

## ESTIMASI CADANGAN KLAIM MENGGUNAKAN *GENERALIZED LINEAR MODEL (GLM) DAN COPULA*

Yuciana Wilandari<sup>1,2\*</sup>, Sri Haryatmi Kartiko<sup>3</sup>, Adhitya Ronnie Effendie<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

<sup>2</sup> Prodi S3 Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada

<sup>3</sup> Departemen Matematika, Fakultas MIPA, Universitas Gadjah Mada

\*yuciana.wilandari@gmail.com

### ABSTRACT

In the articles of this will be discussed regarding the estimated reserves of the claim using the Generalized Linear Model (GLM) and Copula. Copula is a pair function distribution marginal becomes a function of distribution of multivariate. The use of copula regression in this article is to produce estimated reserves of claims. Generalized Linear Model (GLM) used as a marginal model for several lines of business. In research it is used three kinds of line of business that is individual, corporate and professional. The copula used is the Archimedean type of copula, namely Clayton and Gumbel copula. The best copula selection method is done using Akaike Information Criteria (AIC). Maximum Likelihood Estimation (MLE) is used to estimate copula parameters. The copula model used is the Clayton copula as the best copula. The parameter estimation results are used to obtain the estimated reserve value of the claim.

**Keywords:** Claim Reserve, Copula, Generalized Linear Model

### 1. PENDAHULUAN

Klaim asuransi merupakan proses pengajuan yang dilakukan oleh peserta asuransi untuk mendapatkan uang pertanggungan setelah peserta melaksanakan seluruh kewajibannya kepada perusahaan asuransi berupa penyelesaian pembayaran premi sesuai dengan kesepakatan yang telah dilakukan sebelumnya. Banyaknya klaim yang diajukan oleh peserta asuransi dapat dikatakan sebagai suatu bentuk risiko kerugian bagi perusahaan asuransi. Oleh karena itu, suatu perusahaan asuransi harus dapat mengelolanya dengan baik agar tidak mengalami kerugian/kebangkrutan. Pada beberapa jenis asuransi pembayaran klaim dapat dilakukan dalam satu kali pembayaran dengan jangka waktu yang tidak lama setelah klaim dilaporkan. Namun pada beberapa jenis asuransi yang lain, pembayaran klaim dilakukan lebih dari satu kali pembayaran serta membutuhkan waktu yang cukup lama untuk penyelesaiannya terhitung sejak pengajuan klaim dilakukan. Dalam bidang asuransi hal ini dikenal dengan istilah *long tailed business*, dimana waktu penundaan antara terjadinya klaim sampai dengan penyelesaiannya terhitung lama mungkin lebih dari satu tahun, misalnya seperti asuransi tanggung gugat, asuransi malpraktik medis, asuransi pesawat terbang, dan reasuransi.

Akibat adanya rentang waktu saat pengajuan klaim sampai penyelesaian pembayaran klaim dalam *long tailed business* terjadilah hutang klaim. Untuk mengatasi hutang klaim suatu perusahaan asuransi harus memiliki dana khusus yang disiapkan untuk melunasi hutang klaim. Hal ini dikenal dengan istilah cadangan klaim (Mack, 1993). Estimasi cadangan klaim memegang peranan penting dalam suatu perusahaan asuransi, hal ini dikarenakan jika suatu perusahaan asuransi tidak dapat mengestimasi cadangan klaim dengan baik maka perusahaan dapat mengalami kebangkrutan.

Beberapa model telah dikembangkan untuk menentukan cadangan klaim, seperti dalam England dan Verral (2002) serta Wüthrich dan Merz (2008) cadangan klaim ditentukan dengan menggunakan metode klasik untuk *single line of business*. Sedangkan dalam penelitian Pevšta dan Okhrin (2014) dibahas tentang estimasi cadangan klaim untuk

*single line of business* yang mengasumsikan adanya ketergantungan antar eror dari besar klaim karena berkembangnya waktu dalam satu tahun kejadian, dimana dependensinya dimodelkan dengan model *Conditional Mean and Variance* (CMV) dan copula. Namun, pada praktiknya hampir setiap perusahaan asuransi memiliki berbagai macam *line of business*. Dari sini dapat diasumsikan bahwa setiap *line of business* memiliki ketergantungan satu sama lain. Oleh karena itu untuk menentukan nilai cadangan dari keseluruhan *line of business* perlu diketahui dengan jelas hubungan antar *line of business*. Dalam penelitian Shi dan Frees (2011) ketergantungan antar *line of business* dapat dimodelkan dengan regresi copula. Sedangkan menurut Valentovičová (2015) dan Rahmah (2019) untuk menentukan cadangan klaim pada kasus dua *line of business* dapat dilakukan dengan memodelkan data klaim menggunakan *Generalized Linear Model* (GLM), dan ketergantungan antar *line of business* dapat diestimasi menggunakan copula. Sehingga tujuan dari penulisan artikel ini adalah menentukan estimasi cadangan klaim beberapa *line of business* menggunakan *Generalized Linear Model* (GLM) dan copula, dalam hal ini tiga *line of business*.

## 2. TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. *Generalized Linear Model* (GLM)

McCullagh dan Nelder (1989) menyatakan bahwa GLM merupakan perluasan dari model linear dimana variabel responnya tidak harus berdistribusi normal. Variabel respon biasanya mengikuti anggota distribusi keluarga eksponensial seperti Normal, Poisson, Binomial, Gamma, dan Inverse Gaussian. Dalam GLM *mean* dari variabel responnya berhubungan dengan kombinasi linear kovariat melalui fungsi penghubung (*link function*). GLM memiliki 3 karakteristik utama, yaitu:

1. Asumsi distribusi, dengan variabel respon (variabel dependen) merupakan variabel random  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  dengan  $E[Y_i] = \mu_i$  diasumsikan mempunyai fungsi densitas dari keluarga eksponensial.
2. Komponen sistematis, prediktor linear menghubungkan dan memberi spesifikasi pengaruh variabel penjelas  $X_i$  ke *mean* dari variabel respon  $Y_i$ . Dengan  $\eta_i$  merupakan kombinasi linear antara koefisien regresi  $\beta$  yang merupakan vektor parameter berukuran  $p \times 1$ , dan  $X_i$  yang merupakan vektor kovariat berukuran  $p \times 1$ , dapat ditulis:

$$\eta_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (1)$$

dengan  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)^T$  dan  $\mathbf{x}_i = (1, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})^T$

3. Fungsi penghubung (*link function*) adalah fungsi yang menghubungkan nilai  $E(Y_i) = \mu_i$  dengan  $\eta_i$ .

$$g(\mu_i) = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (2)$$

Oleh karena itu, bentuk GLM dari  $Y_i$  dapat ditulis:

$$g(\mu_i) = \eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_p x_{ip} \quad (3)$$

### 2.2. Copula Archimedean

Copula Archimedean merupakan jenis copula yang memiliki bentuk yang cukup sederhana, copula Archimedean seringkali digunakan dalam pengaplikasian teori keuangan, dan asuransi. Menurut Nelsen (2006) bentuk copula Archimedean adalah sebagai berikut:

$$C(u, v) = \varphi^{-1}(\varphi(u) + \varphi(v)) \quad (4)$$

untuk  $0 \leq u$  dan  $v \leq 1$ , dengan  $\varphi$  merupakan pembangkit (*generator*) dari  $C$  dengan  $\varphi(0) = \infty$  dan  $\varphi(1) = 0$ .

#### a. Copula Clayton

Copula Clayton pertama kali diperkenalkan oleh Clayton (1978). Fungsi pembangkit (*generator*) dari copula Clayton adalah  $\varphi(u) = \frac{1}{\theta}(u^{-\theta} - 1)$ . Untuk kasus copula dua dimensi (bivariat), fungsi copula Clayton dapat ditulis sebagai berikut:

$$C^{Clay}(u, v) = (u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\frac{1}{\theta}} \quad (5)$$

Dengan menderivatifkan Persamaan (5) terhadap  $u$  dan  $v$ , maka diperoleh fungsi densitas copula Clayton sebagai berikut:

$$c^{Clay}(u, v) = \frac{(1+\theta)(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1)^{-\left(\frac{1}{\theta} + 2\right)}}{(uv)^{\theta+1}} \quad (6)$$

#### b. Copula Gumbel

Copula Gumbel pertama kali diperkenalkan oleh Gumbel (1960). Fungsi pembangkit (*generator*) dari copula Gumbel adalah  $\varphi(u) = (-\ln u)^\theta$ . Untuk kasus copula dua dimensi (bivariat), fungsi copula Gumbel dapat ditulis sebagai berikut:

$$C^{Gu}(u, v) = \exp\left\{-\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}}\right\} \quad (7)$$

Dengan menderivatifkan Persamaan (7) terhadap  $u$  dan  $v$ , maka diperoleh fungsi densitas copula Gumbel sebagai berikut:

$$c^{Gu}(u, v) = c^{Gu}(u, v)u^{-1}v^{-1}(\ln u)^{\theta-1}(\ln v)^{\theta-1} \left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{-2+\frac{1}{\theta}} \left\{\left[(-\ln u)^\theta + (-\ln v)^\theta\right]^{\frac{1}{\theta}} + \theta - 1\right\} \quad (8)$$

### 2.3. Pemodelan Data Klaim

Dinotasikan besar pembayaran klaim *incremental* sebagai  $X_{i,j}^{(n)}$ , dengan  $i \in \{1, 2, \dots, I\}$  dan  $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ ,  $n$  dalam  $X_{i,j}^{(n)}$  menunjukkan besar pembayaran klaim *incremental* pada *line of business* ke- $n$ , dengan  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ . Diasumsikan bahwa  $X_{i,j}^{(n)}$  merupakan besar pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi, dapat ditulis sebagai berikut:

$$X_{i,j}^{(n)} = \frac{\tilde{X}_{i,j}^{(n)}}{\omega_i^{(n)}} \quad (9)$$

dengan  $\tilde{X}_{i,j}^{(n)}$  merupakan besar pembayaran klaim *incremental* asli pada *line of business* ke- $n$ , dan  $\omega_i^{(n)}$  merupakan variabel *exposure* pada periode kejadian ke- $i$  untuk *line of business* ke- $n$ . Variabel *exposure* yang akan digunakan dalam penelitian ini adalah banyaknya polis. Diasumsikan bahwa  $X_{i,j}^{(n)}$  memiliki fungsi distribusi  $F_{i,j}^{(n)}$ . Sesuai dengan Shi dan Frees (2011), maka fungsi distribusi  $F_{i,j}^{(n)}$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{i,j}^{(n)} = P\{X_{i,j}^{(n)} \leq x_{i,j}^{(n)}\} = F^{(n)}(\eta_{i,j}^{(n)}; \gamma^{(n)}) \quad (10)$$

dengan  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$  dan  $\gamma^{(n)}$  merupakan parameter dispersi, sedangkan parameter  $\eta_{i,j}^{(n)}$  merepresentasikan komponen sistematis dari distribusi.

Diasumsikan terdapat dua variabel prediktor yang bersifat independen yaitu periode kejadian dan periode perkembangan, dinotasikan dengan  $\alpha_i^{(n)}$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, I\}$  dan  $\delta_j^{(n)}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, J\}$ . Maka dapat dibentuk komponen sistematis dari model GLM untuk *line of business* ke- $n$  pada segitiga *run-off* sebagai berikut:

$$\eta_{i,j}^{(n)} = \zeta^{(n)} + \alpha_i^{(n)} + \delta_j^{(n)}; n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (11)$$

dengan  $\zeta^{(n)}$  adalah *intercept* dan  $\alpha_i^{(n)} = \delta_j^{(n)} = 0$ .

Persamaan (11) akan digunakan untuk mengestimasi parameter. Oleh karena itu, berdasarkan konsep GLM dapat dibentuk parameter dari model GLM sebagai berikut:

$$\beta_{(I+J-1) \times 1}^{(n)} = \left( \zeta^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_I^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \dots, \delta_J^{(n)} \right)^T$$

## 2.4. Regresi Copula

Setelah nilai parameter dari GLM pada masing-masing *line of business* diketahui, selanjutnya diasumsikan bahwa antar *line of business* memiliki ketergantungan. Menurut Shi dan Frees (2011), untuk mengestimasi struktur dependensi antar *line of business* digunakan model regresi copula. Model GLM terbaik dari masing-masing *line of business* yang terpilih selanjutnya akan digunakan sebagai marginal dalam distribusi gabungan.

Berdasarkan Teorema Sklar, Fungsi distribusi gabungan dari besar pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi  $(X_{i,j}^{(1)}, \dots, X_{i,j}^{(N)})$  dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{i,j}(x_{i,j}^{(1)}, \dots, x_{i,j}^{(N)}) = P\{X_{i,j}^{(1)} \leq x_{i,j}^{(1)}, \dots, X_{i,j}^{(N)} \leq x_{i,j}^{(N)}\} = C(F_{i,j}^{(1)}(x_{i,j}^{(1)}), \dots, F_{i,j}^{(N)}(x_{i,j}^{(N)})) \quad (12)$$

dengan  $F_{i,j}^{(1)}, \dots, F_{i,j}^{(N)}$  merupakan fungsi distribusi marginal dari besar pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi  $(X_{i,j}^{(1)}, \dots, X_{i,j}^{(N)})$ .

Misalkan  $\eta_{i,j}^{(n)}$  dan  $\gamma^{(n)}$  dengan  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ , merupakan parameter yang tidak diketahui yang akan diestimasi untuk segitiga *run-off* masing-masing *line of business*, dan  $\theta$  merupakan vektor parameter dari fungsi copula. Sehingga vektor parameter dari model regresi copula yang akan diestimasi dapat dinotasikan  $\phi$ , dengan  $\phi = (\beta^{(1)}, \dots, \beta^{(N)}, \gamma^{(1)}, \dots, \gamma^{(N)}; \theta)^T$ .

Untuk mengestimasi parameter dari model akan digunakan metode maksimum likelihood. Fungsi densitas dari distribusi gabungan untuk pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi dengan diketahui fungsi copula seperti dalam Persamaan (12), dapat ditulis sebagai berikut:

$$f_{i,j}(x_{i,j}^{(1)}, \dots, x_{i,j}^{(N)}) = c(F_{i,j}^{(1)}(x_{i,j}^{(1)}), \dots, F_{i,j}^{(N)}(x_{i,j}^{(N)}); \theta) \prod_{n=1}^N f_{i,j}^{(n)} \quad (13)$$

dengan  $f_{i,j}^{(n)}$  dinotasikan sebagai fungsi densitas dari distribusi marginal  $F_{i,j}^{(n)}$ , sehingga dapat ditulis  $f_{i,j}^{(n)} = f^{(n)}(x_{i,j}^{(n)}, \eta_{i,j}^{(n)}; \gamma^{(n)})$  untuk  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$ .

Setelah fungsi distribusi gabungan ditentukan, maka fungsi likelihood dan fungsi log likelihood untuk  $x_{i,j}^{(1)}, \dots, x_{i,j}^{(N)}$  dari sampel random  $X_{i,j}^{(1)}, \dots, X_{i,j}^{(N)}$  dengan  $(i, j) \in \{(i, j); i + j \leq I\}$  dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$L(\phi; x_{i,j}^{(n)}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{I-i} c(F_{i,j}^{(1)}(x_{i,j}^{(1)}), \dots, F_{i,j}^{(N)}(x_{i,j}^{(N)}); \theta) \prod_{n=1}^N f_{i,j}^{(n)} \quad (14)$$

dan

$$\ell(\phi; x_{i,j}^{(n)}) = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{I-i} \log c(F_{i,j}^{(1)}(x_{i,j}^{(1)}), \dots, F_{i,j}^{(N)}(x_{i,j}^{(N)}); \theta) + \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^{I-i} \sum_{n=1}^N \log f_{i,j}^{(n)} \quad (15)$$

Dengan demikian, estimator dari metode maksimum likelihood  $\hat{\phi}$  dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\hat{\phi} = \arg \max_{\phi} (\phi, x_{i,j}^{(n)}) \quad (16)$$

## 3. METODE PENELITIAN

Data yang digunakan untuk mengestimasi cadangan klaim menggunakan GLM dan Copula adalah data klaim asuransi tanggung gugat yang ditampilkan dalam bentuk segitiga

*run-off* agregat *incremental* yang terstandarisasi untuk perseorangan, perusahaan dan profesional. Data besar pembayaran klaim asuransi tanggung gugat untuk periode Januari 2011 sampai dengan Desember 2011 dari masing-masing *line of business* yang disajikan dalam bentuk segitiga *run-off* agregat *incremental* terstandarisasi.

Berikut adalah langkah-langkah untuk mengestimasi cadangan klaim beberapa *line of business* menggunakan GLM dan Copula:

1. Data yang akan digunakan jenis data asuransi tanggung gugat dan disajikan dalam bentuk segitiga *run-off* agregat *incremental*.
2. Dinotasikan  $X_{i,j}^{(n)}$ , merupakan besar pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi pada *line of business* ke- $n$ .
3. Menentukan distribusi untuk data pada masing-masing *line of business*.
4. Menetapkan model marginal yang sesuai. Disini besar pembayaran klaim menggunakan GLM gamma untuk masing-masing *line of business*. Mengestimasi parameter model marginal (GLM) menggunakan MLE.

5. Mengestimasi parameter copula pada regresi copula dengan asumsi sebagai berikut

- a. Estimator dari *mean* dinotasikan  $\hat{\mu}_{i,j}^{(n)}$  dan estimator parameter dispersi dinotasikan  $\hat{\sigma}^{(n)}$ , masing-masing diperoleh dari hasil estimasi parameter model GLM terpilih.
- b. Fungsi distribusi yang akan diestimasi yaitu  $F_{i,j}^{(n)}$ .
- c. Diasumsikan  $u_{i,j}^{(n)}$  berdistribusi uniform, diperoleh dengan menyatakan nilai fungsi distribusi  $F_{i,j}^{(n)}$  dari besar pembayaran klaim *incremental* yang terstandarisasi, yaitu:

$$u_{i,j}^{(n)} = F_{i,j}^{(n)}(x_{i,j}^{(n)}).$$

- d. Parameter dari copula  $\theta$  diestimasi menggunakan metode maksimum likelihood dengan memaksimalkan fungsi densitas copula  $c(u_{i,j}^{(1)}, u_{i,j}^{(2)}, \dots, u_{i,j}^{(N)}; \theta)$ .

Langkah-langkah regresi copula dilakukan untuk kelas copula Archimedean yaitu copula Clayton dan Gumbel. Untuk pemilihan copula terbaik akan digunakan AIC.

6. Setelah terpilih copula terbaik, maka dapat dilakukan estimasi cadangan klaim dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- i. Notasi  $(u_{i,j}^{(1)}, u_{i,j}^{(2)}, \dots, u_{i,j}^{(N)})$  dibangun berdasarkan copula terpilih untuk periode kejadian  $i$  dan periode perkembangan  $j$  dengan  $i + j > I$ .

- ii. Notasi  $x_{i,j}^{(n)}$  adalah besar pembayaran klaim *incremental* terstandarisasi yang disimulasikan sebagai fungsi invers dari  $F_{i,j}^{(n)}$ , maka dapat ditulis:

$$x_{i,j}^{(n)} = (F_{i,j}^{(n)})^{(-1)}(u_{i,j}^{(n)}).$$

Proses simulasi diulang sebanyak  $B$  kali, kemudian hasil dari simulasi digunakan untuk mengestimasi cadangan klaim.

- iii. Besar klaim yang belum dibayarkan dapat dinotasikan dengan:

$$\sum_{n=1}^N \sum_{j=i-1+2}^J x_{i,j}^{(n)} \omega_i^{(n)}$$

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1. Estimasi Parameter GLM

Tahap awal dari metode GLM adalah mengestimasi parameter variabel independen, yaitu variabel periode kejadian dan variabel periode perkembangan. Sebelumnya terlebih dahulu dilakukan uji korelasi untuk melihat apakah ada dependensi antara perseorangan, perusahaan dan profesional. Hasil korelasi ketiganya adalah terdapat dependensi antara perseorangan dan perusahaan yaitu 0,94206, antara perusahaan dan profesional yaitu 0,94539 serta antara perorangan dan profesional yaitu 0,96071. Selanjutnya mengestimasi parameter variabel periode kejadian dan variabel periode perkembangan dengan memodelkan data dari masing-masing *line of business* menggunakan GLM gamma. Dengan menggunakan program R, diperoleh hasil estimasi parameter dari masing-masing *line of business* seperti terlihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Hasil Estimasi Parameter GLM

	Perorangan	Perusahaan	Profesional		Perorangan	Perusahaan	Profesional
$\zeta$	5,27633	5,32227	5,24882				
$\alpha_2$	-0,09133	-0,04036	0,03418	$\delta_2$	-0,18847	-0,18631	-0,15488
$\alpha_3$	0,00200	0,03183	0,01182	$\delta_3$	-0,24878	-0,22359	-0,19776
$\alpha_4$	0,02412	0,04670	0,03543	$\delta_4$	-0,22127	-0,27526	-0,20009
$\alpha_5$	0,03831	0,04775	0,07947	$\delta_5$	-0,57054	-0,59520	-0,52942
$\alpha_6$	0,16595	0,13320	0,14071	$\delta_6$	-0,87076	-0,91747	-0,84188
$\alpha_7$	0,23862	0,20845	0,23681	$\delta_7$	-1,18924	-1,22901	-1,17065
$\alpha_8$	0,40326	0,34757	0,38969	$\delta_8$	-1,55218	-1,61694	-1,55703
$\alpha_9$	0,54251	0,57417	0,61655	$\delta_9$	-2,04997	-2,13190	-2,04757
$\alpha_{10}$	0,94889	0,95340	0,92782	$\delta_{10}$	-2,92843	-2,94837	-2,86648
$\alpha_{11}$	1,32797	1,36281	1,38368	$\delta_{11}$	-3,57904	-3,65057	-3,60522
$\alpha_{12}$	2,14928	2,04218	2,11887	$\delta_{12}$	-4,70063	-4,79391	-4,60738

Setelah diperoleh nilai parameter untuk masing-masing *line of business*, maka data dari masing-masing *line of business* perorangan, perusahaan dan profesional yang telah dimodelkan menggunakan GLM gamma digunakan sebagai model marginal copula.

### 4.2. Estimasi Parameter Copula

Tahap awal dalam memodelkan copula yaitu fungsi distribusi marginal dari masing-masing *line of business* dimodelkan menggunakan GLM gamma. Berdasarkan hasil estimasi parameter GLM pada Tabel 1 diperoleh parameter  $\hat{\beta}^{(n)}$  dan  $\hat{\gamma}^{(n)}$ , dengan  $\hat{\beta}^{(n)} = (\zeta^{(n)}, \alpha_2^{(n)}, \dots, \alpha_{12}^{(n)}, \delta_2^{(n)}, \dots, \delta_{12}^{(n)})^T$  dan  $\hat{\gamma}^{(n)}$  merupakan parameter dispersi untuk  $n = 1, 2, 3$ . Tahap selanjutnya mengestimasi parameter model copula  $\phi = (\hat{\beta}^{(1)}, \hat{\beta}^{(2)}, \hat{\beta}^{(3)}, \hat{\gamma}^{(1)}, \hat{\gamma}^{(2)}, \hat{\gamma}^{(3)})$  menggunakan metode maksimum likelihood sesuai dengan Persamaan (16). Untuk memilih copula terbaik digunakan AIC, dimana hasil dengan nilai AIC terkecil yang dipilih sebagai model terbaik. Hasil estimasi parameter dari model copula disajikan pada Tabel 2. Berdasarkan tabel tersebut diperoleh bahwa copula Clayton merupakan model copula terbaik dengan nilai AIC lebih kecil dari nilai AIC copula Gumbel. Setelah terpilih model terbaik, maka tahap selanjutnya yaitu melakukan simulasi sebanyak 1000 kali dengan menggunakan copula Clayton berdasarkan GLM

gamma untuk mencari estimasi cadangan klaim masing-masing *line of business* perorangan, perusahaan dan profesional.

Tabel 2. Hasil Estimasi Parameter Copula

Estimator	Copula Clayton			Copula Gumbel		
	Perorangan	Perusahaan	Profesional	Perorangan	Perusahaan	Profesional
$\zeta$	5,27639	5,31288	5,23846	5,27638	5,31301	5,23846
$\alpha_2$	-0,09138	-0,04359	0,03385	-0,09143	-0,04390	0,03385
$\alpha_3$	0,00186	0,03009	0,01077	0,00191	0,02979	0,01077
$\alpha_4$	0,02444	0,04529	0,03616	0,02398	0,04530	0,03617
$\alpha_5$	0,03818	0,04635	0,07909	0,03833	0,04631	0,07909
$\alpha_6$	0,16569	0,13218	0,14082	0,16608	0,13201	0,14082
$\alpha_7$	0,23859	0,20707	0,23736	0,23872	0,20685	0,23736
$\alpha_8$	0,40329	0,34664	0,39025	0,40341	0,34642	0,39025
$\alpha_9$	0,54264	0,57198	0,61517	0,54261	0,57168	0,61517
$\alpha_{10}$	0,94889	0,95159	0,92860	0,94897	0,95276	0,92861
$\alpha_{11}$	1,32795	1,36180	1,38453	1,32768	1,36189	1,38453
$\alpha_{12}$	2,14927	2,04216	2,12033	2,14923	2,04223	2,12034
$\delta_2$	-0,18870	-0,18540	-0,15437	-0,18852	-0,18560	-0,15438
$\delta_3$	-0,24863	-0,22286	-0,19688	-0,24882	-0,22307	-0,19688
$\delta_4$	-0,22096	-0,27495	-0,19963	-0,22142	-0,27482	-0,19963
$\delta_5$	-0,57062	-0,59494	-0,52840	-0,57058	-0,59485	-0,52840
$\delta_6$	-0,87113	-0,91625	-0,84051	-0,87074	-0,91636	-0,84051
$\delta_7$	-1,18925	-1,22880	-1,16996	-1,18907	-1,22872	-1,16996
$\delta_8$	-1,55217	-1,61609	-1,55854	-1,55201	-1,61613	-1,55853
$\delta_9$	-2,04981	-2,13408	-2,04817	-2,04980	-2,13420	-2,04817
$\delta_{10}$	-2,92844	-2,94763	-2,86602	-2,92819	-2,94766	-2,86601
$\delta_{11}$	-3,57903	-3,65112	-3,60379	-3,57937	-3,65104	-3,60379
$\delta_{12}$	-4,70064	-4,79392	-4,60592	-4,70068	-4,79386	-4,60591
$\gamma$	0,99424	0,51793	0,00031	0,99424	0,51793	0,00031
1,2		0,0001			1,000119	
1,3		0,0001			1	
2,3		0,0001438081			1	
LL		-664,439			-664,436	
AIC		-1230,878			-1230,872	

Hasil estimasi cadangan klaim per periode kejadian untuk masing-masing *line of business* perorangan, perusahaan dan profesional dengan menggunakan GLM dan copula disajikan dalam Tabel 3, 4 dan 5, dimana estimasi cadangan klaimnya terletak pada segitiga bawah pada masing-masing tabel.

Tabel 3. Estimasi Cadangan Klaim Per Periode Kejadian Klaim Menggunakan GLM-Copula Untuk *Line of Business* Perorangan (dalam ribuan)

Periode Kejadian	Periode Perkembangan												Total per Periode Kejadian
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
201101	3301	2570	2438	2599	1849	1351	1005	720	446	191	95	30	
201102	3143	2510	2213	2299	1586	1136	811	553	345	151	76	26	26
201103	3180	2649	2531	2554	1804	1323	1007	677	428	157	90	29	120
201104	3126	2673	2509	2687	1915	1424	1023	692	404	176	94	30	299
201105	2997	2598	2486	2500	1758	1385	971	702	400	160	86	28	674
201106	3270	2704	2663	2695	1928	1350	997	711	421	186	91	30	1439
201107	3134	2614	2528	2571	1801	1358	1000	676	403	172	92	28	2371
201108	3208	2808	2526	2475	1763	1314	991	664	413	169	92	29	3672
201109	3008	2421	2289	2413	1679	1253	918	655	387	162	79	27	5160
201110	3184	2698	2503	2481	1893	1355	968	681	431	177	91	29	8106
201111	2932	2339	2287	2304	1643	1195	861	623	383	151	81	26	9553
201112	3325	2758	2561	2638	1853	1359	1006	728	427	182	94	31	13638
	Total												45057

Tabel 3 menunjukkan bahwa perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 (periode perkembangan ke-12) untuk menyelesaikan klaim yang terjadi pada bulan Februari 2012 (periode kejadian ke-2) sebesar 26. Kemudian perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 (periode perkembangan ke-11) sebesar 90 dan pada bulan Februari 2012 (periode perkembangan ke-12) sebesar 29 untuk menyelesaikan klaim yang terjadi pada bulan Maret 2012 (periode kejadian ke-3), dan seterusnya. Sehingga diperoleh total hasil estimasi cadangan klaim asuransi tanggung gugat untuk *line of business* perorangan menggunakan GLM dan copula sebesar 45.057.

Tabel 4. Estimasi Cadangan Klaim Per Periode Kejadian Klaim Menggunakan GLM-Copula Untuk *Line of Business* Perusahaan (dalam ribuan)

Periode Kejadian	Periode Perkembangan												Total per Periode Kejadian
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
201101	3190	2821	2725	2771	2023	1376	1000	689	396	180	94	29	
201102	3071	2653	2654	2397	1783	1310	985	663	391	163	80	26	26
201103	3443	2820	2613	2531	1777	1349	970	666	435	185	89	28	117
201104	3457	2923	2693	2649	1887	1372	969	673	374	173	88	28	289
201105	3412	2767	2566	2542	1832	1312	936	633	381	168	85	27	660
201106	3401	2767	2685	2628	1881	1381	1042	669	407	173	88	29	1366
201107	3491	2812	2764	2541	1790	1307	976	654	401	179	85	27	2323
201108	3174	2801	2585	2480	1812	1316	945	648	382	170	86	27	3573
201109	3553	2887	2769	2424	1850	1376	997	670	408	181	88	27	5596
201110	3390	2738	2855	2632	1826	1349	971	680	400	178	88	28	8153
201111	3479	2765	2661	2571	1864	1339	1000	668	404	178	89	28	10802
201112	3175	2658	2476	2410	1742	1263	934	619	368	168	83	26	12747
	Total												45652

Tabel 5. Estimasi Cadangan Klaim Per Periode Kejadian Klaim Menggunakan GLM-Copula Untuk *Line of Business* Profesional (dalam ribuan)

Periode Kejadian	Periode Perkembangan												Total per Periode Kejadian
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
201101	9240	7972	7722	7703	5610	4088	3012	2067	1257	528	260	95	
201102	10019	8533	8076	8073	5782	4241	3072	2077	1300	574	268	98	98
201103	9373	8086	7861	7904	5589	3995	2824	1901	1173	535	251	92	344
201104	9574	8185	7741	7816	5605	4121	2939	1961	1206	534	255	94	884
201105	9405	8383	7888	7679	5613	4163	3002	2080	1227	541	259	95	212
201106	9413	8370	7881	7826	5563	4120	2960	1990	1220	538	258	95	4100
201107	9410	8039	7645	7791	5555	4069	2895	1963	1203	531	254	93	6939
201108	9677	8125	7957	7877	5714	4117	2965	2008	1231	543	260	95	11219
201109	9982	8106	7797	7795	5604	4100	2952	2001	1226	541	259	95	16777
201110	9462	8175	7896	7745	5576	4080	2935	1989	1219	538	257	94	24433
201111	9493	7999	7662	7635	5499	4025	2895	1964	1203	531	254	93	31761
201112	9545	8105	7767	7748	5577	4083	2937	1991	1220	538	257	94	40318
	Total												138996

Dari Tabel 4 terlihat bahwa perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 untuk menyelesaikan klaim yang terjadi pada bulan Februari 2012 sebesar 26. Kemudian perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 sebesar 89 dan pada bulan Februari 2012 sebesar 28 untuk menyelesaikan klaim yang terjadi pada bulan Maret 2012, dan seterusnya. Sehingga diperoleh total hasil estimasi cadangan klaim asuransi tanggung gugat untuk *line of business* perusahaan menggunakan GLM dan copula sebesar 45.652.

Table 6. Perbedaan Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan GLM dan GLM-Copula

Periode Kejadian	GLM-Copula			GLM		
	Perorangan	Perusahaan	Profesional	Perorangan	Perusahaan	Profesional
201102	25.790	25.985	98.132	25.544	26.682	98.992
201103	119.515	117.298	343.743	118.091	116.134	347.150
201104	299.018	289.332	883.644	296.314	294.264	891.689
201105	674.042	660.081	2.122.227	694.929	674.806	2.145.258
201106	1.438.454	1.365.939	4.100.406	1.429.784	1.383.428	4.146.370
201107	2.370.626	2.322.596	6.938.814	2.349.854	2.344.559	7.006.771
201108	3.672.277	3.572.861	11.219.432	3.703.251	3.580.024	11.322.496
201109	5.159.578	5.596.236	16.777.347	5.105.137	5.636.783	16.963.511
201110	8.106.005	8.153.003	24.433.350	8.109.349	8.229.972	24.645.668
201111	9.553.526	10.801.481	31.760.873	9.500.656	10.917.059	32.044.693
201112	13.637.903	12.747.433	40.317.947	13.727.996	12.815.800	40.658.249
Total	45.056.733	45.652.247	138.995.915	45.060.905	46.019.512	140.270.846

Sedangkan pada Tabel 5 menunjukkan bahwa perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 untuk menyelesaikan klaim yang

terjadi pada bulan Februari 2012 sebesar 98. Kemudian perusahaan asuransi harus menyiapkan dana cadangan pada bulan Januari 2012 sebesar 251 dan pada bulan Februari 2012 sebesar 92 untuk menyelesaikan klaim yang terjadi pada bulan Maret 2012 dan seterusnya. Sehingga diperoleh total hasil estimasi cadangan klaim asuransi tanggung gugat untuk *line of business* profesional menggunakan GLM dan copula sebesar 138.996. Selanjutnya diberikan perbedaan estimasi cadangan klaim per periode kejadian menggunakan GLM dan GLM-Copula seperti terlihat pada Tabel 6. Tabel tersebut menunjukkan bahwa estimasi cadangan klaim menggunakan GLM-copula nilainya lebih kecil dibandingkan menggunakan GLM untuk semua *line of business*.

## 5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan bahwa terdapat korelasi antar *line of business* perorangan, perusahaan dan profesional menunjukkan bahwa ketiganya saling berhubungan sehingga model copula dapat digunakan untuk memodelkan dependensi antar *line of business*. Model marginal yang digunakan adalah model GLM gamma untuk masing-masing *line of business*. Model copula yang digunakan adalah copula Clayton sebagai copula terbaik.

## DAFTAR PUSTAKA

- England, P. D., and Verrall, R. J. 2002. Stochastic Claims Reserving in General Insurance. *British Actuarial Journal*, 102(8):443-544.
- Mack, T., 1993. Distribution-free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder Method Reserves Estimates. *ASTIN Bulletin*. Volume 23, 213-225.
- McCullagh, P. dan Nelder, J.A. 1989. *Generalized Linear Models 2nd Edition*. London. Chapman and Hall.
- Nelsen, R.B. 2006. *An Introduction to Copulas 2nd Edition*. New York. Springer Science and Business Media, Inc.
- Pevšta, M. dan Okhrin, O. 2014. Conditional Least Squares and Copulae in Claims Reserving for a Single Line of Business. *Journal of Insurance: Mathematics and Economics*. Volume 56 (2014), 28–37.
- Rahmah, M.A. 2019. *Estimasi Cadangan Klaim Menggunakan Copula Berdasarkan Generalized Linear Model (GLM) untuk Multiple Line Of Business*. Tesis. Universitas Gadjah Mada.
- Shi, P. dan Frees, E. 2011. Dependent Loss Reserving using Copulas. *ASTIN Bulletin*. 41: 449-486.
- Valentovičová, K. 2015. *Claim Reserving With Copulae For Multiple Line of Business*. Master Thesis. Charles University in Prague.
- Wüthrich, M dan Merz, M. 2008. *Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance*. Canada. John Wiley and Sons.