

VALUE at RISK (VaR) DAN CONDITIONAL VALUE at RISK (CVaR) DALAM PEMBENTUKAN PORTOFOLIO BIVARIAT MENGUNAKAN COPULA GUMBEL

Dina Rahma Prihatiningsih^{1*}, Di Asih I Maruddani², Rita Rahmawati³

^{1,2,3}Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro

*e-mail (dinarahmaprihatiningsih@gmail.com)

ABSTRACT

One way to minimize risk in investing is to form of portfolio by combining several stocks. Value at Risk (VaR) is a method for estimating risk but has a weakness that is VaR is incoherent because it does not have the subadditivity. To overcome the weakness of VaR, Conditional Value at Risk (CVaR) can use. Stock data is generally volatile, so ARIMA-GARCH is used to model it. The selection of ARIMA models on R software can be automatically using the `auto.arima()` function. Then Copula Gumbel is a method for modeling joint distribution and flexible because it does not require the assumption of normality and has the best sensitivity to high risk so that it is suitable for use in stock data. The first step in this research is to modeling Copula Gumbel-GARCH with the aim to calculate VaR and CVaR on the portfolio of PT Bank Mandiri Tbk (BMRI) and PT Indo Tambangraya Megah Tbk (ITMG). At the confidence level 99%, 95%, and 90% obtained the VaR results sequentially amounted to 3.977073%; 2.546167%; and 1.837288% and the CVaR results sequentially amounted to 4.761437%; 3.457014%; and 2.779182%. The worst condition is a loss with VaR and it is still possible if a worse condition occurs is a loss with CVaR so that investors can be more aware of the biggest loss that will be suffered.

Keywords: Value at Risk, Conditional Value at Risk, Auto ARIMA, Copula Gumbel.

1. PENDAHULUAN

Saat ini investasi sudah banyak dilakukan oleh masyarakat untuk memperoleh keuntungan di masa yang akan datang. Salah satu bentuk investasi aset keuangan yang populer saat ini yaitu saham. Setiap investor pasti mengharapkan *return* sebesar-besarnya dengan risiko tertentu dalam berinvestasi saham. Salah satu cara untuk meminimumkan risiko serta mengoptimalkan tingkat *return* yang diharapkan adalah dengan membentuk portofolio saham. Portofolio saham berkaitan dengan bagaimana mengalokasikan beberapa saham ke dalam investasi sehingga menghasilkan keuntungan optimal.

Risiko-risiko tidak dapat dihindari namun dapat dikelola dan diperkirakan menggunakan suatu metode salah satunya yaitu *Value at Risk* (VaR). VaR merupakan suatu metode yang dapat memperkirakan besarnya kerugian maksimum yang terjadi dengan tingkat kepercayaan dan dalam periode waktu tertentu. VaR memiliki kelemahan yaitu VaR hanya mengukur persentil dari distribusi keuntungan atau kerugian tanpa memperhatikan setiap kerugian yang melebihi tingkat VaR (Saepudin, 2017). Kelemahan metode VaR tersebut dapat diatasi menggunakan metode *Conditional Value at Risk* (CVaR) atau *Expected Shortfall* (ES). Menurut Rahmawati *et al.* (2019), CVaR memiliki makna besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung, apabila terjadi kerugian yang nilainya melebihi VaR. Bagaimanapun, selalu ada kemungkinan bahwa kerugian yang terjadi lebih besar dari VaR yang sudah ditetapkan.

Secara umum, dalam mengukur risiko seringkali harus memenuhi berbagai asumsi di antaranya hubungan antar variabel linier dan berdistribusi normal. Pada kenyataannya data saham banyak ditemukan tidak berdistribusi normal sehingga perhitungan risiko menjadi kurang tepat. Perhitungan risiko terhadap saham-saham yang memiliki hubungan ketergantungan bukanlah hal yang mudah, karena sangat mungkin tidak ditemukannya distribusi bersama yang cocok untuk memodelkannya. Untuk mengatasi masalah-masalah tersebut, maka digunakan suatu metode yaitu copula.

Copula merupakan suatu metode yang tepat untuk memodelkan distribusi bersama (*joint distribution*) karena tidak mensyaratkan asumsi normalitas dan dapat menjelaskan dependensi yang tidak linier sehingga cukup fleksibel untuk berbagai data terutama untuk data saham. Copula Gumbel merupakan copula yang memiliki kesensitifan terbaik terhadap risiko yang tinggi (Damasari, 2015). Hal ini dikarenakan Copula Gumbel memiliki kelebihan dalam mengidentifikasi *tail* dependensi atas sehingga dapat mendeteksi nilai ekstrem yang berkaitan dengan nilai residual *return* yang tinggi dan berdampak pada nilai risiko yang tinggi pula.

Beberapa peneliti telah mengaplikasikan Copula-GARCH untuk menghitung nilai risiko dari portofolio saham. Damasari (2015) mengestimasi *Value at Risk* portofolio dua saham yang tergabung dalam JII menggunakan Copula Gumbel. Handini (2018) mengestimasi *Value at Risk* portofolio saham *Blue Chip* dengan menggunakan Copula Frank-GARCH serta simulasi Monte-Carlo. Lisnawati dan Subekti (2018) mengestimasi *Conditional Value at Risk* pada portofolio saham menggunakan copula bersyarat Clayton.

Berdasarkan uraian di atas, penelitian ini akan membahas estimasi nilai *Value at Risk* dan *Conditional Value at Risk* menggunakan metode GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) untuk memodelkan data yang memiliki volatilitas tinggi dan dilanjutkan analisis menggunakan Copula Gumbel untuk mengetahui risiko investasi pada portofolio saham PT Bank Mandiri Tbk (BMRI) dan PT Indo Tambangraya Megah Tbk (ITMG).

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Return Saham

Return adalah tingkat pengembalian atau hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi (Maruddani, 2019). Tsay (2010) menyatakan nilai *return* dapat dihitung dengan rumus *Continuously Compounded Return* (*Log Return*) sebagai berikut:

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} \quad (1)$$

dengan P_t adalah harga saham periode sekarang dan P_{t-1} adalah harga saham periode sebelumnya.

2.2. Analisis Runtun Waktu

a. Stasioneritas

Langkah awal yang dilakukan dalam analisis runtun waktu adalah dengan melakukan uji stasioneritas terhadap data runtun waktu. Suatu data disebut stasioner apabila data tersebut memiliki nilai rata-rata dan varian yang konstan sepanjang waktu. Menurut Thomas (1996), stasioneritas secara umum dapat diuji dengan menggunakan uji akar unit *Augmented Dickey-Fuller*.

b. Pemodelan Runtun Waktu

Pemodelan data runtun waktu diperkenalkan oleh Box dan Jenkins pada tahun 1970. Berikut merupakan beberapa pemodelan data runtun waktu:

- Model *Autoregressive* (AR)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (2)$$

- Model *Moving Average* (MA)

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (3)$$

- Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t \quad (4)$$

dengan:

$\phi_p(B)$ = operator AR(p)

- $\theta_q(B)$ = operator MA(q)
- ϕ_j = parameter *autoregressive* ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, p$
- θ_k = parameter *moving average* ke- k , untuk $k = 1, 2, \dots, q$
- a_t = nilai residual pada saat ke- t
- a_{t-k} = nilai residual pada saat $t - k$ untuk $k = 1, 2, \dots, q$

Identifikasi model runtun waktu dapat diimplementasikan menggunakan fungsi `auto.arima()` pada *package forecast* dalam bahasa pemrograman R. Pemilihan model ARIMA pada *software R* dapat dilakukan secara otomatis menggunakan fungsi `auto.arima()`. Fungsi `auto.arima()` ini menggunakan variasi algoritma Hyndman-Khandakar (Hyndman & Khandakar, 2008), yang menggabungkan uji *unit root* dan minimalisasi AIC untuk mendapatkan model ARIMA.

Setelah mengidentifikasi model ARIMA, tahapan pemodelan ARIMA selanjutnya yaitu mengestimasi parameter, serta melakukan uji diagnostik model ARIMA dengan pengujian independensi residual, normalitas residual dan heteroskedastisitas residual.

2.3. Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH)

Proses pembentukan GARCH dilakukan ketika residual dari model ARIMA terindikasi tidak berdistribusi normal. Ketidaknormalan pada residual ARIMA bisa disebabkan oleh nilai keragaman residual yang tidak konstan yang mengacu pada efek heteroskedastisitas. Model GARCH digunakan untuk mengatasi orde yang terlalu besar pada model ARCH. Menurut Tsay (2010) bentuk umum model GARCH(p, q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (5)$$

dengan:

- σ_t^2 = varian dari residual pada saat t
- α_0 = konstanta
- α_i = parameter dari ARCH, $i = 1, 2, \dots, p$
- a_{t-i}^2 = kuadrat dari residual pada saat $t - i$, $i = 1, 2, \dots, p$
- β_j = parameter dari GARCH, $j = 1, 2, \dots, q$
- σ_{t-j}^2 = varian dari residual pada saat $t - j$, $j = 1, 2, \dots, q$

2.4. Copula Gumbel

Copula merupakan metode yang sangat ampuh untuk memodelkan distribusi bersama karena tidak memerlukan asumsi normalitas bersama dan memungkinkan pemecahan fungsi distribusi bersama n dimensi ke dalam distribusi marginal n dan sebuah fungsi copula (Bob, 2013). Keluarga Copula Archimedean paling banyak digunakan dalam kasus bivariat. Copula Archimedean memiliki 3 kelompok penting yang disebut dengan keluarga Gumbel, Frank, dan Clayton. Untuk fungsi Copula Archimedean pada kasus bivariat dapat ditulis sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2)) \quad (6)$$

dengan:

- $C(u_1, u_2)$ = fungsi distribusi copula bivariat
- $\varphi(u)$ = fungsi generator copula
- $\varphi^{-1}(u)$ = invers fungsi generator copula

Langkah pertama yang dilakukan untuk analisis copula adalah melakukan transformasi variabel random ke domain *uniform* [0,1]. Transformasi data asli ke domain *uniform* [0,1] dilakukan dengan membuat *scatterplot* transformasi *uniform* [0,1] menggunakan *rank plot* untuk setiap variabel random sebagai berikut:

$$\left(\left(\frac{R_1^{(j)}}{n+1} \right), \left(\frac{R_2^{(j)}}{n+1} \right) \right), 1 \leq j \leq n \quad (7)$$

dengan:

$R_1^{(j)}$ = rank data X_1 ke $-j, j = 1, 2, \dots, n$

$R_2^{(j)}$ = rank data X_2 ke $-j, j = 1, 2, \dots, n$

Copula Gumbel merupakan copula yang memiliki kesensitifan terbaik terhadap risiko yang tinggi (Damasari, 2015). Diketahui fungsi generator dari Copula Gumbel adalah:

$$\varphi(u) = (-\ln(u))^\theta, \theta > 0 \quad (8)$$

Generator di atas dapat diinverskan sehingga diperoleh:

$$\varphi^{-1}(y) = u = e^{-y^{1/\theta}} \quad (9)$$

Dengan fungsi generator di atas, akan menghasilkan fungsi distribusi kumulatif Copula Gumbel sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2) = \exp\left(-[(-\ln u_1)^\theta + (-\ln u_2)^\theta]^{1/\theta}\right) \quad (10)$$

dengan:

$C(u_1, u_2)$ = fungsi distribusi copula bivariat

$\varphi(u)$ = fungsi generator copula

$\varphi^{-1}(y)$ = invers fungsi generator copula

θ = parameter copula

2.5. Estimasi Copula Gumbel

Sebelum dilakukan estimasi parameter Copula Gumbel, terlebih dahulu akan dilakukan uji mutual dependensi. Uji mutual dependensi dilakukan untuk mengetahui adanya dependensi di antara masing-masing variabel dalam pemodelan distribusi bersama. Selain itu nilai korelasi yang diperoleh nantinya akan digunakan untuk mengestimasi parameter Copula Gumbel. Dalam penelitian ini pengukuran dependensi dilakukan dengan menggunakan korelasi Tau-Kendall yang merupakan korelasi yang berbasis *rank* dan tidak memerlukan asumsi normalitas data.

Genest dan Favre (2007) mengatakan bahwa untuk mengkonstruksi parameter dari Copula Archimedean untuk kelas Gumbel dapat menggunakan nilai Korelasi Tau-Kendall. Khusus pada kasus Copula Archimedean nilai Korelasi Tau-Kendall dapat dihitung dengan persamaan berikut:

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \quad (11)$$

Kemudian didapatkan penyelesaian sebagai berikut:

$$\tau = 1 + \frac{4}{\theta} \left(-\frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{\theta} = \frac{\theta - 1}{\theta} \quad (12)$$

Sehingga estimasi parameter dari Copula Gumbel adalah:

$$\theta = \frac{1}{1 - \tau} \quad (13)$$

2.6 Mean Variance Efficient Portofolio (MVEP)

Salah satu metode pembentukan portofolio yang optimal adalah *Mean Variance Efficient Portofolio* (MVEP). MVEP dapat ditulis sebagai berikut (Maruddani, 2019):

$$\mathbf{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}_N}{\mathbf{1}_N^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{1}_N} \quad (14)$$

dengan $\boldsymbol{\Sigma}^{-1}$ = invers matriks variansi-kovariansi.

2.6. Value at Risk

VaR dapat diartikan sebagai kerugian terburuk dari suatu aset pada suatu jangka waktu dan suatu tingkat kepercayaan tertentu. Menurut Maruddani (2019), menghitung nilai VaR pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu t hari, yaitu:

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = V_0 R^* \sqrt{t} \quad (15)$$

dengan V_0 adalah dana investasi awal aset atau portofolio dan R^* adalah nilai kuantil ke- α dari distribusi *return*

Terdapat kemungkinan bahwa kerugian sebenarnya dapat lebih buruk, sehingga keterbatasan dari VaR adalah tidak dapat menyatakan apapun tentang seberapa besar kerugian yang benar-benar terjadi dan secara definitif tidak menegaskan kemungkinan kerugian yang paling buruk.

2.7. Conditional Value at Risk

Menurut Rahmawati et al. (2019), CVaR memiliki makna besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung, apabila terjadi kerugian yang nilainya melebihi VaR. Bagaimanapun, selalu ada kemungkinan bahwa kerugian yang terjadi lebih besar dari VaR yang sudah ditetapkan. CVaR dikatakan baik dan efektif dibanding VaR karena memenuhi aksioma ukuran risiko koheren di antaranya *Translational Invariance*, *Subadditivity*, *Positive Homogeneity*, dan *Monotonicity*. Nilai CVaR dapat dinyatakan sebagai:

$$CVaR_{(1-\alpha)}(X) = E(X|X \leq VaR_{(1-\alpha)}(X)) \quad (16)$$

2.8. Pengukuran Kinerja Portofolio

Menurut Halim dalam Susilowati (2016) secara sistematis Indeks Sharpe diformulasikan sebagai berikut:

$$\text{Indeks Sharpe} = \frac{Rp - Rf}{Sp} \quad (17)$$

Dengan Rp adalah rata-rata *return* portofolio, Rf adalah rata-rata bunga investasi bebas risiko, dan Sp adalah standar deviasi dari *return* portofolio.

3. METODE PENELITIAN

Data saham yang digunakan meliputi 2 perusahaan yaitu PT Bank Mandiri Tbk (BMRI) dan PT Indo Tambangraya Megah Tbk (ITMG) periode 1 Januari 2014 – 31 Desember 2019 yang diperoleh dari www.finance.yahoo.com. Selain itu, digunakan data BI *rate* periode Januari 2014 – Desember 2019 yang diperoleh dari Bank Indonesia dengan *website* www.bi.go.id.

Langkah yang dilakukan dalam analisis data estimasi VaR dan CVaR dari portofolio kedua saham menggunakan metode Copula Gumbel-GARCH adalah sebagai berikut:

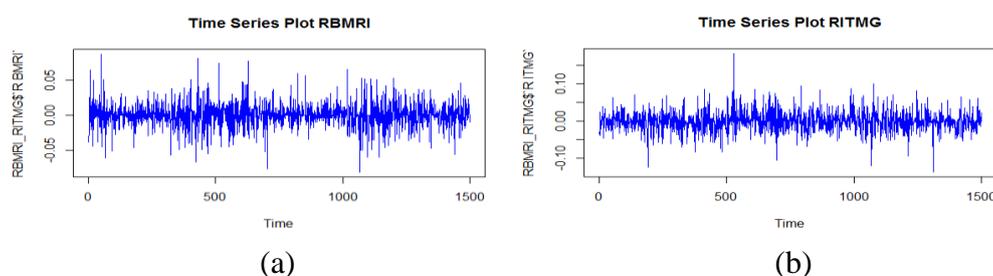
1. Menghitung nilai *return* dari kedua harga saham.
2. Menganalisis secara deskriptif dan menghitung korelasi kedua *return* saham.
3. Melakukan pengujian stasioneritas masing-masing *return* saham dengan menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller*. Jika tidak stasioner, maka dilakukan diferensi hingga data stasioner.
4. Melakukan pemodelan ARIMA masing-masing *return* saham menggunakan fungsi `auto.arima()`.
5. Melakukan estimasi dan pengujian signifikansi parameter model ARIMA.
6. Melakukan uji diagnostik yang meliputi uji independensi residual, uji normalitas residual, dan uji heteroskedastisitas residual.
7. Jika model ARIMA terdapat efek heteroskedastis, maka lakukan identifikasi model ARIMA-GARCH.

8. Melakukan estimasi dan pengujian signifikansi parameter model ARIMA-GARCH.
9. Melakukan uji normalitas pada residual model ARIMA-GARCH .
10. Melakukan uji mutual dependensi dengan menggunakan nilai korelasi Tau-Kendall kedua residual *return* saham.
11. Mengestimasi parameter Copula Gumbel dan membentuk Copula Gumbel.
12. Menghitung bobot masing-masing saham dengan MVEP untuk pembentukan portofolio bivariat.
13. Melakukan estimasi VaR menggunakan pembangkitan data dari Copula Gumbel dengan simulasi Monte-Carlo
14. Menghitung nilai *Conditional Value at Risk* pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu t .
15. Pengukuran kinerja portofolio menggunakan Indeks Sharpe.
16. Membuat interpretasi dan kesimpulan dari hasil nilai VaR dan CVaR.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Karakteristik *Return* Saham

Gambar 1 menunjukkan plot runtun waktu saham BMRI dan ITMG. Berdasarkan Gambar 1, terlihat bahwa kedua perusahaan mengalami fluktuasi dari waktu ke waktu.



Gambar 1. Plot Runtun Waktu *Return* Saham (a) BMRI (b) ITMG

Karakteristik *return* saham dapat diketahui dengan melakukan analisis deskriptif. Pada kedua *return* saham nilai kemencengan (*skewness*) tidak ada yang bernilai 0 dan nilai keruncingan (*kurtosis*) tidak sama dengan 3. Hal ini mengindikasikan bahwa kedua saham tidak berdistribusi normal.

4.2. Korelasi *Return* Saham

Diperoleh hasil korelasi kedua *return* saham dengan korelasi Tau-Kendall sebesar 0,142866. Nilai korelasi tersebut mendekati 0 maka kedua saham cukup baik jika dibentuk portofolio sehingga dapat meminimalkan risiko.

4.3. Pemodelan ARIMA

Uji stasioner dilakukan dengan menggunakan uji *Augmented* Dickey-Fuller. Nilai ADF yang dihasilkan dari *return* saham BMRI sebesar -30,239 dengan *p-value* sebesar 0,01 dan *return* saham ITMG sebesar -35,346 dengan *p-value* sebesar 0,01. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data *return* saham BMRI dan ITMG stasioner.

Selanjutnya akan dilakukan pemodelan ARIMA pada *software* R yang dapat dilakukan secara otomatis menggunakan fungsi `auto.arima()`. Berdasarkan hasil, untuk data *return* saham BMRI terpilih model ARIMA (1,0,2). Sedangkan untuk data *return* saham ITMG terpilih model ARIMA (1,0,0). Kedua model ARIMA memenuhi uji signifikansi parameter sehingga dapat dianalisis lebih lanjut.

Selanjutnya dilakukan uji diagnostik model ARIMA dengan hasil pengujian independensi residual terpenuhi (Tabel 1), normalitas residual tidak terpenuhi (Tabel 2), dan heteroskedastisitas residual terpenuhi (Tabel 3).

Tabel 1. Uji Ljung-Box Residual Model ARIMA

Saham	Model	Keputusan
BMRI	ARIMA (1,0,2)	H ₀ diterima
ITMG	ARIMA (1,0,0)	H ₀ diterima

Tabel 2. Uji Jarque-Bera Residual Model ARIMA

Saham	Model	p-value	Keputusan
BMRI	ARIMA (1,0,2)	< 2,2e-16	H ₀ ditolak
ITMG	ARIMA (1,0,0)	< 2,2e-16	H ₀ ditolak

Tabel 3. Uji *Lagrange Multiplier* Model ARIMA

Saham	Model	p-value	Keputusan
BMRI	ARIMA (1,0,2)	7,424e-06	H ₀ ditolak
ITMG	ARIMA (1,0,0)	0,02649	H ₀ ditolak

4.4. Pemodelan ARIMA-GARCH

Berdasarkan uji *Lagrange Multiplier*, diketahui bahwa pada kedua model ARIMA memiliki efek ARCH/GARCH sehingga perlu dibentuk model ARIMA-GARCH. Setelah dilakukan pemodelan GARCH dan pengujian signifikansi parameter, dapat disimpulkan bahwa model data *return* saham BMRI yaitu ARIMA (1,0,2) GARCH (1,1) dan model data *return* saham ITMG yaitu ARIMA (1,0,0) GARCH (1,1) dapat digunakan untuk analisis lebih lanjut karena semua parameternya signifikan.

Selanjutnya diperoleh model yang dihasilkan oleh masing-masing *return* saham sebagai berikut:

a. BMRI

$$Z_t = 0,4604Z_{t-1} + a_t - 0,4532a_{t-1} - 0,1175a_{t-2}$$

$$\sigma_t^2 = 0,000004015 + 0,02972a_{t-1}^2 + 0,9570\sigma_{t-1}^2$$

b. ITMG

$$Z_t = 0,09334Z_{t-1} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,0001361 + 0,07484a_{t-1}^2 + 0,7345\sigma_{t-1}^2$$

Setelah didapatkan model dari masing-masing saham, langkah selanjutnya yakni pengujian normalitas pada residual yang dihasilkan dari masing-masing model menggunakan uji Jarque-Bera dan didapatkan kesimpulan bahwa residual model ARIMA GARCH (1,1) pada semua saham tidak berdistribusi normal sehingga dapat dilanjutkan analisis menggunakan copula.

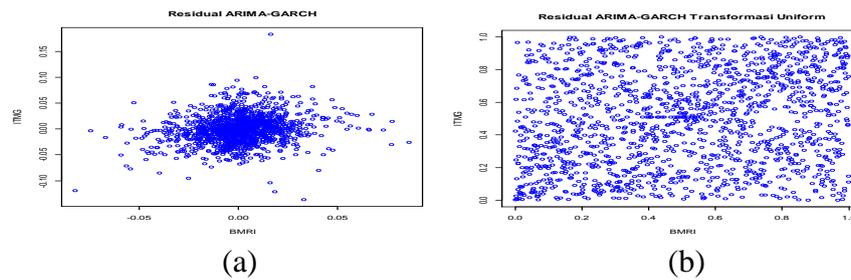
4.5. Copula

a. Uji Mutual Dependensi

Korelasi Tau-Kendall digunakan untuk mengukur dependensi antar masing-masing residual ARIMA-GARCH *return* saham BMRI dan ITMG. Berdasarkan hasil, dapat disimpulkan bahwa ada korelasi antara residual ARIMA-GARCH *return* saham BMRI dengan ITMG sebesar 0,129481 sehingga dapat dilanjutkan membentuk distribusi gabungan dengan Copula Gumbel.

b. Copula Gumbel

Data residual ARIMA-GARCH yang telah diperoleh dibuat plot terlebih dahulu untuk melihat sebaran titik data seperti yang disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. *Scatterplot* (a) Residual Model ARIMA-GARCH (b) Residual Model ARIMA-GARCH pada Transformasi *Uniform* [0,1]

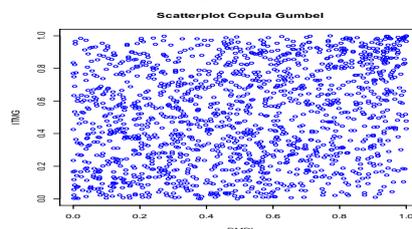
Pada Gambar 2(a) terlihat data residual masing-masing indeks saham belum membentuk sebuah pola yang baik karena data hanya berkumpul pada satu titik sebaran, sehingga perlu dilakukan proses transformasi pada data residual tersebut ke domain *uniform* [0,1].

Pada Gambar 2(b) menunjukkan bahwa dependensi antara residual ARIMA-GARCH *return* saham setelah ditransformasikan hampir tidak terlihat dikarenakan cukup kecilnya nilai korelasi antar keduanya.

Selanjutnya, data hasil transformasi ini yang akan digunakan untuk menduga parameter copula. Estimasi parameter Copula Gumbel dilakukan dengan menggunakan pendekatan nilai korelasi Tau-Kendall (τ) antara residual ARIMA-GARCH *return* saham. Didapatkan estimasi parameter Copula Gumbel sebesar $\theta = 1,149$. model Copula Gumbel untuk residual GARCH antara *return* saham BMRI dan ITMG adalah sebagai berikut:

$$C_{1,149}^{Gu}(u_1, u_2) = \exp \left[- \left((-\ln u_1)^{1,149} + (-\ln u_2)^{1,149} \right)^{1/1,149} \right]$$

Jika digambarkan dalam bentuk grafik *scatterplot* dengan parameter $\theta = 1,149$, pola dependensi kedua variabel adalah sebagai berikut:



Gambar 3. *Scatterplot* Copula Gumbel $\theta = 1,149$

Pada Gambar 3 menunjukkan karakteristik dari Copula Gumbel, yaitu memiliki *tail* dependensi atas yang ditunjukkan oleh daerah ujung atas *scatterplot* sebelah kanan. Pada daerah tersebut plot-plot sangat berdekatan dan saling menumpuk atau memiliki kerapatan lebih tinggi dibandingkan dengan daerah pada interval lain. Artinya antara residual model ARIMA-GARCH *return* saham BMRI dan ITMG memiliki korelasi yang lebih besar pada nilai maksimum.

4.6. Perhitungan *Value at Risk*

Sebelum dilakukan pembentukan portofolio dan perhitungan *Value at Risk* (VaR), akan dilakukan perhitungan bobot portofolio menggunakan *Mean Variance Efficient Portofolio* (MVEP) dan diperoleh bobot masing-masing saham yaitu BMRI sebesar 73,17% dan ITMG sebesar 26,83%.

Perhitungan VaR pada portofolio bivariat akan dilakukan dengan jangka waktu satu hari ke depan pada tingkat kepercayaan 99%, 95%, dan 90% dengan melakukan simulasi Monte-Carlo yang membangkitkan sebanyak 1500 data dan pengulangan sebanyak 1000

kali. Hasil perhitungan VaR pada portofolio bivariat saham BMRI dan ITMG diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Perhitungan VaR Saham BMRI dan ITMG

Risiko	Tingkat Kepercayaan		
	99%	95%	90%
VaR	-0,03977073	-0,02546167	-0,01837288

Pada tingkat kepercayaan 99%, dihasilkan nilai VaR sebesar -0,03977073 (tanda (-) menunjukkan kerugian). Hal ini dapat diartikan ada keyakinan 99% bahwa kerugian yang akan diderita investor tidak akan melebihi 3,977073% dalam jangka waktu satu hari atau dapat dikatakan ada kemungkinan sebesar 1% bahwa kerugian investasi sebesar 3,977073% atau lebih. Jika dimisalkan dana investasi awal sebesar Rp. 100.000.000,00 maka estimasi kerugian maksimal yang akan diderita investor diperkirakan akan mencapai Rp. 3.977.073,00. Begitupun untuk tingkat kepercayaan lainnya.

4.7. Perhitungan *Conditional Value at Risk*

Setelah melakukan perhitungan nilai *Value at Risk* (VaR), selanjutnya adalah melakukan perhitungan *Conditional Value at Risk* (CVaR) untuk masing-masing tingkat kepercayaan. Hasil perhitungan CVaR pada portofolio bivariat saham BMRI dan ITMG diberikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Perhitungan CVaR saham BMRI dan ITMG

Risiko	Tingkat Kepercayaan		
	99%	95%	90%
CVaR	-0,04761437	-0,03457014	-0,02779182

Pada tingkat kepercayaan 99%, diperoleh nilai CVaR sebesar -0,04761437 yang melebihi nilai VaR sebesar -0,03977073 (tanda (-) menunjukkan kerugian). Hal ini dapat diartikan ada keyakinan 99% bahwa kerugian yang akan diderita melebihi nilai VaR adalah sebesar 4,761437% dalam jangka waktu satu hari atau investor harus menyiapkan dana cadangan sebesar 0,784364% (selisih nilai VaR dan CVaR) untuk mewaspadaai risiko yang lebih buruk. Jika dimisalkan dana investasi awal sebesar Rp. 100.000.000,00 maka estimasi kerugian maksimal yang akan diderita investor diperkirakan akan mencapai Rp. 4.761.437,00. Begitupun untuk tingkat kepercayaan lainnya.

Untuk semua nilai CVaR dapat dilihat lebih besar daripada nilai VaR untuk masing-masing tingkat kepercayaan. Sehingga dapat dikatakan kondisi terburuk adalah kerugian sebesar VaR dan masih memungkinkan jika terjadi kondisi yang lebih buruk dengan kerugian sebesar CVaR. Investor harus menyiapkan dana cadangan sebesar selisih nilai VaR dan CVaR untuk mewaspadaai risiko yang lebih buruk. Tentunya hasil perhitungan CVaR ini akan membuat investor lebih mewaspadaai kerugian terbesar yang akan diderita.

4.8. Pengukuran Kinerja Portofolio

Portofolio saham BMRI dan ITMG mempunyai ukuran kinerja portofolio sebesar 0,368720 atau 36,87%. Indeks Sharpe bernilai positif yang menandakan bahwa tingkat suku bunga lebih kecil dibandingkan dengan tingkat pengembalian portofolio. Maka dapat dikatakan pembentukan portofolio tersebut cukup baik dan akan mendapatkan keuntungan yang maksimal.

5. KESIMPULAN

Residual ARIMA-GARCH pada *return* saham BMRI dan ITMG, tidak berdistribusi normal dan tidak diketahui distribusi marginalnya sehingga dilanjutkan dengan pemodelan

copula. Besar risiko yang diperoleh dengan metode Copula Gumbel-GARCH menggunakan simulasi Monte-Carlo untuk portofolio saham BMRI dan ITMG pada tingkat kepercayaan 99%, 95%, dan 90% diperoleh hasil perhitungan VaR secara berurutan adalah sebesar 3,977073%; 2,546167%; dan 1,837288% serta hasil perhitungan CVaR secara berurutan adalah sebesar 4,761437%; 3,457014%; dan 2,779182%. Pada kedua ukuran risiko baik VaR maupun CVaR dapat disimpulkan bahwa semakin besar tingkat kepercayaan, semakin pula besar risiko yang diderita. Semua nilai CVaR lebih besar daripada nilai VaR untuk masing-masing tingkat kepercayaan. Tentunya hasil perhitungan CVaR ini akan membuat investor lebih mewaspadai kerugian terbesar yang akan diderita.

DAFTAR PUSTAKA

- Bob, N.K. 2013. Value at Risk Estimation A GARCH-EVT-Copula Approach. *Mathematical Statistics*. 106(91). Stockhloim University. Swedia.
- Damasari, A. 2015. *Estimasi Value at Risk (VaR) dengan Metode Simulasi Monte Carlo – Copula Gumbel*. Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga. Yogyakarta.
- Genest, C. dan Favre, A. C. 2007. Everything You Always Wanted to Know about Copula Modelling but Were Afraid to Ask. *Journal of Hydrologic Engineering*. 12(4): 347-368.
- Handini, J.A. 2018. *Copula Frank pada Value at Risk (VaR) Pembentukan Portofolio Bivariat*. Universitas Diponegoro. Semarang.
- Hyndman, R.J. dan Khandakar, Y. 2008. Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*. 27(3).
- Lisnawati, I dan Subekti, R. 2018. *Estimasi Conditional Value at Risk (CVaR) pada Portofolio Menggunakan Copula Bersyarat*. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.
- Maruddani, D.A.I. 2019. *Value at Risk untuk Pengukuran Risiko Investasi Saham: Aplikasi dengan Program R*. Ponorogo: Wade Group.
- Rahmawati, R., Rusgiyono, A., Hoyyi, A., dan Maruddani, D.A.I. 2019. Expected Shortfall dengan Simulasi Monte-Carlo untuk Mengukur Risiko Kerugian Petani Jagung. *Media Statistika*. 12(1): 117-128.
- Saepudin, Y. 2017. *Analisis Risiko Investasi Saham Tunggal Syariah dengan Value at Risk (VaR) dan Expected Shortfall (ES)*. Universitas Diponegoro. Semarang.
- Susilowati, M. 2016. *Analisis Kinerja Portofolio Optimal dengan Metode Mean-Gini*. Universitas Diponegoro. Semarang.
- Thomas. R. L. 1996. *Modern Econometrics*. Inggris: Addison Wesley.
- Tsay, R.S. 2010. *Analysis of Financial Time Series*. 3rd Edition. Canada: John Wiley and Sons, Inc.