan fungsi likelihoodnya.

b. Prior non-konjugat, pemberian prior pada model tidak mempertimbangkan pola pembentuk fungsi likelihoodnya.
2. Berkaitan dengan penentuan masing-masing parameter pada pola distribusi priortersebut.
a. Prior informatif mengacu pada pemberian parameter dari distribusi prior yang telah dipilih baik distribusi prior konjugat atau tidak.
b. Prior non-informatif, apabila pemilihan distribusi priornya tidak didasarkan pada data yang ada sebelumnya atau distribusi prior yang tidak mengandung informasi tentang parameter λ.

Salah satu bentuk pendekatan dari non-informatif prior adalah dengan menggunakan metode Jeffrey's. Metode ini menyatakan bahwa distribusi prior $f(\lambda)$ merupakan akar kuadrat dari informasi Fisher yang dinyatakan dalam

$$f(\lambda) = [I(\lambda)]^{1/2} \quad (26)$$

dengan $I(\lambda)$ merupakan nilai harapan informasi Fisher.

$$I(\lambda) = -E_{\lambda}\left[\frac{\partial^2 log f(x;\lambda)}{\partial\lambda^2}\right] \quad (27)$$

Jika $\lambda = (\lambda_1, \ldots, \lambda_p)'$ adalah vector , digunakan

$$f(\lambda) = [det I(\lambda)]^{1/2} \quad (28)$$

dengan $I(\lambda)$ adalah matriks informasi Fisher (p x p) dengan indeks (i, j), maka

$$I(\theta) = -E_{\vartheta}\left[\frac{\partial^2}{\partial\lambda_i\partial\lambda_j}\log f(x;\vartheta)\right] \text{ dengan } i = 1,2,\ldots,p;\ j = 1,2,\ldots,p \quad (29)$$

2.8. Fungsi Likelihood

Menurut Bain dan Engelhardt (1992), fungsi likelihood adalah fungsi densitas bersamadari n variabel random $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dan dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, \ldots, x_n; \lambda)$. Jika $X_1, X_2, \ldots, X_n$ menyatakan suatu sampel random dari $f(x;\theta)$., maka

$$L(\lambda) = f(x_1;\lambda) f(x_2;\lambda) \ldots f(x_n;\lambda)$$

$$L(\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x_1;\lambda) \quad (30)$$

2.9. Distribusi Posterior

Distribusi posterior adalah penggabungan distribusi sampel dan distribusi prior (Box dan Tiao, 1973). Jika data x, p(x|λ) dalam persamaan $p(\lambda|x) = cp(x|\lambda)p(\lambda)$ dapat dipandang sebagai fungsi bukan dari x melainkan dari λ, maka dapat dituliskan bahwa fungsi likelihood dari λ denagn bersyarat x dapat dituliskan $L(\lambda|x)$. Dapat dituliskan persamaan bayesiannya seperti berikut :

$$p(\lambda|\, x) = L(\lambda|x)\ .\ p(\lambda) \quad (31)$$

dengan kata lain, teorema bayes menunjukkan bahwa distribusi probabilitas untuk posterior λ dalam data x sebanding dengan distribusi untuk prior λ dari data dan likelihood λ bersyarat x.

$$posterior \propto likelihood x prior$$

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1. Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diambil dari hasil observasi langsung yang dilakukan selama 7 hari dan data prior penelitian sebelumnya yaitu penelitian Yustiti (2014). Variabel penelitian yang digunakan sebagai berikut :

a. Data jumlah pelanggan yang datang dan jumlah pelanggan yang dilayani di loket customer service, cetak tiket mandiri, pembatalan dan pemesanan di Stasiun Tawang Semarang.

b. Data jumlah pelanggan yang datang dan waktu dilayani pelanggan di loket pembatalan Stasiun Tawang Semarang pada penelitian sebelumnya sebagai data prior.
c. Data jumlah pelanggan yang datang di loket customer service, cetak tiket mandiri, dan pemesanan dan jumlah pelanggan yang dilayani di loket

3.2. Langkah-langkah Analisis

Adapun langkah-langkah dalam pelaksanaan penelitian dan analisis data adalah sebagai berikut :

1. Peneliti melakukan penelitian di loket Stasiun Tawang Semarang untuk mendapatkan data jumlah pelanggan yang datang dan jumlah pelanggan yang dilayani per satuan waktu.
2. Peneliti melakukan uji kondisi steady state ($\rho=\frac{\lambda}{\mu c} < 1$) .
3. Peneliti melakukan uji kecocokan distribusi poisson untuk kedatangan pelanggan dan pelanggan yang dilayani dengan uji Kolmogorov Smirnov dengan *software* R Gui.
4. Peneliti mencari distribusi yang tepat untuk kedatangan pelanggan dan pelanggan yang dilayani dengan software *easy fit*.
5. Peneliti melakukan uji kecocokan distribusi kolmogorov-smirnov untuk distribusi yang sesuai.
6. Peneliti menentukan likelihood dari distribusi sampel.
7. Peneliti memasukkan distribusi prior yaitu pada penelitian Yustiti (2014).
8. Peneliti menentukan distribusi posterior dengan memasukkan nilai distribusi prior dari penelitian sebelumnya. Distribusi dari sampel yang baru diambil sebagai nilai likelihood dan dihitung probabilitas posterior (probabilitas posterior = $likelihood\ x\ prior$)
9. Peneliti menentukan model antrean yang sesuai. dilihat dari distribusi kedatangan, distribusi pelayanan, banyaknya jumlah pelayanan, disiplin antrean yang digunakan adalah *fisrt in first out* (FCFS) , kapasitas dalam sistem dan sumber pemanggilan.
10. Peneliti menentukan kinerja sistem, yaitu jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam sistem (Ls), jumlah pelanggan yang diperkirakan dalam antrean (Lq), Waktu menunggu dalam sistem (Ws),dan waktu menunggu dalam antrean (Wq) dengan syntax RGui.
11. Peneliti membuat kesimpulan mengenai pelayanan loket Stasiun Tawang Semarang.

4. ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1. Ukuran Steady State

Berikut adalah tabel ukuran steady state untuk masing-masing loket :

Tabel 1. Ukuran Steady State

Loket	**Lambda**	**Miu**	**c**	**ρ**
Customer Service	14,0816327	14,0816327	2	0,5
Cetak Tiket Mandiri	66,0408163	66,0408163	5	0,2
Pembatalan	7,44897959	7,44897959	2	0,5
Pemesanan	16,3469388	16,3469388	2	0,5

Nilai ρ kurang dari 1 artinya bahwa keadaan ini memenuhi kondisi steady state.

4.2. Uji Kecocokan Distribusi

Uji kecocokan distribusi digunakan untuk mengetahui apakah data laju kedatangan dan laju pelayanan pada tiap loket pada Stasiun Tawang Semarang berdistribusi poisson atau tidak.

Tabel 2. Uji Kolmogorov Smirnov Laju kedatangan

Laju Kedatangan	D Hitung	D Tabel	Keputusan	Kesimpulan
Customer service	0,14554	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson
Cetak Tiket Mandiri	0,38469	0,19401	H_0 Ditolak	Data tidak berdistribusi Poisson
Pembatalan	0,17917	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson
Pemesanan	0,15725	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson

Tabel 3. Uji Kolmogorov Smirnov laju Pelayanan

Laju Pelayanan	D Hitung	D Tabel	Keputusan	Kesimpulan
Customer service	0,1562	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson
Cetak Tiket Mandiri	0,38659	0,19401	H_0 Ditolak	Data tidak berdistribusi Poisson
Pembatalan	0,18902	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson
Pemesanan	0,17766	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Poisson

Berdasarkan tabel 2 Uji Kolmogorov Smirnov Laju Kedatangan dan tabel 3 Uji Kolmogorov Smirnov Laju Pelayanan, semua loket berdistribusi poisson kecuaali loket cetak tiket mandiri. Uji Lanjutan untuk loket cetak tiket mandiri karena tidak memenuhi distribusi Poisson menggunakan output software *easy fit*

Tabel 4. Uji Kolmogorov Smirnov Cetak Tiket Mandiri

Cetak Tiket Mandiri	D Hitung	D Tabel	Keputusan	Kesimpulan
Kedatangan	0,10761	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Uniform Diskrit
Pelayanan	0,1042	0,19401	H_0 Diterima	Data berdistribusi Uniform Diskrit

Berdasarkan tabel 4 Uji Kolmogorov Smirnov Cetak Tiket Mandiri dapat disimpulkan bahwa laju kedatangan dan pelayanan loket cetak tiket mandiri berdistribusi uniform diskrit.

4.3. Bayesian

Prior

a. Distribusi Poisson sebagai prior

Dengan menggunakan metode Jeffrey ditemukan distribusi prior dari distribusi Poisson sebagai berikut :

$$f(x;\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$

$$logf(x;\lambda) = log\left(\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}\right)$$

$$= xlog\lambda - logx! - \lambda$$

$$\frac{\partial log f(x;\lambda)}{\partial\lambda} = \frac{x}{\lambda} - 1$$
$$\frac{\partial^2 log f(x;\lambda)}{\partial\lambda^2} = -\frac{x}{\lambda^2}$$
$$I(\lambda) = -E_{\lambda\left[-\frac{x}{\lambda^2}\right]}$$
$$= \frac{1}{\lambda^2} E_\lambda(x)$$
$$= \frac{1}{\lambda^2}(\lambda)$$
$$= \frac{1}{\lambda}$$
$$f(\lambda) = \sqrt{\frac{1}{\lambda}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

Berdasarkan analisis tersebut didapatkan **Distribusi Prior** $f(x;\lambda) = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$

b. Distribusi Normal sebagai prior
Distribusi prior dari distribusi Normal sebagai berikut :
$$f(\lambda) \propto \frac{1}{\lambda}$$

Sedangkan nilai non- informative prior untuk $f(\theta)$ adalah konstan (Box dan Tiao, 1973), diperoleh

$$f(\vartheta) \propto \frac{1}{\lambda}$$

Likelihood

a. Likelihood Distribusi Poisson, Poisson(λ), 0 < λ, x = 0,1,…
$$Likelihood = \prod \frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$$
$$= \frac{e^{-n\lambda}\lambda^{\Sigma x}}{\prod x!}$$

b. Likelihood Distribusi Uniform Diskrit, DU(λ), λ = 1,2,… , X = 1,2,…,λ
$$Likelihood = \prod\left(\frac{1}{\lambda}\right)$$
$$= \frac{1}{\lambda^n}$$

Posterior

a. Distribusi Prior Poisson dan Likelihood Poisson
Likelihood dari data sampel berdistribusi Poisson(λ), Posterior ∝ Prior x Likelihood

$$posterior = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{e^{-n\lambda}\lambda^{\Sigma x}}{\prod x!}\right)$$
$$= \frac{\lambda^{1/2} e^{-\lambda n}\lambda^{\Sigma x}}{\prod x!}$$

$$= \frac{e^{-\lambda n}\lambda^{\sum x - 1/2}}{\prod x!}$$
$$\sim \text{Gamma}\left(\frac{1}{n}, \sum x + 1/2\right)$$

b. Distribusi Prior Poisson dan Likelihood Uniform Diskrit
Likelihood dari parameter berdistribusi Uniform Diskrit (λ)

$$posterior = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\left(\frac{1}{\lambda^n}\right)$$
$$= \frac{1}{\lambda^{1/2+n}}$$
$$\sim \text{Uniform Diskrit } (\lambda^{1/2+n})$$

c. Distribusi Prior Normal dan Likelihood Poisson
Likelihood dari data sampel berdistribusi Poisson(λ)

$$posterior = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{e^{-n\lambda}\lambda^{\sum x}}{\prod x!}\right)$$
$$= \frac{e^{-n\lambda}\lambda^{\sum x - 1}}{\prod x!}$$
$$\sim \text{Gamma } \left(\frac{1}{n}, \sum x\right)$$

4.4. Model antrean

Berikut tabel model antrean untuk masing-masing loket:

Tabel 5. Model Antrean

Loket	**Distribusi Kedatangan**	**Distribusi Pelayanan**	**Model**
Customer Service	Gamma	Gamma	(G/G/2):(GD/∞/∞)
Cetak Tiket Mandiri	Uniform Diskrit	Uniform Diskrit	(G/G/5):(GD/∞/∞)
Pembatalan	Gamma	Gamma	G/G/2):(GD/∞/∞)
pemesanan	Gamma	Gamma	G/G/2):(GD/∞/∞)

Dari tabel 5 Model Antrean didapatkan 2 model antrean yaitu (G/G/2):(GD/∞/∞) dan (G/G/5):(GD/∞/∞)

4.5. Ukuran Kinerja Sistem

Ukuran kinerja sistem antrean dari model antrean masing-masing loket didapatkan dari output Gui R sebagai berikut :

Tabel 6. Ukuran Kinerja Sistem

Loket	**Lq**	**Ls**	**Wq**	**Ws**
Customer Service	0,00168	1,00168	0,00012	0,07113
Cetak Tiket Mandiri	$2{,}19621\text{x}10^{-7}$	1	$3{,}32554\text{x}10^{-9}$	0,01514
Pembatalan	0,00601	1,00601	0,00081	0,13506
Pemesanan	0,00125	1.00125	$7{,}63078.10^{-5}$	0,06125

Berdasarkan tabel 6 Ukuran Kinerja Sistem didapatkan jumlah pelanggan dalam antrean, jumlah pelanggan dalam sistem, waktu pelanggan dalam antrean dan waktu pelanggan dalam sistem untuk masing-masing loket

5. KESIMPULAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan di Stasiun Tawang Semarang, maka didapatkan kesimpulan sebagai berikut :

- ✓ Model antrean untuk loket *customer service*, pembatalan dan pemesanan adalah (GAMM/GAMM/2):(GD/∞/∞), sedangkan untuk loket cetak tiket mandiri adalah (UNIFORM DISKRIT/UNIFORM DISKRIT/5):(GD/∞/∞). Ukuran kinerja sistem yang didapatkan untuk jumlah pelanggan dalam antrean yaitu 1 pelanggan untuk masing-masing loket dan jumlah pelanggan dalam sistem yaitu 2 pelanggan untuk masing-masing loket. Sedangkan waktu yang dibutuhkan dalam sistem adalah 4,26780 menit untuk customer service, 0,90840 menit untuk cetak tiket mandiri, 8,10300 menit untuk pembatalan dan 3,67500 menit untuk pemesanan. Waktu yang dibutuhkan dalam antrean untuk masing-masing loket customer service, cetak tiket mandiri, pembatalan dan pemesanan adalah 0,00720; 0,0000002; 0,04860 dan 0,00458 menit. Probabilitas sibuk untuk loket customer service, pembatalan dan pemesanan adalah 66,67% dengan probabilitas menganggur 33,33% sedangkan untuk loket cetak tiket mandiri adalah 63,2169% dengan probabilitas menganggur 36,7861%.

DAFTAR PUSTAKA

Armero, C., & Bayarri, M. (1995). A Bayesian Analysis for A Queuing System With Unlimited Service. *Jurnal of Statistical Planning and Inference* , 241-243.

Bain, L., & Engelhardt, M. (1992). *Introduction To Probability And Mathematical Statistics*. University of Idaho, California: Duxbury Press.

Box, G., & Tiao, G. (1973). *Bayesian Inference In Statistical Analysis*. Philippines: Addision-Wesley Publishing Company.inc.

Daniel, W. (1989). *Statistika Non Parametrik Terapan (terjemahan)*. Jakarta: PT. Gramedia.

Gross, D., & C.M., H. (1998). *fundamental of Queueing Theory Third Edition*. New York: John Wiley and sons.

Indonesia, K. A. (n.d.). *situs resmi PT KAI*. Retrieved Desember 16, 2019, from KAI.id: http://www.kai.id

Kakiay, T. (2004). *DasarTeori Antrian Untuk Kehidupan Nyata*. Yogyakarta: Andi.

Praptono. (1986). *Pengantar Proses Stokhastik I*. Jakarta: Karunika.

Soejati, Z., & Soebanar. (1988). *Inferensi Bayesian*. Jakarta: Karunika.

Taha, H. (1996). Riset Operasi. Jakarta: Binarupa Aksara.

Yustiti, M. (2014). *Analisis Sistem Antrian Pelayanan Tiket Kereta Api Stasiun Tawang Semarang*. Semarang: Jurusan Statistika Fakultas Sains dan Matematika Universitas Diponegoro.