

PEMODELAN *GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE (GSTAR) SEASONAL* PADA DATA CURAH HUJAN EMPAT KABUPATEN DI PROVINSI JAWA TENGAH

Eko Siswanto¹, Hasbi Yasin², Sudarno³

^{1,2,3}Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
Hasbiyasin17@gmail.com

ABSTRACT

In many applications, several time series data are recorded simultaneously at a number of locations. Time series data from nearby locations often to be related by spatial and time. This data is called spatial time series data. *Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)* model is one of space time models used to modeling and forecasting spatial time series data. This study applied GTSAR model to modeling volume of rainfall four locations in Jepara Regency, Kudus Regency, Pati Regency, and Grobogan Regency. Based on the smallest RMSE mean of forecasting result, the best model chosen by this study is $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ with the inverse distance weighted. Based on $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ with the inverse distance weighted, the relationship between the location shown on rainfall Pati Regency influenced by the rainfall in other regencies.

Keywords: GSTAR, RMSE, Rainfall

1. PENDAHULUAN

Runtun waktu adalah suatu deret observasi yang berturut dalam waktu. Analisis data runtun waktu digunakan untuk melakukan analisis data yang mempertimbangkan pengaruh waktu. Data runtun waktu banyak dicatat dalam berbagai bidang seperti curah hujan, pariwisata, pertanian, ekonomi dan bisnis. Sebagai contoh pada bidang ekonomi dan bisnis, data runtun waktu yang dapat diamati seperti penutupan harga saham harian, suku bunga mingguan, indeks harga bulanan, penjualan kuartalan dan jumlah produksi tahunan (Wei, 2006).

Menurut Box et al. (1994) time series merupakan rangkaian pengamatan yang berurutan dalam waktu. Pada beberapa studi empirik, data deret waktu seringkali memiliki kompleksitas tersendiri. Data tidak hanya dipengaruhi oleh waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga mempunyai keterkaitan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya. Data dengan keterkaitan deret waktu dan lokasi disebut dengan data space time (Ardianto, 2014). Hukum pertama tentang geografi yang dikemukakan oleh Tobler, menyatakan bahwa segala sesuatu saling berhubungan satu dengan yang lainnya, tetapi sesuatu yang dekat lebih mempunyai pengaruh daripada sesuatu yang jauh (Anselin, 1988). Hubungan kedekatan antarlokasi dinyatakan dalam matrik pembobot spasial W . Beberapa matrik pembobot yang bisa digunakan adalah pembobot seragam, invers jarak dan normalisasi korelas silang.

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) merupakan salah satu model *space time* yang dapat digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data yang mempunyai keterkaitan waktu sebelumnya dan keterkaitan dengan lokasi yang berdekatan. Model ini merupakan pengembangan dari model Space Time Autoregressive (STAR) yang diperkenalkan oleh Pfeifer dan Deutsch pada tahun 1980. Beberapa penelitian yang telah dilakukan sebelumnya terkait GSTAR adalah skripsi Lina Irawati tahun 2015 untuk data

non-musiman dengan tiga pembobot spasial dan skripsi Ronny Gusnadi 2015 untuk data musiman dengan dua pembobot spasial.

Salah satu implementasi metode GSTAR pada kehidupan sehari-hari adalah masalah siklus curah hujan pada periode dan lokasi tertentu. Volume Curah hujan di Indonesia memiliki intensitas yang berbeda pada periode-periode tertentu. Beberapa bulan curah hujan di beberapa wilayah tinggi dan sebagian wilayah yang lain rendah bahkan ada daerah yang curah hujannya nol. Curah hujan memiliki periode tertentu sepanjang tahun dan cenderung memiliki pola tertentu untuk periode tertentu. Curah hujan suatu lokasi dengan lokasi lain yang berdekatan memiliki kecenderungan jumlah curah hujan yang mirip karena letak daerahnya yang tidak terpaut jauh.

Provinsi Jawa Tengah terdiri dari beberapa kabupaten yang jarak antarkabupaten ada yang berjauhan dan ada yang saling berdekatan. Dari hasil pengamatan peta, Beberapa kabupaten yang letaknya saling berdekatan diantaranya Kabupaten Jepara, Kudus, Pati, dan Grobogan. Dalam pencatatan data curah hujan di empat lokasi tersebut, pengurutan data yang didapat mempertimbangkan faktor waktu, faktor lokasi, dan faktor musiman. Sehingga, penulis memutuskan untuk mengangkat topik penelitian dengan judul *Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Seasonal* pada Data Curah Hujan Empat Kabupaten di Provinsi Jawa tengah. Untuk hubungan kedekatan antarlokasi dinyatakan dalam matrik pembobot spasial seragam, invers jarak, dan normalisasi korelasi silang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. *Multivariate Time Series*

Multivariate time series biasanya disajikan dalam suatu *vector time series*. Gagasan dari suatu *vector time series* berawal dari konsep *vector stochastic* atau *random process* yang didefinisikan sebagai kumpulan dari *random vectors* yang disusun oleh waktu $Z(t_1)$, $Z(t_2)$, ..., $Z(t_n)$. Membangun model runtun waktu multivariat memerlukan diadakannya tes untuk menentukan dan menemukan interaksi yang ada antara suatu variabel runtun waktu dengan satu atau lebih variabel lain (Cromwell et al., 1994).

Cromwell et al. (1994) menyatakan bahwa tahap paling sulit dalam membangun model ini adalah tahap identifikasi model. Tahapan pembentukan model dalam runtun waktu multivariat sama halnya dengan kasus runtun waktu univariat yang terdiri dari identifikasi, estimasi, dan cek diagnosa.

2.2. Stasioneritas

Stasioneritas dari data *Multivariate time series* dapat dilihat dari plot *Matrix Autocorrelation Function (MACF)* dan *Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)*. Plot *MACF* yang turun secara perlahan mengindikasikan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata sehingga perlu dilakukan differencing untuk menstasionerkan data. Demikian juga saat data tidak stasioner dalam varian perlu dilakukan transformasi agar memperoleh data yang stasioner (Wei, 2006).

2.3. *Matrix Autocorrelation Function (MACF)*

Matriks korelasi sampel ini sangat berguna dalam mengidentifikasi orde model *Moving Average (MA)*. Akan tetapi, bentuk grafik dan matriks semakin kompleks apabila dimensi dan vektornya semakin besar, sehingga menyulitkan dalam pengidentifikasian (Wei, 1994). Box dan Tiao (1981) dalam Wei (1994) memperkenalkan suatu metode sederhana dalam meringkas korelasi sampel, yaitu menggunakan simbol yang dinotasikan dengan (+), (-) dan (.) pada matriks korelasi sampel ke (i,j) . Simbol-simbol tersebut dapat diartikan sebagai berikut:

- a) Simbol (+) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih besar dari 2 kali standar error dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan hubungan korelasi positif antara komponen (i,j).
- b) Simbol (-) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ lebih kecil dari -2 kali standar error dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan hubungan korelasi negatif antara komponen (i,j).
- c) Simbol (.) menunjukkan bahwa nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ berada di antara ± 2 kali standar error dari $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dan menunjukkan tidak adanya korelasi antara komponen (i,j).

Standar error dari nilai $\hat{\rho}_{ij}(k)$ dapat dihitung dengan persamaan sebagai berikut:

$$S_{\hat{\rho}_{ij}(k)} = \sqrt{\frac{1}{T} (1 + 2\hat{\rho}_{ij}^2(1) + 2\hat{\rho}_{ij}^2(2) + \dots + 2\hat{\rho}_{ij}^2(k-1))} \quad (1)$$

dimana T adalah banyaknya pengamatan.

2.4. Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF)

Persamaan autokorelasi parsial (PACF) sangat berguna dalam mengidentifikasi orde dari sebuah univariat model AR (p). Box dan Tiao (1981) dalam Wei (2006) mengajukan sebuah perluasan dari konsep PACF ke dalam suatu proses vector time series. Box dan Tiao (1981) dalam Wei (2006) menjelaskan Matrix Partial Autocorrelation Function (MPACF) pada lag ke-k yang dinotasikan dengan $\mathcal{P}(k)$ merupakan koefisien matriks terakhir ketika data yang dimasukkan ke dalam suatu proses vector time series dari orde p. $\mathcal{P}(k)$ merupakan persamaan untuk $\Phi_{k,k}$ dalam regresi linier multivaria. persamaan untuk matriks autokorelasi parsial adalah sebagai berikut (Wei, 2006):

$$\mathcal{P}(k) = \begin{cases} \Gamma'(1)[\Gamma(0)]^{-1}, & k = 1 \\ \{\Gamma'(k) - \mathbf{c}'(k)[\mathbf{A}(k)]^{-1}\mathbf{b}(k)\} \{\Gamma'(0) - \mathbf{b}'(k)[\mathbf{A}(k)]^{-1}\mathbf{b}(k)\}^{-1}, & k > 1 \end{cases} \quad (2)$$

2.5. Model Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR)

Menurut Wutsqa et al. (2010), jika diberikan suatu vektor deret waktu $Z_t = [Z_{1,t}, Z_{2,t}, \dots, Z_{n,t}]'$, $t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, sebagai suatu vektor deret waktu berdimensi n, maka model GSTAR dari orde autoregressive p dan orde spasial $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$, GSTAR ($p\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$) dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t) = \sum_{k=1}^p [\Phi_{k0} + \sum_{l=1}^{\lambda_p} \Phi_{kl} \mathbf{W}^{(l)}] \mathbf{Z}(t-k) + \mathbf{a}(t) \quad (3)$$

dimana $\Phi_{k0} = \text{diag}(\phi_{k0}^1, \dots, \phi_{k0}^n)$ dan $\Phi_{kl} = \text{diag}(\phi_{kl}^1, \dots, \phi_{kl}^n)$, sedangkan bobot-bobot dipilih untuk memenuhi $w_{ii}^{(l)} = 0$ dan $\sum_{j=1}^n w_{ij}^{(l)} = 1$.

Berdasarkan batasan permasalahan, orde spasial dibatasi pada orde spasial λ_1 karena orde yang lebih tinggi akan sulit untuk diinterpretasikan (Wutsqa et al., 2010). Sedangkan orde autoregressive p ditentukan melalui pendekatan dalam model VAR (Vector Autoregressive). Pada proses pembentukan model VAR, tahap identifikasi meliputi identifikasi plot deret waktu, MACF (Matrix Autocorrelation Function), MPACF (Matrix Partial Autocorrelation Function), dan menggunakan nilai Akaike's Information Criterion (AIC) pada beberapa orde model (Wutsqa dan Suhartono, 2010). Keterkaitan spasial dalam model GSTAR dinyatakan dalam matriks pembobot. Beberapa pembobot spasial yang dapat diaplikasikan pada model GSTAR di antaranya adalah bobot seragam, bobot invers jarak, dan bobot normalisasi korelasi silang.

$$\text{Bobot seragam didefinisikan dalam } W_{ij} = \frac{1}{n_i}, \quad (4)$$

dengan n_i : banyaknya lokasi yang berdekatan dengan lokasi i. Untuk persamaan bobot

$$\text{invers jarak didefinisikan sebagai berikut: } w_{i,j} = \frac{\left(\frac{1}{1+d_{i,j}}\right)}{\sum_{j=1}^N \left(\frac{1}{1+d_{i,j}}\right)} \quad (5)$$

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} w_{ij} = 1$ serta $d_{i,j} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$. (6)

Sedangkan taksiran dari bobot normalisasi korelasi silang adalah:

$$r_{ij}(s) = \frac{\sum_{t=s+1}^T [(Z_i(t) - \bar{Z}_i)(Z_j(t-s) - \bar{Z}_j)]}{\left[\sum_{t=1}^T (Z_i(t) - \bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^T (Z_j(t) - \bar{Z}_j)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

Adapun matriks pembobotnya adalah $w_{ij} = \frac{r_{ij}(1)}{\sum_{j \neq i} |r_{ij}(1)|}$, (8)

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} |w_{ij}| = 1$

2.6. Estimasi Parameter

Suatu model GSTAR dapat direpresentasikan sebagai sebuah model linear dan parameter-parameter *autoregressive* model dapat diestimasi menggunakan metode kuadrat terkecil atau metode *least square* (Borovkova *et al.*, 2008). Jika diberikan pengamatan $Z_i(t)$, $t = 1, 2, \dots, T$, untuk lokasi $i = 1, 2, \dots, n$, dan dengan

$$V_i(t) = \sum_{j=1}^n w_{ij} Z_j(t) \quad \text{untuk } i \neq j, \quad (9)$$

maka persamaan untuk lokasi ke- i dalam model linear dapat ditulis dalam bentuk $\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}_i \boldsymbol{\beta}_i + \mathbf{a}_i$, dimana $\boldsymbol{\beta}_i = (\phi_{10}^i, \phi_{11}^i)'$ merupakan parameter *autoregressive* untuk waktu dan spasial. Adapun penjabaran matriksnya adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{Y}_i = \begin{bmatrix} Z_i(1) \\ Z_i(2) \\ \vdots \\ Z_i(T) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} Z_i(0) & V_i(0) \\ Z_i(1) & V_i(1) \\ \vdots & \vdots \\ Z_i(T-1) & V_i(T-1) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{a}_i = \begin{bmatrix} a_i(1) \\ a_i(2) \\ \vdots \\ a_i(T) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Persamaan model untuk semua lokasi secara bersamaan mengikuti struktur model linear $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{a}$, dengan $\mathbf{Y} = (\mathbf{Y}'_1, \dots, \mathbf{Y}'_n)'$, $\mathbf{X} = \text{diag}(\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_n)$, $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}'_1, \dots, \boldsymbol{\beta}'_n)'$, dan $\mathbf{a} = (\mathbf{a}'_1, \dots, \mathbf{a}'_n)'$. Estimasi dari vektor parameter dengan metode *Least Square* adalah

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = [\mathbf{X}'\mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y} \quad (11)$$

2.7. Pengujian Asumsi Residual

Setelah mendapatkan estimasi parameter model yang signifikan, model tersebut sebaiknya dilakukan pengecekan apakah asumsi-asumsi model telah terpenuhi. Asumsi dasar yang harus dipenuhi adalah *error vector* bersifat white noise dan terdistribusi secara normal. Residual bersifat *white noise* mengartikan bahwa residual dari masing-masing data adalah saling independen (Wutsqa *et al.*, 2010). Jika nilai AIC residual terkecil berada pada lag ke-0 maka dapat dikatakan bahwa tidak ada korelasi antar masing-masing residual, yang berarti residual bersifat white noise. Metode untuk mengevaluasi kesesuaian data residual dengan distribusi normal multivariate secara visual dapat dilihat melalui *Quantile-Quantile* plot (*Q-Q* plot) sedangkan secara formal pengujian normalitas digunakan uji Kolmogorov-Smirnov (Bohling, 2006).

2.8. Kriteria Pemilihan Model Peramalan Terbaik

Kriteria pemilihan model biasanya berdasarkan pada nilai-nilai residual dari kemungkinan model atau pada nilai residual peramalan dari peramalan out-sample. Kriteria pemilihan orde autoregressive p dari semua kemungkinan model ditentukan menggunakan metode Akaike's Information Criterion (AIC). Sedangkan untuk kriteria pemilihan model peramalan terbaik ditentukan dengan memperhatikan nilai Root Mean Square Error (RMSE). Perhitungan nilai $AIC(p)$ diperoleh melalui persamaan berikut (Wutsqa *et al.*, 2010):

$$AIC(p) = \ln(|\hat{\Sigma}_p|) + \frac{2K^2p}{T} \quad (12)$$

dimana K adalah banyaknya parameter dalam model, T merupakan banyak pengamatan, dan $\hat{\Sigma}_p$ merupakan matriks dugaan varian-kovarian residual. Orde autoregressive p dari model GSTAR ditentukan oleh nilai $AIC(p)$ terkecil dari semua kemungkinan orde model. Untuk persamaan RMSE dirumuskan sebagai berikut:

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Z_t - \hat{Z}_t)^2\right)} \quad (29)$$

dengan T merupakan banyaknya pengamatan, Z_t adalah nilai pengamatan pada waktu ke- t , dan \hat{Z}_t adalah nilai ramalan pada waktu ke- t . Model peramalan dengan nilai RMSE yang lebih kecil merupakan model peramalan yang lebih akurat.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1. Identifikasi Stasioneritas

Pada pemodelan GSTAR, langkah pertama yang perlu dilakukan adalah tahap identifikasi. Tahap identifikasi berupa identifikasi MACF (Matrix Autocorrelation Function), MPACF (Matrix Partial Autocorrelation Function), dan nilai AIC (Akaike's Information Criterion) pada beberapa orde.

Tabel 1. Skema Matriks Korelasi Silang (MACF) $Z_1(t)$, $Z_2(t)$, $Z_3(t)$, dan $Z_4(t)$ Setelah *Differencing* 12

Variabel/Lag	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Z_1(t)$	+++
$Z_2(t)$.+.	+.+
$Z_3(t)$	+++
$Z_4(t)$	+++

Ket. + artinya $> 2 \cdot \text{std error}$, - artinya $< -2 \cdot \text{std error}$, . artinya diantara, $Z_1(t)$: Volume curah hujan Kab. Jepara waktu ke t , $Z_2(t)$: Volume curah hujan Kab. Kudus waktu ke t , $Z_3(t)$: Volume curah hujan Kab. Pati waktu ke t , $Z_4(t)$: Volume curah hujan Kab. Grobogan waktu ke t .

Tabel 4 menunjukkan bahwa data sudah stasioner. Hal ini ditunjukkan dengan banyaknya notasi (.) yang mengindikasikan bahwa tidak adanya korelasi. Sementara notasi (+) dan (-) pada skema hanya keluar pada lag tertentu. Suhartono dan Subanar (2007) membahas kondisi stasioner dalam runtun waktu multivariat dilihat pada proses yang stasioner dalam mean, sehingga pada penelitian ini dilakukan pengecekan stasioneritas hanya dalam mean.

3.2. Identifikasi Model GSTAR

Setelah data stasioner, maka dilanjutkan dengan pembentukan model GSTAR. Pencarian orde dilakukan dengan memeriksa skema matriks korelasi silang parsial (MPACF) dan nilai AIC pada beberapa orde, khususnya pada nilai AIC terkecil.

Tabel 2. Skema Matriks Korelasi Silang Parsial (MPACF) $Z_1(t)$, $Z_2(t)$, $Z_3(t)$, $Z_4(t)$ Setelah *Differencing* 12

Variabel/Lag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$Z_1(t)$
$Z_2(t)$.+.
$Z_3(t)$
$Z_4(t)$

Ket. + artinya $> 2 \cdot \text{std error}$, - artinya $< -2 \cdot \text{std error}$, . artinya diantara, $Z_1(t)$: Volume curah hujan Kab. Jepara waktu ke t , $Z_2(t)$: Volume curah hujan Kab. Kudus waktu ke t , $Z_3(t)$: Volume curah hujan Kab. Pati waktu ke t , $Z_4(t)$: Volume curah hujan Kab. Grobogan waktu ke t .

Pada Tabel 5 lag-lag yang berada di luar nilai standar error dipilih sebagai orde autoregressive model sementara yang sesuai. Orde yang mempunyai nilai AIC terkecil dianggap orde model sementara yang sesuai. Adapun nilai AIC untuk semua model dugaan dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 3. Ringkasan Nilai-nilai AIC dari Orde Model AR

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 1	41,34184	41,93033	41,954896	42,200576	42,614252	42,835617
AR 2	41,365204	42,070092	42,342502	42,677461	43,501641	43,96592
AR 3	41,862512	42,579533	42,78721	43,563137	44,559858	45,427271
AR 4	42,289748	43,029664	43,689314	44,662804	45,744067	47,022457
AR 5	42,842045	43,774875	44,747562	45,489633	46,798738	49,646233

Berdasarkan Tabel 6 terlihat bahwa nilai AIC terkecil terdapat pada AR (1) yakni sebesar 41,34184, sehingga dapat disimpulkan pada tahap identifikasi diperoleh model sementara yang paling sesuai mempunyai orde autoregressive satu. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa untuk memodelkan GSTAR musiman pada kasus ini merupakan hasil differencing 12 dengan model yang digunakan adalah GSTAR (1₁)-I(1)¹².

3.3. Penentuan Bobot Lokasi pada Model GSTAR

Matriks bobot seragam yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0,33 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0 & 0,33 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0 & 0,33 \\ 0,33 & 0,33 & 0,33 & 0 \end{bmatrix}$$

matriks pembobot dengan metode invers jarak adalah sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0,352332 & 0,309617 & 0,338051 \\ 0,346557 & 0 & 0,310529 & 0,342913 \\ 0,343383 & 0,350134 & 0 & 0,306483 \\ 0,351031 & 0,362013 & 0,286956 & 0 \end{bmatrix}$$

Dan matrik pembobot normalisasi korelasi silang adalah sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0,410342 & 0,301493 & 0,288165 \\ 0,354936 & 0 & 0,264266 & 0,380798 \\ 0,326092 & 0,406017 & 0 & 0,267891 \\ 0,355124 & 0,337366 & 0,30751 & 0 \end{bmatrix}$$

3.4. Estimasi Parameter Model GSTAR

Persamaan model GSTAR (1₁)-I(1)¹² dengan bobot seragam untuk data volume curah hujan masing-masing kabupaten sebagai berikut.

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Jepara

$$Z_1(t) = Z_1(t - 12) + 0,22044(Z_3(t - 1) - Z_3(t - 13)) + a_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Kudus

$$Z_2(t) = Z_2(t - 12) + 0,22044(Z_3(t - 1) - Z_3(t - 13)) + a_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Pati

$$Z_3(t) = Z_3(t - 12) + a_3(t)$$

iv. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_4(t) = Z_4(t - 12) + 0,22044(Z_3(t - 1) - Z_3(t - 13)) + a_4(t)$$

Persamaan model GSTAR (1₁)-I(1)¹² dengan bobot invers jarak untuk data volume curah hujan masing-masing kabupaten sebagai berikut.

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Jepara

$$Z_1(t) = Z_1(t - 12) + a_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Kudus

$$Z_2(t) = Z_2(t - 12) + a_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Pati

$$Z_3(t) = Z_3(t - 12) + 0,234(Z_1(t - 1) - Z_1(t - 13)) +$$

- $0,238(Z_2(t-1) - Z_2(t-13)) + 0,209(Z_4(t-1) - Z_4(t-13)) + a_3(t)$
- iv. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan
 $Z_4(t) = Z_4(t-12) + a_4(t)$
 Persamaan model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ dengan bobot normalisasi korelasi silang untuk data volume curah hujan masing-masing Kabupaten sebagai berikut.
- i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Jepara
 $Z_1(t) = Z_1(t-12) + a_1(t)$
- ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Kudus
 $Z_2(t) = Z_2(t-12) + a_2(t)$
- iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Pati
 $Z_3(t) = Z_3(t-12) + 0,235(Z_1(t-1) - Z_1(t-13)) + 0,293(Z_2(t-1) - Z_2(t-13)) + 0,193(Z_4(t-1) - Z_4(t-13)) + a_3(t)$
- iv. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan
 $Z_4(t) = Z_4(t-12) + a_4(t)$

3.5. Cek Diagnosa Asumsi *White Noise* dan Normal Multivariat Residual

Tabel 4. AIC Residual dari Model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ dengan Bobot Seragam

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	42,294986	42,837604	43,144892	43,089555	43,401783	43,920325
AR 1	42,600432	43,113148	43,459938	43,427685	43,734326	44,46624
AR 2	42,862192	43,352293	43,839659	43,949916	44,35567	45,426485
AR 3	42,933331	43,407468	44,018696	44,743918	45,527287	46,853587
AR 4	43,240905	43,845153	44,491611	45,457439	46,817365	48,814128
AR 5	43,935195	44,429615	45,406486	46,752762	48,902292	51,818787

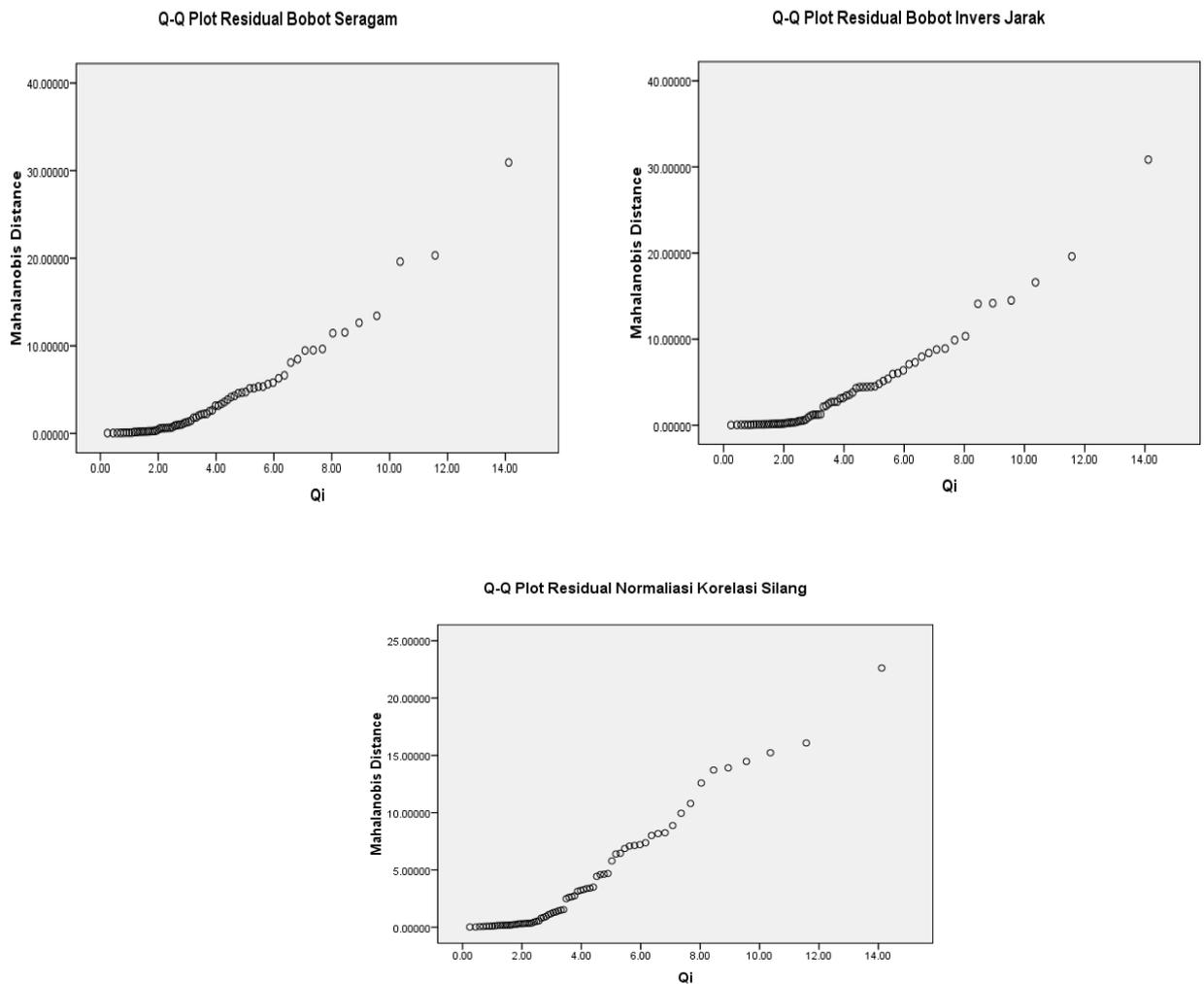
Tabel 5. AIC Residual Model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ dengan Bobot Invers Jarak

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	42,297819	42,819023	43,130423	43,102375	43,447589	43,890411
AR 1	42,567203	43,072784	43,411395	43,388499	43,778488	44,514562
AR 2	42,825154	43,379939	43,864968	44,017862	44,315181	45,2160
AR 3	42,89186	43,318095	44,087033	44,666272	45,45515	46,708946
AR 4	43,153607	43,776095	44,453903	45,495489	46,885886	48,734335
AR 5	43,946628	44,453782	45,479686	46,740685	48,734681	51,66869

Tabel 6. AIC Residual dari Model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ dengan Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	42.27912	42.67526	42.891549	43.078167	43.398643	44.13054
AR 1	42.428855	42.939997	43.31565	43.604264	44.058838	45.023097
AR 2	42.861388	43.462924	43.588047	44.27655	44.82452	45.88288
AR 3	42.922266	43.576527	44.141854	45.191122	46.061348	47.161897
AR 4	43.112902	43.690742	44.576744	45.697657	47.337407	48.814738
AR 5	43.883726	44.571223	45.53561	47.051561	48.874103	52.179844

Berdasarkan Tabel 4, 5, dan 6 dapat diketahui bahwa nilai AIC minimum dari residual model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ terdapat pada orde AR (0) dan MA (0). Hal ini mengindikasikan bahwa tidak terdapat korelasi antar masing-masing residual, yang berarti residual model GSTAR $(1_1)-I(1)^{12}$ bersifat white noise.



Dari tiga Q-Q plot di atas, menunjukkan bahwa residual model $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ tersebar mendekati garis lurus. Sehingga, dapat ditarik kesimpulan bahwa residual juga memenuhi asumsi normal multivariat residual.

3.6. Pemilihan Model Terbaik

Tabel 7. Ringkasan RMSE model $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ pada Setiap Bobot Lokasi

Jenis Bobot	Lokasi				Rata-rata
	Jepara	Kudus	Pati	Grobogan	
Seragam	112,7328	147,9091	165,5913	150,6446	144,2194
Invers Jarak	110,5917	148,5375	154,0404	135,6844	137,2135
Korelasi Silang	110,5917	148,5375	153,7797	135,6844	137,1483

Berdasarkan ringkasan RMSE pada Tabel 7 dapat disimpulkan bahwa model $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ dengan bobot normalisasi korelasi silang merupakan model yang lebih baik dalam menggambarkan model ini. Hal itu dijelaskan oleh nilai RMSE dari hasil peramalan pada model $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ dengan bobot normalisasi korelasi silang lebih kecil dari model $GSTAR(1_1)-I(1)^{12}$ dengan bobot seragam dan invers jarak yaitu sebesar 137.1483. Sehingga akan memberikan nilai peramalan dengan kesalahan yang lebih kecil dibandingkan dengan model dengan bobot seragam dan invers jarak.

4. KESIMPULAN

Model terbaik yang dihasilkan adalah model GSTAR (1₁)-I(1)¹² dengan bobot normalisasi korelasi silang, karena memiliki nilai rata-rata RMSE yang lebih kecil yaitu sebesar 137.1483. Model GSTAR (1₁)-I(1)¹² terbaik dari masing-masing lokasi dari data volume curah hujan empat kabupaten di Jawa Tengah adalah sebagai berikut.

- a. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Jepara

$$Z_1(t) = Z_1(t - 12) + a_1(t)$$

- b. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Kudus

$$Z_2(t) = Z_2(t - 12) + a_2(t)$$

- c. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Pati

$$Z_3(t) = Z_3(t - 12) + 0,235(Z_1(t - 1) - Z_1(t - 13)) + 0,293(Z_2(t - 1) - Z_2(t - 13)) + 0,193(Z_4(t - 1) - Z_4(t - 13)) + a_3(t)$$

- d. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_4(t) = Z_4(t - 12) + a_4(t)$$

DAFTAR PUSTAKA

- Aldrian, E., Susanto, R. D. 2003. *Identification of Three Dominant Rainfall Regions Within Indonesia and Their Relationship to Sea Surface Temperature*. International Journal of Climatology Vol. 23, Hal. 1435-1452.
- Amstrong, J.S. *Significance Test Harm Progress in Forecasting*. International Journal of Forecasting Vol. 23, Hal. 321-327.
- Anggraeni, D., Prahutama, A., Andari, S. 2013. *Aplikasi Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) Pada Pemodelan Volume Kendaraan Masuk Tol Semarang*. Media Statistika Vol. 6, No. 2: Hal. 71-80.
- Anselin, L. 1988. *Spatial Econometrics: Methods and Models*. Dordrecht The Netherlands: Kluwer Academic Publishers
- Ardianto, M. P. 2014. *Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Tiga Periode Waktu (Studi Kasus Inflasi di Lima Kota Besar di Pulau Jawa)*. Jurnal Mahasiswa Statistik Vol. 2, No. 4: Hal. 265-268.
- [BMKG Semarang] Badan Meteorologi Klimatologi dan Geofisika Stasiun Klimatologi Semarang. 2019. *Kriteria Curah Hujan Bulanan*. Semarang: BMKG Semarang.
- Bohling, G. 2006. *Classical Normal-Based Discriminant Analysis*. <http://people.ku.edu/~gbohling/EECS833>. Diakses: 23 Juni 2019.
- Borovkova, S.A., Lopuhaa, H.P., Ruchjana, B. N. 2008. *Consistency and Asymptotic Normality of Least Square Estimators in Generalized STAR Models*. Journal compilation Statistica Neerlandica, Hal. 482-500.
- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., dan Reinsel, G.C. 1994. *Time Series Analysis: Forecasting and Control 3rd edition*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- Cromwell, B. J., et al. 1994. *Multivariate Test For Time Series Models*. United State of America: Sage Publication, Inc.
- Fotheringham, A. S., Brunson, C., Charlton, M. 2000. *Quantitative Geography*. London: Sage Publications Ltd.
- Gilgen, H. 2006. *Univariate Statistics in Geosciences*. Netherland: Springer.
- Hermawan, E., Lestari, S. 2007. *Analisis Variabilitas Curah Hujan di Sumatera Barat dan Selatan Dikaitkan dengan Kejadian Dipole Mode*. Bandung: Program Studi Geofisika dan Meteorologi ITB.
- Johnson, R. A., Wichern, D. W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. United States of Amerika: Pearson Prentice Hall.
- Linsley, R. K., Franzini J. B. 1996. *Teknik Sumber Daya Air Jilid 2*. Jakarta: Erlangga.

- Manurung, A. H. 1990. *Teknik Peramalan Bisnis dan Ekonomi*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Pandit, S. M., Wu, S. M. 2001. *Time Series and System Analysis With Application*. Malabar: Krieger Pub Co.
- Pfeifer, P.E., Deutsch, S.J. 1980. *A Three Stage Iterative Procedure for Space-Time Modeling*. Technometrics Vol. 22, No. 1: Hal. 35-47.
- Suhartono dan Subanar. 2006. *The Optimal Determination of Space Weight in GSTAR Model by using Cross-correlation Inference*. Journal of Quantitative Methods: Journal Devoted the Mathematical and Statistical Application in Various Field Vol. 2, No.2: Hal. 45-53.
- Suhartono dan Subanar. 2007. *Some Comments on the Theorem Providing Stationarity Condition for GSTAR Models in the Paper by Borovkova et al.* Journal of The Indonesian Mathematical Society (MIHMI) Vol. 13, No. 1: Hal. 115-121.
- Trewartha, G. T., Horn, L. H. 1995. *Pengantar Iklim Edisi Kelima*. Yogyakarta: UGM Press.
- Wei, W.W.S. 1994. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*, Canada: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Wutsqa, D. U., Suhartono, Sutijo, B. 2010. *Generalized Space-Time Autoregressive Modeling, Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010)*. Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, Hal. 752:761.