JURNAL GAUSSIAN, Volume 2, Nomor 2, April 2013, Halaman 119-128
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PENENTUAN KOEFISIEN KORELASI KANONIK DAN INTERPRETASI FUNGSI KANONIK MULTIVARIAT

Muhamad Faliqul Asbah[1], Sudarno[2], Diah Safitri[2]
[1] Mahasiswa Jurusan Statistika FSM UNDIP
[2] Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM UNDIP

ABSTRAK

Analisis korelasi kanonik merupakan suatu teknik yang berguna untuk mengidentifikasi dan mengukur hubungan linier, yang melibatkan beberapa variabel dependen dan independen. Korelasi kanonik fokus pada korelasi antara kombinasi linier dari suatu himpunan variabel independen dengan kombinasi linier dari himpunan variabel dependen. Pasangan kombinasi liniernya disebut fungsi kanonik, dan korelasinya disebut koefisien korelasi kanonik. Asumsi statistik yang harus dipenuhi adalah: linieritas, normalitas multivariat, homoskedastisitas, dan nonmultikolinieritas. Penggunaan variabel terdiri atas tiga variabel dependen: y_1 = Kelembaban relatif harian maksimum, y_2 = Kelembaban relatif harian minimum, dan y_3 = Daerah terpadu di bawah kurva kelembaban harian dan tiga variabel independen: x_1 = Suhu udara harian maksimum, x_2 = Suhu udara harian minimum, dan x_3 = Daerah terpadu di bawah kurva suhu udara harian. Hasil analisis korelasi kanonik menunjukkan bahwa terdapat dua korelasi kanonik yang signifikan antara tingkat suhu udara harian dengan tingkat kelembaban harian. Indeks redundansi menunjukkan bahwa tingkat kelembaban harian dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 69 % dari variabel independen (tingkat suhu udara harian). Sebaliknya, tingkat suhu udara harian dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 60 % dari variabel dependen (tingkat kelembaban harian). Interpretasi melibatkan pemeriksaan pada fungsi kanonik untuk menentukan kontribusi relatif dari masing-masing variabel asal dalam hubungan kanonik: bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik menunjukkan bahwa urutan variabel yang berkontribusi pada variabel independen adalah $x_{1,}$ $x_{3,}$ dan x_2. Kemudian, urutan variabel yang berkontribusi pada variabel dependen adalah y_1, $y_{2,}$ dan y_3.

Kata Kunci: Koefisien Korelasi Kanonik, Fungsi Kanonik, Indeks Redundansi, Bobot Kanonik, Muatan Kanonik, Muatan Silang Kanonik.

ABSTRACT

Canonical correlation analysis is a useful technique to identify and quantify the linier relationships, involving multiple independent and multiple dependent variable. It focuses on the correlation between a linier combination of the variables in one set independent and a linier combination of the variables in another set dependent. The pairs of linier combinations are called canonical function, and their correlation are called canonical correlation coefficient. The statistical assumptions should be fulfilled are: linearity, multivariate normality, homoscedasticity, and nonmulticollinearity. The use of variable consists of three dependent variable: y_1 = *Maximum daily relative humidity*, y_2 = *Minimum daily relative humidity*, and y_3 = *Integrated area under daily humidity curve* and three independent variable: x_1 = *Maximum daily air temperature*, x_2 = *Minimum daily air temperature*, and x_3 = *Integrated area under daily air temperature curve*. For The result of canonical correlation analysis indicate that there are two significant canonical correlation between the daily air temperature level with the daily humidity level. The reduncancy index showed that the daily humidity level can explained a total of 69 % of the variance in the daily air temperature level, otherwise the daily air temperature level can explained a total 60 % of the variance in the daily humidity level. Interpretations involves examining the canonical function to determine the relative contibution of each of the original variables in the canonical relationships: canonical weights, canonical loadings, and canonical cross loadings showed that the sequence variables which contribute on the independent variate are x_1, x_3, and x_2. Then, the sequence variables which contribute on the dependent variate are y_1, $y_{2,}$ and y_3.

KeyWords: Canonical Correlation Coefficient, Canonical Function, Redundancy Index, Canonical Weights, Canonical Loadings, and Canonical Cross Loadings.

1. PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Korelasi merupakan teknik analisis yang termasuk dalam salah satu teknik pengukuran asosiasi (*measures of association*). Pengukuran asosiasi merupakan istilah umum yang mengarah pada sekelompok teknik dalam statistik yang digunakan untuk mengukur kekuatan hubungan linier antara dua variabel atau di antara beberapa variabel. Salah satu aspek analisis asosiasi adalah untuk memutuskan apakah data sampel yang teramati menyediakan bukti yang cukup untuk menyimpulkan bahwa variabel-variabel dalam populasi asal sampel saling berkaitan atau berhubungan [1].

Pada beberapa masalah penelitian statistika multivariat, ketertarikan peneliti kadang tidak hanya pada pembentukan model regresi linier antara variabel dependen dengan variabel independen saja, tetapi sebaliknya peneliti tertarik pada hubungan linier dan keterikatan antara dua himpunan variabel, himpunan variabel dependen dengan himpunan variabel independen. Analisis korelasi kanonik adalah jawaban dan penggunaan pada masalah jenis penelitian statistika multivariat seperti ini [2].

Penerapan analisis korelasi kanonik telah meningkat sejalan dengan *software* statistik yang telah banyak tersedia. Analisis korelasi kanonik diterapkan di berbagai disiplin ilmu, salah satunya di bidang geografi. Pada suatu studi penelitian, analisis korelasi kanonik digunakan untuk mengidentifikasi dan mengukur tingkat keeratan hubungan linier antara variabel dependen: y_1 = Kelembaban relatif harian maksimum, y_2 = Kelembaban relatif harian minimum, dan y_3 = Daerah terpadu di bawah kurva kelembaban harian, dengan himpunan variabel independen: x_1 = Suhu dara harian maksimum, x_2 = Suhu udara harian minimum, dan x_3 = Daerah terpadu di bawah kurva suhu udara harian, dimana salah satu variabel independennya adalah *fixed* [3].

1.2. Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah :

1. Menguji asumsi-asumsi korelasi kanonik
2. Mendapatkan nilai penduga koefisien korelasi kanonik dan fungsi kanonik
3. Menguji signifikansi korelasi kanonik
4. Melakukan interpretasi fungsi kanonik

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Matriks Varian Kovarian

Matriks varian kovarian sampel $\mathbf{S} = (\mathrm{s_{jk}})$ adalah matriks sampel varian kovarian dari *p* variabel :

$$\mathbf{S} = (\mathrm{s_{jk}}) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_{pp} \end{bmatrix}$$

Pada matriks **S,** varian sampel dari *p* variabel terletak pada diagonal utama, dan pasangan kovarian sampel berada diluar diagonal utama [3].

2.2 Vektor Rata-rata

Vektor rata-rata sampel $\bar{\mathbf{y}}$ dapat dinyatakan sebagai rata-rata dari *n* vektor pengamatan atau dengan menghitung rata-rata tiap *p* variabel secara terpisah :

$$\bar{\mathbf{y}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \mathbf{y_i} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix}$$

Nilai harapan dari vektor rata-rata $\bar{\mathbf{y}}$ semua sampel yang mungkin didefinisikan sebagai nilai harapan dari tiap $\bar{y}_j$ pada $\bar{\mathbf{y}}$ adalah μ_j dimana $E(\bar{y}_j) = \mu_j$

$$E(\bar{\mathbf{y}}) = E\begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E(\bar{y}_1) \\ E(\bar{y}_2) \\ \vdots \\ E(\bar{y}_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mu}$$

Sehingga, $\bar{\mathbf{y}}$ merupakan estimator tak bias dari $\boldsymbol{\mu}$ [3].

2.2 Analisis Korelasi Kanonik

2.2.1 Korelasi Kanonik

Analisis korelasi kanonik fokus pada korelasi antara kombinasi linear dari himpunan variabel dependen $\mathbf{y}' = (y_1, y_2, \dots, y_p)$ dengan kombinasi linear dari himpunan variabel independen $\mathbf{x}' = (x_1, x_2, \dots, x_q)$. Ide dari analisis ini adalah menentukan pasangan dari kombinasi linear ini yang memiliki korelasi terbesar. Kemudian mencari pasangan dari kombinasi linier di antara pasangan yang tidak berkorelasi pada pasangan bagian di awal yang dipilih. Pasangan dari kombinasi linear ini disebut fungsi kanonik, dan korelasinya disebut korelasi kanonik [4].

2.2.2 Penentuan Penduga Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik

Misal ingin mengukur suatu hubungan linier antara himpunan variabel dependen $y_1, y_2, \dots, y_p$ yang dinotasikan dengan vektor acak **y**, dengan himpunan variabel independen $x_1, x_2, \dots, x_q$ yang dinotasikan dengan vektor acak **x**, dimana $p \le q$. Untuk tiap sampel pada *n* vektor observasi, maka vektor rata-rata dan matriks kovariannya :

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{y}} \\ \cdots \\ \bar{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \vdots \\ \bar{y}_p \\ \cdots \\ \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_q \end{bmatrix}; \mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{yy} & \mathbf{S}_{yx} \\ \mathbf{S}_{xy} & \mathbf{S}_{xx} \end{bmatrix}$$

Kombinasi linier dari kedua himpunan variabel dapat dituliskan :

$$\mathrm{U} = \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathbf{y} = \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{y} + \mathbf{a}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{y} + \cdots + \mathbf{a}_k^{\mathbf{T}}\mathbf{y}$$

$$\mathrm{V} = \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathbf{x} = \mathbf{b}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{y} + \mathbf{b}_2^{\mathbf{T}}\mathbf{y} + \cdots + \mathbf{b}_k^{\mathbf{T}}\mathbf{y}$$

Untuk : $\mathrm{Var}(\mathrm{U}) = \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathrm{Cov}(\mathbf{y})\mathbf{a} = \mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{yy}\mathbf{a}$

$\mathrm{Var}(\mathrm{V}) = \mathbf{b}^{\mathbf{T}}\mathrm{Cov}(\mathbf{x})\mathbf{b} = \mathbf{b}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{xx}\mathbf{b}$

$\mathrm{Cov}(\mathrm{U},\mathrm{V}) = \mathbf{a}^{\mathbf{T}}\mathrm{Cov}(\mathbf{x},\mathbf{y})\mathbf{b} = \mathbf{a}^{\mathrm{T}}\mathbf{S}_{yx}\mathbf{b}$

Sehingga korelasi kanonik : $r_{c(U,V)} = \frac{\mathrm{cov}(U,V)}{\sqrt{\mathrm{Var}(U)\mathrm{Var}(V)}} = \frac{\mathbf{a}^{\mathrm{T}}S_{yx}\mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{a}^{\mathrm{T}}S_{yy}\mathbf{a}}\sqrt{\mathbf{b}^{\mathrm{T}}S_{yy}\mathbf{b}}}$ [4].

Nilai eigen dapat diperoleh dari persamaan karakteristik :

$$\left|\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx}\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy} - \lambda\mathbf{I}\right| = 0$$

$$\left|\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy}\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx} - \lambda\mathbf{I}\right| = 0$$

koefisien vektor $\mathbf{a}_k$ dan $\mathbf{b}_\mathbf{k}$ diperoleh pada fungsi kanonik $\mathrm{U}_k = \mathbf{a}_\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{y}$ dan $\mathrm{V}_k = \mathbf{b}_\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{x}$ adalah vektor eigen dari dua matriks yang sama :

$$\left(\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx}\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy} - \lambda\mathbf{I}\right)\mathbf{a} = 0$$

$$\left(\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy}\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx} - \lambda\mathbf{I}\right)\mathbf{b} = 0$$

Sehingga dua matriks $\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx}\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy}$ dan $\mathbf{S}_{xx}^{-1}\mathbf{S}_{xy}\mathbf{S}_{yy}^{-1}\mathbf{S}_{yx}$ mempunyai nilai eigen tak nol dan berbeda vektor eigen [3].

Untuk pasangan fungsi kanonik ke-k :

$$\mathrm{U}_1 = \mathbf{a}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{y} \qquad \mathrm{V}_1 = \mathbf{b}_1^{\mathbf{T}}\mathbf{x}$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\mathrm{U}_k = \mathbf{a}_\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{y} \qquad \mathrm{V}_k = \mathbf{b}_\mathbf{k}^{\mathbf{T}}\mathbf{x}$$

Dimana **y** dan **x** adalah nilai-nilai dari himpunan variabel dependen dan independen untuk satuan pengamatan khusus [4].

2.3 Asumsi-asumsi Korelasi Kanonik

2.3.1 Linieritas

Linearitas, yaitu hubungan antara himpunan variabel independen **x** dengan variabel dependen **y** bersifat linear. Linieritas dapat dikatakan penting untuk analisis korelasi kanonik dan mempengaruhi dua aspek hasil korelasi kanonik. Pertama, koefisien korelasi kanonik antara sepasang variabel kanonik adalah berdasarkan hubungan linier. Jika variabel yang berhubungan tidak linier, maka hubungan tidak akan dapat dijelaskan oleh koefisien korelasi kanonik. Kedua, analisis korelasi kanonik memaksimalkan hubungan linier antar himpunan variabel [2].

2.3.2 Variabel Independen dan Dependen Berdistrisbusi Normal Multivariat

Terdapat dua cara yang dapat dilakukan dalam mengecek asumsi normal multivariat. Pertama, memeriksa asumsi kenormalan dengan membuat plot *Chi Square* (untuk p ≥2). Langkah-langkahnya adalah sebagai berikut :

1. Menghitung nilai $d_j^2 = (x_j - \bar{x})^{\mathbf{T}} \mathbf{S}^{-1} (x_j - \bar{x})$, $j = 1, 2, \ldots, n$.
2. Mengurutkan d_j^2 sesuai dengan urutan naik $d_1^2 \le d_2^2 \le \ldots \le d_n^2$.
3. Plot pasangan, $\left(q_{c,p}((j - \frac{1}{2})/n, d_j^2\right)$, dengan $q_{c,p}\left((j - \frac{1}{2})/n\right)$ adalah $100\left(j - \frac{1}{2}\right)/n$ kuantil dari distribusi *Chi square* dengan derajat bebas *p*, jika hasil plot berpola linier, maka dapat diasumsikan berdistribusi normal multivariat.

Kemudian yang kedua adalah dengan melihat banyaknya nilai d_j^2 yang kurang dari nilai kuantil *Chi square*. Pertama-tama yang harus dilakukan adalah menghitung nilai d_j^2, $j = 1, 2, \ldots, n$ dan kemudian membandingkannya dengan nilai kuantil χ^2. Apabila terdapat setengah atau lebih nilai $d_j^2 \le q_{c,p}(0.50)$, maka dapat dikatakan data berdistribusi normal multivariat [4].

2.3.3 Homoskedastisitas

Homoskedastisitas menggambarkan data dimana varian dari error (*e*) tampak konstan melewati batas nilai dari variabel independen. Analisis korelasi kanonik menggambarkan hubungan yang baik ketika homoskedastik. Homoskedastisitas dikatakan penting karena berlawanan dengan heteroskedastisitas, dimana heteroskedastisitas menurunkan korelasi antar variabel [2].

2.3.4 NonMultikolinieritas

Multikolinieritas berhubungan dengan situasi di mana ada hubungan linier baik yang pasti atau mendekati pasti di antara variabel independen. Multikolinieritas terjadi ketika beberapa variabel independen mempunyai korelasi yang tinggi dengan variabel independen yang lain [5].

2.4 Uji Signifikansi Korelasi Kanonik

Ada dua hipotesis yang akan diujikan dalam analisis korelasi kanonik yaitu uji korelasi kanonik secara keseluruhan dan uji secara sebagian [3].

2.4.1 Uji Korelasi Kanonik secara Keseluruhan

Hipotesis :

H_0 : $r_{c1} = r_{c2} = \ldots = r_{ck} = 0$ (semua korelasi kanonik tidak signifikan)

H_1 : $r_{ci} \neq 0$ (paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan,dengan i=1,2,..,k)

Statistik Uji : $F = \frac{1-\Lambda_1^{1/t}}{\Lambda_1^{1/t}} \frac{df_2}{df_1}$

dengan : $\Lambda_1 = \prod_{i=1}^{k}(1 - r_i^2)$; $df_1 = pq$; $df_2 = wt - \frac{1}{2}pq + 1$;

$w = n - \frac{1}{2}(p + q + 3)$; $t = \sqrt{\frac{p^2q^2-4}{p^2+q^2-5}}$

dimana : n = jumlah pengamatan; p = banyak himpunan variabel **y**

q = banyak himpunan variabel **x**

Daerah penolakan : H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha;df1;df2}$ atau $\Lambda_1 \le \Lambda_{\alpha,p,q,n-1-q}$ [3].

2.4.2 Uji secara Sebagian

Hipotesis :

H_0 : $r_{cj} = 0$ (korelasi kanonik tidak signifikan)

H_1 : $r_{cj} \neq 0$ (paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan)

Statistik Uji : $F = \frac{1-\Lambda_j^{1/t}}{\Lambda_j^{1/t}} \frac{df_2}{df_1}$

dengan : $\Lambda_j = \prod_{i=j}^{k}(1 - r_i^2)$; $df_1 = (p - j + 1)(q - j + 1)$

$$df_2 = wt - \frac{1}{2}[\{p - j + 1)(q - j + 1)] + 1$$

$$w = n - \frac{1}{2}(p + q + 3);\ t = \sqrt{\frac{(p-j+1)^2(q-j+1)^2-4}{(p-j+1)^2+(q-j+1)^2-5}}$$

dimana : n = jumlah pengamatan; p = banyak himpunan variabel **y**

q = banyak himpunan variabel **x**

Daerah Penolakan : H_0 ditolak jika $F > F_{\alpha;df2;df2}$ atau $\Lambda_1 \leq \Lambda_{\alpha,p-j+1,q-k+1,,n-j-q}$ [3].

2.5 Analisis Redundansi

Redundansi merupakan sebuah nilai (ukuran) yang menunjukkan besarnya keragaman yang dapat dijelaskan berdasarkan korelasi antara variabel dependen dan independen dangan variabel kanonik [6].

Besarnya keragaman untuk himpunan **y** yang diterangkan oleh $V_1, V_2, \dots, V_k$:

$$R(\mathbf{y}|V) = \frac{\sum_{i=1}^{p} R^2_{Yi}|\mathbf{x}}{p}$$ [6].

Indeks Redundansi **y** yang diterangkan oleh $V_1, V_2, \dots, V_k$: $RI(\mathbf{y}|V) = R(\mathbf{y}|V)r^2_{ck}$ [2].

Besarnya keragaman untuk himpunan **x** yang diterangkan oleh $U_1, U_2, \dots, U_k$:

$$R(\mathbf{x}|U) = \frac{\sum_{i=1}^{p} R^2_{Xi}|\mathbf{y}}{q}$$ [6].

Indeks Redundansi **x** yang diterangkan oleh $U_1, U_2, \dots, U_k$: $RI(\mathbf{x}|U) = R(\mathbf{x}|U)r^2_{ck}$ [2].

2.6 Interpretasi Fungsi Kanonik

2.6.1 Bobot Kanonik

Bobot Kanonik, merupakan koefisien kanonik yang telah dibakukan, dapat diinterpretasikan sebagai besarnya keeratan variabel asal terhadap variabel kanonik. Semakin besar nilai koefisien ini menyatakan semakin tinggi tingkat keeratan variabel yang bersangkutan terhadap variabel kanonik dan sebaliknya semakin kecil nilai bobot kanonik maka semakin rendah tingkat keeratan variabel. Bobot kanonik memiliki sifat tidak stabil karena pengaruh multikolinieritas sehingga dalam mengoptimalkan hasil perhitungan korelasi kanonik lebih tepat menggunakan muatan kanonik dan muatan silang kanonik untuk menginterpretasikan hasil analisis korelasi kanonik [2].

2.6.2 Muatan Kanonik

Muatan kanonik telah banyak digunakan untuk interpretasi karena kekurangan sifat dari bobot kanonik. Muatan kanonik dapat disebut korelasi struktur kanonik, Muatan kanonik merupakan korelasi linier sederhana antara variabel asal dengan masing-masing variabel kanoniknya, menggambarkan keragaman variabel bersama yang diamati dengan variabel kanonik dan dapat diinterpretasikan seperti factor loading dalam menaksir kontribusi relatif masing-masing variabel terhadap fungsi kanoniknya [2].

2.6.3 Muatan Silang Kanonik

Muatan silang kanonik disarankan sebagai sebuah alternatif daripada muatan kanonik. Muatan silang kanonik memberikan sebuah ukuran yang lebih tepat untuk hubungan variabel dependen dan independen, dapat dihitung dari perkalian nilai korelasi kanonik dengan nilai muatan kanonik. Perhitungan ini mencakup korelasi tiap himpunan variabel dependen dengan variabel kanonik dari himpunan variabel independen dan juga sebaliknya, semakin besar muatan silang kanonik mencerminkan semakin dekat hubungan variabel kanonik [2].

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang akan digunakan berupa data sekunder dengan ukuran sampel *n* = 35, bersumber dari buku *Methods of Multivariate Analysis* penulis Alvin C. Rencher (courtesy of R. J. Freund).

3.2 Metode Penelitian

Metode yang digunakan dalam penulisan tugas akhir ini adalah metode kepustakaan dan contoh kasus.

3.3 Metode Analisis Data

Langkah analisis data dalam tugas akhir ini adalah :

a. Menguji asumsi-asumsi korelasi kanonik.

b. Menyusun matriks varian kovarian **S**
c. Mencari nilai eigen (λ) dan vektor eigen
d. Menentukan nilai penduga koefisien korelasi kanonik dan fungsi kanonik
e. Menguji signifikansi korelasi kanonik secara keseluruhan dan secara sebagian.
f. Analisis redundansi variabel kanonik, ukuran untuk besar persentase keragaman yang dijelaskan oleh variabel kanonik.
g. Melakukan Interpretasi fungsi kanonik, interpretasi dilakukan dengan tiga koefisien (bobot kanonik, muatan kanonik, dan muatan silang kanonik).

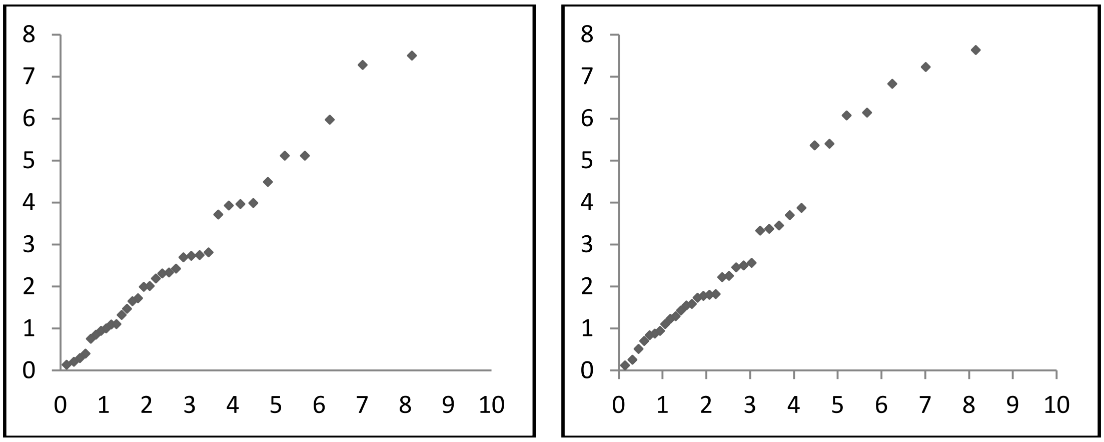
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Uji Asumsi Korelasi Kanonik

Linieritas : Hasil perhitungan dengan *SPSS 16.0* diperoleh nilai F hit > $F_{0.05,3,31}$ (2.91) dan Sig (.000) < α (0.05) yang berarti terdapat hubungan linier antara variabel dependen dan variabel independen maka asumsi linieritas terpenuhi.

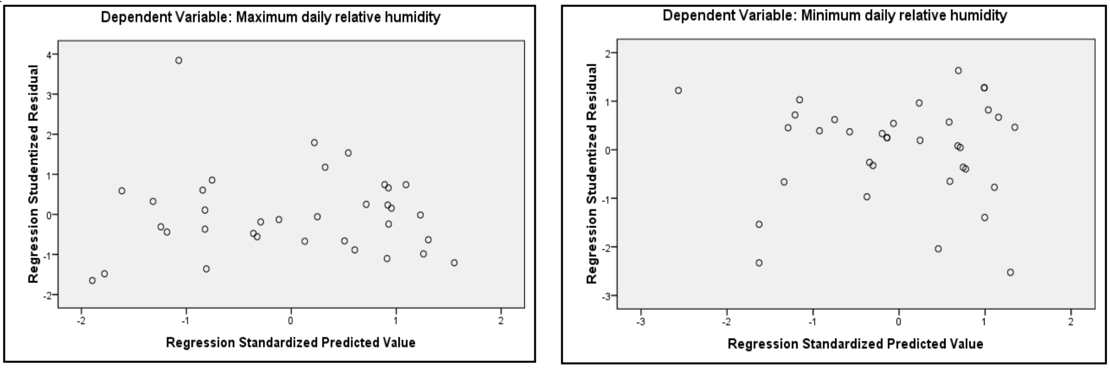
Variabel Independen dan Dependen berdistribusi Normal Multivariat

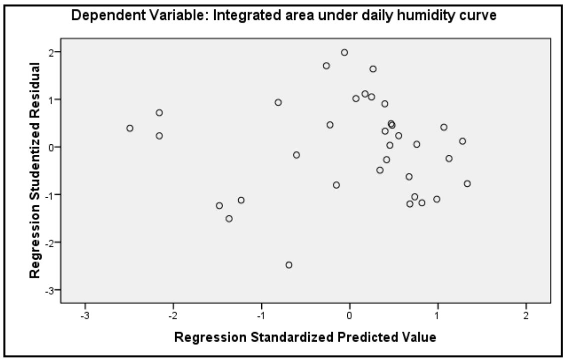
Hasil perhitungan dengan *R 2.15.2* diperoleh *p-value* > α = 0.05 yang berarti variabel independen dan dependen berdistribusi normal multivariat. Ada pun terdapat setengah atau lebih nilai $d_j^2 \leq q_{c,3,0.50}$ = (2.37). Secara grafis pun data variabel independen dan dependen dapat dikatakan berdistribusi normal, sebab plot antara nilai d_j^2 yang telah diurutkan dengan kuantil χ^2 bentuknya mendekati bentuk garis lurus.



Gambar 1. Grafik Chi-Square Untuk Variabel Independen dan Dependen

Homoskedastisitas : pengujian secara visual data memperlihatkan adanya suatu pola sebaran tidak sistematis antara residual kuadrat dengan variabel penjelas x sehingga asumsi homoskedastisitas terpenuhi.





Gambar 2. Scatterplot antara y_1, y_2, y_3 terhadap x_1, x_2, x_3

Nonmultikolinieritas : Hasil perhitungan dengan *SPSS 16.0*, didapat nilai *Tolerance value* > 0.10 dan VIF < 10 yang berarti variabel independen dan dependen tidak terjadi multikolinieritas.

4.2 Penentuan Koefisien Korelasi Kanonik dan Fungsi Kanonik

Dengan menggunakan bantuan *software Microsoft excel 2007*, *Matlab 7.0* dan *SAS ver 9.0*, didapatkan :

Tabel 1. Koefisien Korelasi Kanonik

Fungsi	$\lambda_i = \boldsymbol{r}_{ci}^2$	Koefisien Korelasi Kanonik	Persentase	Persentase Kumulatif
1	$\mathbf{r}_{c1}^2 = 0.86247$	$r_{c1} = 0.92869$	83.25020	83.25020
2	$\mathbf{r}_{c2}^2 = 0.54281$	$r_{c2} = 0.73676$	15.76182	99.01202
3	$\mathbf{r}_{c3}^2 = 0.06927$	$r_{c3} = 0.26318$	0.98798	100

Koefisien korelasi kanonik pertama pada fungsi pertama sebesar 0.92869, menunjukkan secara nyata hubungan derajat yang tinggi antar variabel kanonik. Koefisien korelasi kanonik kedua sebesar 0.73676, menunjukkan secara nyata hubungan derajat yang cukup tinggi antar variabel kanonik, sedangkan koefisien korelasi kanonik ketiga hanya menunjukkan hubungan sebesar 0.26318. Karena koefisien korelasi kanonik ketiga hanya dapat menjelaskan hubungan kanonik sebesar 6.927 %, maka selanjutnya fungsi ketiga tidak dianalisis lebih lanjut.

Selanjutnya menentukan pasangan fungsi kanonik (U_1, V_1), (U_2, V_2), dan (U_3, V_3).

Untuk pasangan fungsi kanonik pertama (U_1, V_1) :

$U_1 = 0.14132y_1 + 0.029334y_2 + 0.01686y_3$

$V_1 = 0.09761x_1 + 0.02646x_2 + 0.04051x_3$

Pasangan fungsi kanonik kedua (U_2, V_2) :

$U_2 = 0.15493y_1 - 0.05661y_2 - 0.06268y_3$

$V_2 = 0.13747x_1 - 0.20232x_2 - 0.04273x_3$

Pasangan fungsi kanonik ketiga (U_3, V_3) :

$U_3 = 0.09942y_1 - 0.35941y_2 + 0.05461y_3$

$V_3 = 0.01154x_1 + 0.34541x_2 - 0.06308x_3$

4.3 Uji Signifikansi Korelasi Kanonik

4.3.1 Uji Korelasi Kanonik secara Keseluruhan

a. Hipotesis

$H_0 : r_{c1} = r_{c2} = r_{c3} = 0$ (semua korelasi kanonik tidak signifikan)

$H_1 : r_{ci} \neq 0$ (paling tidak ada satu korelasi kanonik signifikan dengan i = 1 , 2 , 3)

b. Taraf Signifikansi

Digunakan α = 5%

c. Statistik Uji : $F = \frac{1-\Lambda_1^{1/t}}{\Lambda_1^{1/t}} \frac{df_2}{df_1} = 17.367$; $\Lambda = \prod_{i=1}^{3}(1 - r_i^2) = 0.05852$

d. Daerah penolakan

H_0 ditolak karena $F = 17.367 > F_{0.05,(9,70)} = 2.017$ atau

$\Lambda = 0.05852 < \Lambda_{3,3,31} = 0.563$

e. Kesimpulan

paling tidak ada satu korelasi kanonik tidak bernilai nol atau ada korelasi yang signifikan sehingga analisis dapat diproses lebih lanjut.

4.3.2 Uji secara Sebagian

Tabel 2. Uji Signifikansi secara Sebagian

j	Λ_j	$\Lambda_{.05}$	Approx F	df_1	df_2	$F_{.05}$	Keputusan	Kesimpulan
1	.05852	.563	17.367	9	70	2.017	H_0 ditolak	r_{c1} signifikan
2	.42552	.725	7.995	4	60	2.525	H_0 ditolak	r_{c2} signifikan
3	.93073	.874	2.307	1	31	4.160	H_0 diterima	r_{c3} tidak signifikan

Berdasarkan uji secara sebagian diketahui bahwa korelasi kanonik pertama dan kedua saja yang signifikan secara statistik maka fungsi pertama dan kedua dapat dianalisis lebih lanjut, sedangkan korelasi kanonik ketiga tidak signifikan secara statistik sehingga tidak dapat dianalisis.

4.4 Analisis Redundansi

Untuk fungsi kanonik pertama :

Tabel 3. Indeks Redundansi Fungsi Kanonik Pertama

Fungsi 1	Muatan Kanonik	Muatan Kanonik (kuadrat)	Rata-rata Muatan Kanonik	Korelasi Kanonik r_{c1}^2	Indeks Redundansi
y1	0.9576	0.9170			
y2	0.7498	0.5622			
y3	0.6720	0.4516			
Variabel Dependen		1.9308	0.6436	0.86247	0.55508
x1	0.8483	0.7196			
x2	0.5703	0.3252			
x3	0.7738	0.5988			
Variabel Independen		1.6436	0.5479	0.86247	0.47252

Untuk Fungsi kanonik ke dua :

Tabel 4. Indeks Redundansi Fungsi Kanonik Kedua

Fungsi 2	Muatan Kanonik	Muatan Kanonik (kuadrat)	Rata-rata Muatan Kanonik	Korelasi Kanonik r_{c2}^2	Indeks Redundansi
y1	-0.2864	0.0820			
y2	0.3083	0.0950			
y3	0.7211	0.5200			
Variabel Dependen		0.6971	0.2324	0.54281	0.12612
x1	-0.4872	0.2374			
x2	0.4620	0.2134			
x3	0.5189	0.2693			
Variabel Independen		0.7201	0.2400	0.54281	0.13029

Keragaman yang dapat dijelaskan pada fungsi kanonik pertama dan kedua dapat dijumlahkan secara bersama, sehingga variabel dependen dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 69 % dari variabel independen. Sebaliknya, variabel independen dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 60 % dari variabel dependen.

4.5 Interpretasi Fungsi Kanonik

4.5.1 Bobot Kanonik

Pada fungsi kanonik pertama urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_1, y_3, dan y_2..

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_3, y_1 dan y_2.

Pada fungsi kanonik pertama, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah x_1, x_3, dan x_2.

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif variabel independen terhadap variabel kanonik dependen adalah x_1, x_2, dan x_3.

4.5.2 Muatan Kanonik

Pada fungsi kanonik pertama, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik independen adalah x_1 , x_3, dan x_2.

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik independen adalah x_3, x_1, dan x_2.

Pada fungsi kanonik pertama, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_1, y_2, dan y_3.

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_3, y_2, dan y_1.

4.5.3 Muatan Silang Kanonik

Pada fungsi kanonik pertama, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik independen adalah x_1, x_3, dan x_2.

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik independen adalah x_3, x_1, dan x_2.

Pada fungsi kanonik pertama, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_1, y_2, dan y_3.

Pada fungsi kanonik kedua, urutan kontribusi relatif terhadap variabel kanonik dependen adalah y_3, y_2, dan y_1.

Tabel 5. Bobot, Muatan, dan Muatan Silang Kanonik Fungsi Kanonik Pertama

Variabel	Bobot	Muatan	Muatan Silang
y_1	0.7724	0.9576	0.8893
y_2	0.1174	0.7498	0.6964
y_3	0.2565	0.6720	0.6241
x_1	0.6436	0.8483	0.7878
x_2	0.0771	0.5703	0.5297
x_3	0.5300	0.7738	0.7186

Tabel 6. Bobot, Muatan, dan Muatan Silang Kanonik Fungsi Kanonik Kedua

Variabel	Bobot	Muatan	Muatan Silang
y_1	-0.8467	-0.2864	-0.2110
y_2	0.2266	0.3083	0.2272
y_3	0.9536	0.7211	0.5313
x_1	-0.9064	-0.4827	-0.3556
x_2	0.5896	0.4620	0.3404
x_3	0.5590	0.5189	0.3823

5. KESIMPULAN

1. Pada pengujian asumsi-asumsi korelasi kanonik: linieritas, variabel independen dan dependen berdistribusi normal multivariat, homoskedastisitas dan nonmultikolinieritas terpenuhi.
2. Berdasarkan pengolahan dan pembahasan data secara manual maupun dengan bantuan *software* diperoleh koefisien korelasi kanonik pertama sebesar 0.92869, koefisien korelasi kanonik kedua sebesar 0.73676, dan koefisien korelasi kanonik ketiga hanya sebesar 0.26318.
3. Pada uji signifikansi korelasi kanonik secara keseluruhan dan sebagian didapat bahwa korelasi kanonik pertama dan kedua yang signifikan secara statistik maka fungsi pertama dan kedua dapat diinterpretasikan lebih lanjut, sedangkan korelasi kanonik ketiga tidak signifikan sehingga tidak diintepretasikan.

4. Berdasarkan hasil analisis redundansi, dilihat pada indeks redundansi diketahui bahwa variabel dependen (tingkat kelembaban harian) dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 69 % dari variabel independen (tingkat suhu udara harian). Sebaliknya, variabel independen (tingkat suhu udara harian) dapat menjelaskan jumlah keragaman sebesar 60 % dari variabel dependen (tingkat kelembaban harian).
5. Pada interpretasi fungsi kanonik, dapat dilihat melalui nilai bobot, muatan, muatan silang kanonik terdapat hubungan yang lebih kuat dan berarti pada fungsi kanonik pertama dibandingkan fungsi kanonik kedua.
6. Pada fungsi kanonik pertama, variabel-variabel yang hubungnnya paling erat dengan variabel kanonik independen adalah Suhu udara harian maksimum, Daerah terpadu di bawah kurva suhu udara harian, dan Suhu udara harian minimum.
7. Pada fungsi kanonik pertama, variabel-variabel yang hubungnnya paling erat dengan variabel kanonik dependen adalah Kelembaban relatif harian maksimum, Kelembaban relatif harian minimum, dan Daerah terpadu di bawah kurva kelembaban harian.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Daniel, W. W., Statistika Non Parametrik, Alih Bahasa oleh Alex Tri Kantjono W, Gramedia, Jakarta, 1978.

[2] Hair, et al., *Multivariate Data Analysis*, *Seventh Edition*, Pearson Prentice Hall International Inc, New Jersey, 2010.

[3] Rencher, A. C., *Methods of Multivariate Analysis*, *Second Edition,* John Wiley & Sons Inc, New York, 2002.

[4] Johnson, R.A. and D. W. Wichern, *Applied Multivariate Statistical Analysis*, *Sixth Edition*, Prentice Hall International Inc, New Jersey, 2007.

[5] Gujarati, D., Ekonometrika Dasar, Alih Bahasa oleh Sumarno Zain, Erlangga, Jakarta, 1978.

[6] Timm, N. H., *Applied Multivariate Analysis,* Springer-Verlag NewYork Inc, New York, 2002.