

KAPABILITAS PROSES DENGAN ESTIMASI FUNGSI DENSITAS KERNEL PADA PRODUKSI DENIM DI PT APAC INTI CORPORA

Puput Ramadhani¹, Dwi Ispriyanti², Diah Safitri³

^{1,2,3} Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
e-mail : puputramadhani04@gmail.com

ABSTRACT

The quality of production becomes one of the basic factors of consumer decisions in choosing a product. Quality control is needed to control the production process. Control chart is a tool used in performing statistical quality control. One of the alternatives used when the data obtained is not known distribution is analyzed by nonparametric approach based on estimation of kernel density function. The most important thing in estimating kernel density function is optimal bandwidth selection (h) which minimizes Cross Validation (CV) value. Some of the kernel functions used in this research are Rectangular, Epanechnikov, Triangular, Biweight, and Gaussian. If the process control chart is statistically controlled, a process capability analysis can be calculated using the process conformity index to determine the nature of the process capability. In this research, the kernel control chart and process conformity index were used to analyze the slope shift of Akira-F style fabric and Corvus-SI style on the production of denim fabric at PT Apac Inti Corpora. The results of the analysis show that the production process for Akira-F style is statistically controlled, but $Y_{pk} > Y_p$ is $0.889823 > 0,508059$ indicating that the process is still not in accordance with the specified limits set by the company, while for Corvus- SI is statistically controlled and $Y_{pk} < Y_p$ is $0.637742 < 0.638776$ which indicates that the process is in accordance with the specification limits specified by the company.

Keywords: kernel density function estimation, Cross Validation, kernel control chart, denim fabric, process capability

1. PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi saat ini menimbulkan persaingan yang sangat ketat terutama antara perusahaan yang sejenis. Perusahaan perlu meningkatkan kualitas atau inovasi produk agar bisa bersaing mendapatkan dan mempertahankan konsumen. Oleh karena itu kualitas produk menjadi salah satu bagian yang penting dalam setiap proses produksi. Kualitas adalah faktor kunci yang membawa keberhasilan bisnis, pertumbuhan, dan peningkatan posisi dalam persaingan. Kualitas dapat memberikan pertumbuhan bisnis dan mempertinggi posisi persaingan bagi perusahaan (Montgomery, 1990).

Dalam industri manufaktur, *Statistical Process Control* (SPC) merupakan salah satu metode statistika menggunakan grafik pengendali yang digunakan untuk mengontrol proses produksi. Hasil kontrol proses produksi dapat meningkatkan kinerja proses produksi dan menganalisa permasalahan kualitas suatu produk. Karakteristik kualitas tidak selalu diketahui distribusinya, yang ada hanya data mentah hasil observasi. Oleh karena itu, dikembangkan alternatif grafik pengendali dengan pendekatan nonparametrik yaitu berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel (Vermaat *et al*, 2003).

Fungsi densitas kernel merupakan salah satu metode nonparametrik untuk menduga fungsi kepadatan probabilitas dari suatu variabel acak. Estimasi densitas kernel ditentukan oleh dua hal penting yaitu pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth* (h). Metode pemilihan *bandwidth* (h) optimal menggunakan metode *Least Square Cross Validation* yang merupakan metode untuk menduga kesalahan prediksi (Santoso, 2008). Apabila hasil proses produksi terkendali, suatu produk harus mampu memenuhi spesifikasi yang ditentukan. Sehingga perlu dilakukan analisis kemampuan suatu produk yang dilihat dari proses produksinya yang disebut analisis kapabilitas proses. Pada penelitian tugas akhir

ini akan dianalisis kapabilitas proses untuk mengetahui apakah hasil proses produksi sudah memenuhi spesifikasi yang ditetapkan oleh perusahaan.

PT. Apac Inti Corpora merupakan perusahaan yang bergerak di bidang industri tekstil terkemuka dari Indonesia. Jaminan kualitas produk yang dihasilkan menjadi faktor terpenting dalam rangka memenuhi kebutuhan sandang konsumen, sehingga pengendalian kualitas dilakukan pada setiap proses produksinya, termasuk di PT Apac Inti Corpora bagian *Inspecting Denim*. Pengendalian kualitas yang dilakukan beragam, salah satunya adalah pengukuran pergeseran kemiringan kain atau biasa disebut dengan *skew movement*. Hasil penelitian dapat memberikan masukan kepada pihak perusahaan dalam menentukan strategi pengendalian kualitas di masa yang akan datang sebagai upaya peningkatan kualitas produk.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Kualitas

Kualitas adalah ukuran seberapa dekat suatu barang atau jasa sesuai dengan standar tertentu. Standar mungkin berkaitan dengan waktu, bahan, kinerja, kemampuan, atau karakteristik (objektif dan dapat diukur) yang dapat dikuantifikasikan (Marimin, 2005).

Salah satu produk yang dihasilkan oleh PT Apac Inti Corpora adalah denim. Denim yang diproduksi memiliki berbagai macam jenis atau biasa disebut dengan *style*. Sampai saat ini PT Apac Inti Corpora telah memproduksi denim sebanyak 355 *style*. Salah satu karakteristik kualitas dari produk denim berupa kemiringan kain atau biasa disebut *skew movement* dengan batas spesifikasi yang berbeda setiap *style*. Produk tersebut diinspeksi secara manual untuk memastikan kualitas produk yang dihasilkan sesuai dengan ketentuan dan standarnya sehingga kepuasan pelanggan dapat terjaga dengan baik.

2.2 *Statistical Process Control (SPC)*

Statistical Process Control adalah teknik untuk memastikan setiap proses yang digunakan agar barang atau jasa yang dikirimkan kepada konsumen memenuhi standar kualitas (Syukron dan Kholil, 2013).

Tujuan dari pengendalian kualitas adalah menyidik dengan cepat sebab-sebab terduga atau pergeseran proses sedemikian hingga penyelidikan terhadap proses itu dan tindakan pembetulan dapat dilakukan sebelum terlalu banyak produk yang tidak sesuai dengan standar produk yang tidak diinginkan. Tujuan akhir pengendalian kualitas adalah mengurangi variabilitas dalam suatu proses (Montgomery, 1990).

2.3 Grafik Pengendali

Menurut Montgomery (1990), grafik pengendali adalah alat untuk menggambarkan dengan cara yang tepat apa yang dimaksudkan dengan pengendalian statistik yang digunakan sebagai alat pengendalian manajemen guna mencapai tujuan tertentu berkenaan dengan kualitas proses.

2.3.1 Grafik Pengendali Parametrik

Teori umum grafik pengendali pertama kali ditentukan oleh Dr. Walter A. Shewhart, grafik pengendali ini sering disebut grafik pengendali Shewhart. Grafik pengendali ini merupakan jenis grafik pengendali parametrik karena mempunyai parameter tertentu sebagai karakteristiknya (Montgomery, 1990).

Montgomery (1990) memberikan model umum untuk batas grafik pengendali. Diberikan sebuah notasi w berupa statistik sampel yang mengukur suatu karakteristik

kualitas, dan misalkan bahwa mean w adalah μ_w dan standar deviasi w adalah σ_w . Maka garis tengah, batas pengendali menjadi sebagai berikut (Montgomery, 1990):

$$\begin{aligned} \text{BPA} &= \mu_w + k \sigma_w \\ \text{GT} &= \mu_w \\ \text{BPB} &= \mu_w - k \sigma_w \end{aligned}$$

dengan μ_w adalah rata-rata sampel, σ_w adalah standar deviasi, dan k adalah jarak sigma batas pengendali dari garis tengah. Dalam Syukron dan Kholil (2013), batas-batas pengendali yang biasa digunakan adalah batas pengendali 3-sigma itu atas dasar bahwa batas-batas tersebut memberikan hasil yang baik dalam praktik.

2.3.2 Grafik Pengendali Nonparametrik

Dalam kenyataannya terdapat data yang tidak diketahui distribusinya, yang ada hanya sekumpulan data dari hasil observasi. Sehingga diperlukan pendekatan lain untuk menginterpretasikan data tersebut, yaitu dengan menggunakan pendekatan nonparametrik. Grafik pengendali nonparametrik dapat dibuat berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel yaitu grafik pengendali kernel (Vermaat *et al*, 2003).

2.3.2.1 Grafik Pengendali Kernel

Estimasi menggunakan fungsi densitas kernel diperkenalkan oleh Rosenblatt (1956) dan Parzen (1962) sehingga disebut estimasi densitas kernel Rosenblatt-Parzen. Fungsi densitas kernel mempunyai suatu parameter penghalus yang berguna mengatur derajat kehalusan untuk penghalus kernel yang disebut *bandwidth* (h). Grafik pengendali kernel merupakan suatu grafik pengendali yang digunakan untuk mengevaluasi data karakteristik kualitas produk yang bersifat nonparametrik (Vermaat *et al*, 2003). Beberapa fungsi kernel ditunjukkan pada Tabel 1 (Hardle dan Oliver, 1994).

Tabel 1. Fungsi Kernel

Nama Kernel	Fungsi Kernel $K(x)$
Rectangular/ Uniform	$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{untuk } x \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$
Epanechnikov	$K(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^2), & \text{untuk } x \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$
Triangular	$K(x) = \begin{cases} 1 - x , & \text{untuk } x \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ yang lain} \end{cases}$
Quadratic/ Biweight	$K(x) = \begin{cases} \frac{15}{16}(1 - x^2)^2, & \text{untuk } x \leq 1 \\ 0, & \text{untuk } x \text{ lainnya} \end{cases}$
Gaussian	$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}, \text{ untuk } x < \infty$

Beberapa fungsi kernel (K) dapat dinyatakan sebagai berikut (Wand dan Jones, 1995):

$$K(x, p) = \frac{(1 - x^2)^p}{2^{2p+1} B(p+1, p+1)} I(|x| \leq 1) \quad (1)$$

dengan $B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}$, $p=0$; untuk kernel Uniform, $p=1$; untuk kernel Epanechnikov, dan $p=2$; untuk kernel Biweight

Suatu fungsi disebut fungsi kernel jika K fungsi kontinu, terbatas, berharga riil, dan simetris. Jika K suatu fungsi kernel dengan sifat (Huang *et al.* 2012):

1. $0 \leq K(x) \leq 1$, untuk semua x

$$2. \int_{-\infty}^{\infty} K(x) dx = 1$$

$$3. \int_{-\infty}^{\infty} xK(x) dx = 0$$

$$4. \int_{-\infty}^{\infty} x^2 K(x) dx \neq 0$$

5. $K(x) = K(-x)$, untuk semua x

Menurut Santoso (2008), jika $F(x)$ menyatakan fungsi distribusi kumulatif (CDF) dari variabel random X maka peluang suatu observasi sama dengan atau lebih kecil dari x adalah $P(X \leq x) = F(x)$. Hubungan antara $F(x)$ dengan fungsi densitas $f(x)$ dinyatakan

dengan $F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx$. Dari persamaan tersebut diperoleh:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x)}{h} \quad (2)$$

Persamaan (2) dapat ditulis sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{d}{dx} F(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x) - F(x-h)}{h} \quad (3)$$

Jika dijumlahkan persamaan (2) dan (3) akan menjadi persamaan berikut:

$$2f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{h}$$

$$f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(x+h) - F(x-h)}{2h} \quad (4)$$

Apabila persamaan (4) diestimasi menggunakan fungsi densitas empirik, maka persamaan tersebut menjadi:

$$\hat{f}(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{F^{\sim}(x+h) - F^{\sim}(x-h)}{2h}$$

$$= \frac{1}{2nh} \cdot \#x_i \quad (5)$$

$\#x$ menyatakan banyaknya data yang berada dalam interval $[(x-h), (x+h)]$

Jika didefinisikan fungsi kernel uniform sebagai berikut:

$$K(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x \leq 1 \\ 0, & x \text{ yang lainnya} \end{cases}$$

$$K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) = \frac{1}{2} \text{ untuk interval } [(x-h), (x+h)]$$

$$\frac{x-x_i}{h} = -1$$

$$x_i = x - h$$

$$\frac{x - x_i}{h} = 1$$

$$x_i = x + h$$

$$K_h(u) = \frac{1}{h} K\left(\frac{u}{h}\right), \text{ dengan memisalkan } u = x - x_i$$

Maka estimator fungsi densitas kernel dapat dituliskan:

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right) \quad (6)$$

dengan

K	: fungsi kernel
n	: ukuran sampel
x	: peubah bebas
x _i	: titik sampel ke-i, i=1,2, ...,n
h	: nilai <i>bandwidth</i>

2.3.2.2 Pemilihan *Bandwidth* Optimal

Menurut Santoso (2008), pemilihan *bandwidth* optimal untuk kebaikan penduga densitas kernel ditentukan oleh dua hal penting yaitu pemilihan fungsi kernel dan *bandwidth* (*h*). Namun yang paling menentukan adalah pemilihan *bandwidth* (*h*) yang optimal. Metode pemilihan *bandwidth* (*h*) optimal yang digunakan adalah *Least Squares Cross Validation* (*LSCV*). Pemilihan *bandwidth* (*h*) yang optimal dapat dilakukan dengan memilih nilai *Cross Validation* (*CV*) yang minimum. Metode ini didasarkan atas meminimuman kriteria kesalahan estimasi densitas yaitu *Integrated Squared Error* (*ISE*). *ISE* merupakan integrasi selisih kuadrat antara fungsi densitas yang akan diestimasi *f* dengan estimator kernel \hat{f}_h dinyatakan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} ISE &= \int (\hat{f}_h(x) - f(x))^2 dx \\ &= \int \hat{f}_h^2(x) dx - 2 \int \hat{f}_h(x) f(x) dx + \int f^2(x) dx \\ &= A - B + C \end{aligned} \quad (7)$$

dengan *A* adalah nilai yang dapat dihitung dari data, *B* adalah nilai yang harus diestimasi dari data, dan *C* adalah nilai konstan yang tidak tergantung pada *h* dikarenakan bagian *C* tidak bergantung pada *h*, maka bagian *C* dapat dipindah ke ruas kiri, sehingga persamaan (7) menjadi:

$$\begin{aligned} ISE - C &= A - B \\ ISE - \int f^2(x) &= \int \hat{f}_h^2(x) dx - 2 \int \hat{f}_h(x) f(x) dx \\ CV(h) &= \int \hat{f}_h^2(x) dx - 2 \int \hat{f}_h(x) f(x) dx \end{aligned} \quad (8)$$

Dalam Ghosh (2017) menurut Rudemo (1982) dan Bowman (1984), bagian *B* dapat didekati secara numeric dimana ekspektasi ini dihitung menggunakan metode *Leave One Out Cross Validation* sebagai berikut:

$$\hat{f}_{h,i}(x_i) = \frac{1}{(n-1)h} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n K\left(\frac{x_i - x_j}{h}\right) \quad (9)$$

Sehingga, *bandwidth* (h) dapat dipilih dan didekati secara numerik dengan meminimumkan *CV*, sehingga persamaan (8) menjadi:

$$CV(h) = \int \hat{f}_h^2(x) dx - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_{h,i}(x_i) \quad (10)$$

2.3.2.3 Batas-batas Grafik Pengendali Kernel

Dalam Hayati *et al.* (2014), batas-batas pengendali pada grafik pengendali nonparametrik dapat ditentukan dengan mengestimasi fungsi densitas kernel yaitu dengan

mencari rata-rata berdasarkan densitas kernel sebagai berikut: $E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$, jika

fungsi tersebut didekati secara numerik akan menjadi:

$$E(x) = E(\bar{x}) = \bar{x}_k \cong \sum_{i=1}^n x_i f_h(x_i) \Delta x \quad (11)$$

dimana f_h merupakan nilai perhitungan fungsi densitas kernel dengan *bandwidth* (h) dan $\Delta x = x_i - x_{i-1}$. Nilai \bar{x}_k ini merupakan nilai garis tengah dari grafik pengendali berdasarkan densitas kernel. Kemudian akan dihitung standar deviasinya dengan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \sigma_k &= \sqrt{E(x^2) - (E(x))^2} \\ &= \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n (x_i^2 f_h(x_i) \Delta x) \right) - \left(\sum_{i=1}^n x_i f_h(x_i) \Delta x \right)^2} \end{aligned} \quad (12)$$

Setelah diketahui nilai rata-rata dan standar deviasinya, maka dapat dihitung nilai Batas Pengendali Atas (BPA), Garis Tengah (GT), dan Batas Pengendali Bawah (BPB) sebagai berikut (Montgomery, 1990):

$$BPA = \bar{x}_k + 3\sigma_k \quad (13)$$

$$GT = \bar{x}_k \quad (14)$$

$$BPB = \bar{x}_k - 3\sigma_k \quad (15)$$

2.4 Kapabilitas Proses

Menurut Gasperz (2002), analisis kapabilitas proses merupakan suatu studi untuk menaksir kemampuan proses apakah produk sudah memenuhi spesifikasi yang ditentukan atau belum. Menurut Huang *et al.* (2012), indeks kapabilitas proses yang banyak digunakan adalah C_p dan C_{pk} yang membutuhkan asumsi normalitas. Interpretasi kesesuaian C_p dan C_{pk} akan berbeda apabila asumsi normalitas tidak terpenuhi. Oleh karena itu, pendekatan nonparametrik digunakan untuk analisis kapabilitas proses dengan data yang tidak diketahui distribusinya. Dimana indeks hasil sesuai (*Yield*) yaitu Y_p dan Y_{pk} akan menggantikan C_p dan C_{pk} yang disebut dengan indeks *conformity* proses. Indeks *conformity* proses merupakan peluang dari karakteristik kualitas untuk berada pada batas spesifikasi yang digunakan untuk menunjukkan sifat dari kapabilitas proses. Perhitungan indeks *conformity* proses berdasarkan fungsi kernel sebagai berikut:

$$Y_{pk} = \int_{BSB}^{BSA} f(x) dx \quad (16)$$

$$Y_p = \max_{\mu} (Y_{pk}) = \max_{\mu} \left(\int_{BSB}^{BSA} f(x) dx \right) \quad (17)$$

dengan Y_{pk} : *Conformity* Aktual
 Y_p : *Conformity* Potensial
 $f(x)$: fungsi densitas kernel
 $\mu = x_i$: rata – rata sampel ke- i , $i=1,2,\dots,n$
BSA : Batas Spesifikasi Atas
BSB : Batas Spesifikasi Bawah

Nilai Y_{pk} dan Y_p merupakan peluang produk menghasilkan karakteristik kualitas yang berada di antara batas spesifikasi atas dan batas spesifikasi bawah. Dari hasil perhitungan Y_{pk} dan Y_p apabila:

- Nilai $Y_{pk} < Y_p$ menunjukkan proses tersebut baik (*capable*).
- Nilai $Y_{pk} = Y_p$ menunjukkan proses tersebut baik (*capable*) dengan rata-rata proses berada tepat ditengah-tengah batas spesifikasi.
- Nilai $Y_{pk} > Y_p$ menunjukkan proses tersebut belum baik (*incapable*).

Peluang produk yang tidak memenuhi spesifikasi adalah $1 - Y_{pk}$ dan $1 - Y_p$. Untuk mengetahui jumlah produk yang tidak memenuhi spesifikasi dapat dihitung dengan ppm (*part per million*) yaitu ppm_{aktual} dan $ppm_{potensial}$ sebagai berikut:

$$ppm_{aktual} = (1 - Y_{pk})10^6 \quad (18)$$

$$ppm_{potensial} = (1 - Y_p)10^6 \quad (19)$$

Dari ppm_{aktual} dan $ppm_{potensial}$ dapat diketahui dari satu juta produk yang dihasilkan ada berapa produk yang tidak sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan.

3. METODOLOGI PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan sebagai studi kasus dalam penelitian tugas akhir ini berupa data sekunder yang diperoleh dari dokumen di PT Apac Inti Corpora bagian Inspecting Denim. Data tersebut merupakan data hasil pengukuran pada proses *rolling* saat memproduksi kain denim untuk *style* Akira-F dan *style* Corvus-SI terhadap pergeseran kemiringan kain atau biasa disebut dengan *skew movement* periode November 2017.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel penelitian yang digunakan dalam studi kasus ini adalah pergeseran kemiringan kain atau biasa disebut dengan *skew movement* pada produk kain denim *style* Akira-F dan *style* Corvus-SI. Pengukuran *skew movement* dinyatakan dalam satuan inchi. Batas spesifikasi untuk *style* Akira-F sebesar $3,00 \pm 0,5$ inchi sedangkan untuk *style* Corvus-SI sebesar $5,00 \pm 0,5$ inchi.

3.3 Metode Analisis Data

Metode analisis data akan digunakan alat bantu berupa *software* Microsoft Excel 2010 dan R 3.2.3. Langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis masalah penelitian ini sebagai berikut:

- Mengumpulkan data *skew movement* denim *style* Akira-F dan *style* Corvus-SI periode November 2017.
- Mencari nilai *bandwidth* (h) optimal untuk masing-masing estimasi fungsi densitas kernel yang berbeda dengan metode *Cross Validation* (CV) yaitu menggunakan *Least Squares Cross Validation* (LSCV).

3. Memilih fungsi kernel terbaik dengan *bandwidth* (h) optimal yang meminimumkan *Cross Validation* (CV).
4. Menentukan nilai rata-rata dan standar deviasi untuk menghitung BPA, GT, dan BPB dengan data yang dibangkitkan menggunakan estimasi fungsi densitas kernel.
5. Membuat grafik pengendali kernel berdasarkan batas pengendali yang diperoleh.
6. Memeriksa data sampel dari grafik pengendali kernel dimana data sampel harus berada dalam batas-batas pengendali. Jika terdapat data sampel yang *out of control* maka dihilangkan data sampel tersebut, kemudian mengulangi langkah-langkah analisis mulai langkah ke-2 sampai diperoleh grafik pengendali yang terkendali.
7. Menghitung kapabilitas proses.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Data Penelitian

Pergeseran kemiringan kain atau *skew movement* merupakan salah satu karakteristik kualitas pada kain denim. Kualitas pengukuran pada pergeseran kemiringan kain harus selalu dijaga sesuai standar yang telah ditentukan oleh perusahaan. Proses pengukuran pergeseran kemiringan kain adalah proses mengukur kemiringan kain yang terbentuk pada proses *finishing*. *Finishing* merupakan proses penyempurnaan kain denim mentah menjadi kain denim *finish*. Kain denim *finish* akan dilakukan proses pemeriksaan pada bagian *Inspecting Denim*, apabila produk tidak memenuhi batas spesifikasi maka produk tersebut akan dikembalikan ke proses *finishing*.

4.2 Grafik Pengendali Nonparametrik

4.2.1 Pemilihan *Bandwidth* (h)

Pemilihan *bandwidth* (h) dengan bantuan *software R 3.2.3* diperoleh hasil nilai *bandwidth* (h) optimal yang meminimumkan nilai *Cross Validation* (CV) untuk masing-masing fungsi kernel, kemudian dapat dilakukan pemilihan fungsi kernel terbaik untuk membuat grafik pengendali kernel.

Tabel 2. Nilai *Bandwidth* (h) dan *Cross Validation* (CV)

No.	Fungsi Kernel	<i>Bandwidth</i> (h)		<i>Cross Validation</i> (CV)	
		Akira-F	Corvus-SI	Akira-F	Corvus-SI
1.	Rectangular	0,136	0,028	-1,83292	-2,35022
2.	Epanechnikov	0,049	0,042	-1,82053	-2,41135
3.	Triangular	0,062	0,057	-1,81551	-2,23574
4.	Biweight	0,057	0,057	-1,83406	-2,36428
5.	Gaussian	0,034	0,025	-3,95883	-5,40783

Berdasarkan Tabel 2 dapat diketahui bahwa fungsi kernel dengan *bandwidth* (h) yang menghasilkan *Cross Validation* (CV) minimum adalah fungsi kernel Gaussian untuk *style* Akira-F dan *style* Corvus-SI. Dari fungsi kernel Gaussian untuk *style* Akira-F diperoleh nilai h sebesar 0,034 dengan CV sebesar -3,95883 dan untuk *style* Corvus-SI diperoleh nilai h sebesar 0,025 dengan CV sebesar -5,40783.

4.2.2 Grafik Pengendali Kernel

Grafik pengendali kernel akan dibuat menggunakan fungsi kernel terbaik yaitu fungsi kernel Gaussian. Setelah diperoleh fungsi kernel dengan *bandwidth* (h) optimal

yang meminimumkan *Cross Validation (CV)*, kemudian data *skew movement* dibangkitkan berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel Gaussian dengan $h=0,034$ untuk *style Akira-F* dan $h=0,025$ untuk *style Corvus-SI*. Kemudian batas-batas pengendali akan dihitung dengan bantuan *software R 3.2.3* sebagai berikut:

- a. Batas-batas pengendali untuk *style Akira-F*

$$\text{BPA} = \bar{x}_k + 3\sigma_k = 3,280453 + (3 \times 0,1703644) = 3,791546$$

$$\text{GT} = \bar{x}_k = 3,280453$$

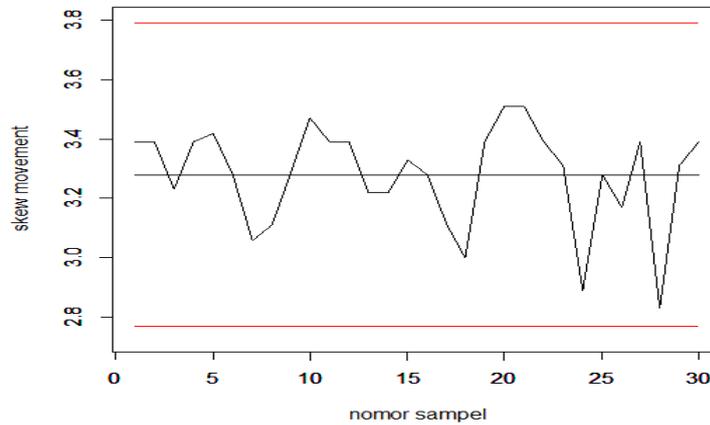
$$\text{BPB} = \bar{x}_k - 3\sigma_k = 3,280453 - (3 \times 0,1703644) = 2,769359$$
- b. Batas-batas pengendali untuk *style Corvus-SI*

$$\text{BPA} = \bar{x}_k + 3\sigma_k = 5,24162 + (3 \times 0,1432066) = 5,67124$$

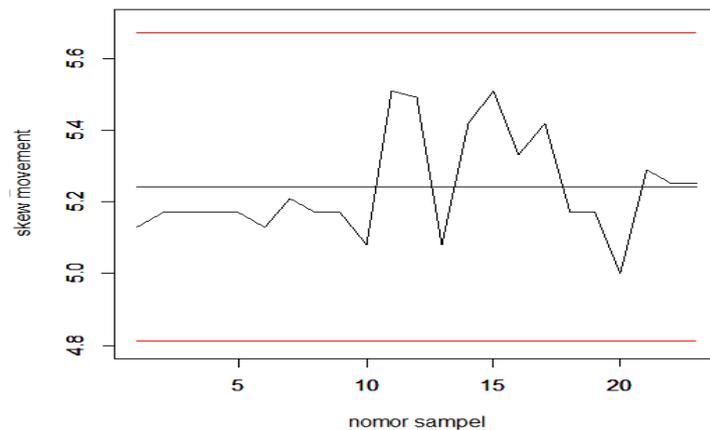
$$\text{GT} = \bar{x}_k = 5,240891$$

$$\text{BPB} = \bar{x}_k - 3\sigma_k = 5,24162 - (3 \times 0,1432066) = 4,812$$

Berdasarkan nilai batas-batas pengendali yang diperoleh, maka dapat dibuat grafik pengendali kernel berdasarkan estimasi fungsi densitas kernel Gaussian untuk masing-masing data *skew movement* sebagai berikut:



Gambar 1. Grafik Pengendali Kernel Gaussian untuk *Style Akira-F*



Gambar 2. Grafik Pengendali Kernel Gaussian untuk *Style Corvus-SI*

Berdasarkan Gambar 1 dan Gambar 2 dapat diketahui bahwa semua titik sampel berada dalam batas-batas pengendali. Hasil tersebut menunjukkan bahwa proses produksi kain denim untuk *style Akira-F* dan *style Corvus-SI* sudah terkendali secara statistik.

4.3 Kapabilitas Proses

Perhitungan indeks *conformity* proses menggunakan fungsi kernel Gaussian, menggunakan bantuan *software R 3.2.3* diperoleh hasil sebagai berikut:

- a. Indeks *conformity* proses untuk *style Akira-F*

$$Y_{pk} = \int_{BSB}^{BSA} f(x)dx = \int_{2,50}^{3,50} f(x)dx = 0,889823$$

$$Y_p = \max_{\mu} (Y_{pk}) = \max_{\mu} \left(\int_{2,50}^{3,50} f(x)dx \right) = 0,508059$$

$$ppm_{aktual} = (1 - Y_{pk})10^6 = (1 - 0,889823) 10^6 = 110.177$$

$$ppm_{potensial} = (1 - Y_p)10^6 = (1 - 0,508059) 10^6 = 491.941$$

Berdasarkan nilai tersebut, diperoleh bahwa nilai $Y_{pk} > Y_p$ yaitu $0,889823 > 0,508059$ yang berarti proses produksi kain denim *style Akira-F* masih belum sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan. Nilai $ppm_{aktual} = 110.177$ menunjukkan bahwa dalam 1.000.000 produk kain denim *style Akira-F* yang diproduksi, akan ada sebanyak 110.177 produk yang tidak memenuhi batas spesifikasi. Nilai $ppm_{potensial} = 491.941$ menunjukkan bahwa dalam 1.000.000 produk kain denim *style Akira-F* yang diproduksi, berpotensi akan ada sebanyak 491.941 produk yang tidak memenuhi batas spesifikasi.

- b. Indeks *conformity* proses untuk *style Corvus-SI*

$$Y_{pk} = \int_{BSB}^{BSA} f(x)dx = \int_{4,50}^{5,50} f(x)dx = 0,637742$$

$$Y_p = \max_{\mu} (Y_{pk}) = \max_{\mu} \left(\int_{4,50}^{5,50} f(x)dx \right) = 0,638776$$

$$ppm_{aktual} = (1 - Y_{pk})10^6 = (1 - 0,637742) 10^6 = 362.258$$

$$ppm_{potensial} = (1 - Y_p)10^6 = (1 - 0,638776) 10^6 = 361.224$$

Berdasarkan nilai tersebut, diperoleh bahwa nilai $Y_{pk} < Y_p$ yaitu $0,637742 < 0,638776$ yang berarti proses produksi kain denim *style Corvus-SI* sudah sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan. Nilai $ppm_{aktual} = 362.258$ menunjukkan bahwa dalam 1.000.000 produk kain denim *style Corvus-SI* yang diproduksi, akan ada sebanyak 362.258 produk yang tidak memenuhi batas spesifikasi. Nilai $ppm_{potensial} = 361.224$ menunjukkan bahwa dalam 1.000.000 produk kain denim *style Corvus-SI* yang diproduksi, berpotensi akan ada sebanyak 361.224 produk yang tidak memenuhi batas spesifikasi.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Fungsi kernel untuk data *skew movement style Akira-F* dan *style Corvus-SI* dengan *bandwidth (h)* yang menghasilkan nilai *Cross Validation (CV)* minimum adalah fungsi kernel Gaussian. Sehingga grafik pengendali nonparametrik dibuat berdasarkan fungsi kernel Gaussian.
2. Grafik pengendali kernel yang terbentuk untuk data *skew movement style Akira-F* dan *style Corvus-SI* periode November 2017 sudah terkendali secara statistik.

3. Hasil kapabilitas proses menggunakan indeks *conformity* proses berdasarkan fungsi kernel Gaussian untuk *style* Akira-F nilai $Y_{pk} > Y_p$ yaitu $0,889823 > 0,508059$ artinya proses produksi kain denim *style* Akira-F masih belum sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan, sedangkan untuk *style* Corvus-SI nilai $Y_{pk} < Y_p$ yaitu $0,637742 < 0,638776$ artinya proses produksi kain denim *style* Corvus-SI sudah sesuai dengan batas spesifikasi yang ditentukan oleh perusahaan.

DAFTAR PUSTAKA

- Gasperz, V. 2002. *Metode Analisis Untuk Peningkatan Kualitas dengan ISO 9001:2000*. Jakarta: Gramedia.
- Ghosh, S. 2017. *Kernel Smoothing: Principles, Methods, and Applications*. John Wiley and Sons.
- Hardle, W. dan Oliver L. 1994. *Applied Nonparametric Methods*. Handbook Of Econometrics. Vol. IV. pp.2295-2339.
- Hayati, H., Santoso, R., dan Rusgiyono, A. 2014. *Analisis Grafik Pengendali Nonparametrik dengan Estimasi Fungsi Kernel pada Kasus Waktu Pelorotan Batik Tulis*. Jurnal Gaussian. Vol. 3. No.1:81-90.
- Huang, W., Pahwa, A., dan Kong Z. 2012. *Kernel Density Estimation and Metropolis-Hastings Sampling in Process Capability Analysis of Unknown Distributions. Proceedings of the ASME 2012 International Manufacturing Science and Engineering Conference MSEC2012-7299*. USA, 4-8 Juni.
- Marimin. 2005. *Teknik dan Aplikasi: Pengambilan Keputusan Kriteria Majemuk*. Jakarta: PT. Grasindo.
- Montgomery, D. C. 1990. *Pengantar Pengendalian Kualitas Statistik*. Alih Bahasa oleh Soejoeti, Zanzawi. Yogyakarta: Gajah Mada University Press.
- Montgomery, D. C. 2009. *Introduction to Statistical Quality Control, Sixth Edition*. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc.
- Poerwanto, G. H. 2013. *Manajemen Kualitas*. <https://sites.google.com/site/kelolakualitas/home> (diakses pada tanggal 15 Desember 2018).
- Polansky, A. M. 1998. *A Smooth Nonparametric Approach to Process Capability. Quality and Reliability Engineering International*. Vol. 14, No.1:43-48.
- Santoso, R. 2008. *Grafik Pengendali Nonparametrik Empirik*. Media Statistika, Vol. 11, No.2:83-90.
- Syukron, A. dan Kholil, M. 2013. *Six Sigma; Quality for Business Improvement*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Vermaat, M. B., Ion, R. A., Does, R. J. M. M., dan Klaassem, C. A. J. 2003. *A Comparison of Shewhart Individuals Control Chart Based on Normal, Nonparametric, and Extreme-value Theory, Quality and Reliability Engineering International*. 19: 337-353.
- Wand, M. P. dan Jones, M. C. 1995. *Kernel Smoothing*. New York: Springer-Science+Business Media, B. V.