

**COPULA FRANK PADA *VALUE at RISK* (VaR)
PEMBENTUKAN PORTOFOLIO BIVARIAT
(Studi Kasus : Saham-Saham Perusahaan yang Meraih Predikat *The IDX Top Ten Blue* Tahun 2017 dengan Periode Saham 20 Oktober 2014 – 28 Februari 2018)**

Juria Ayu Handini¹, Di Asih I Maruddani², Diah Safitri³

^{1,2,3} Departemen Statistika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Diponegoro
e-mail : maruddani@gmail.com

ABSTRACT

The capital market has an important role in society to invest in financial instruments. Investors can invest in the form of a portfolio that is by combining several shares to reduce the risk that will occur. Value at Risk (VaR) is a method for estimating the worst risk of an investment. GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity) is used to model high-volatile stock data that causes residual variance is not constant. Copula theory is a powerful tool for modeling joint distributions because it does not require normality assumptions that are difficult to fulfill in financial data. Copula Frank has a feature that can identify positive and negative dependencies. This study aims to measure the value of VaR using the Frank-GARCH copula method using stock returns data of PT Bank Rakyat Indonesia, Tbk (BBRI), PT Telekomunikasi Indonesia, Tbk (TLKM), and PT. Unilever Indonesia, Tbk (UNVR) for the period 20 October 2014 - 28 February. Bivariate portfolio pairs obtained namely TLKM and UNVR shares because they have the highest Rho Spearman residual correlation value of $\rho = 0.3204$. Based on the generation of data using Monte Carlo simulations, the results of the calculation of Value at Risk (VaR) of 1.40% at the 90% confidence level, 1.89% at the 95% confidence level, and 2.79% at the 99% confidence level.

Keywords: Value at Risk, Frank copula, GARCH, Monte Carlo

1. PENDAHULUAN

Pasar modal memiliki peran penting bagi perekonomian suatu negara karena pasar modal mempunyai dua fungsi, yaitu sebagai sarana bagi pendanaan usaha atau sebagai sarana bagi perusahaan untuk mendapatkan dana dari masyarakat pemodal (investor), dan sebagai sarana bagi masyarakat untuk berinvestasi pada instrumen keuangan seperti saham, obligasi, reksa dana, dan instrumen *derivative* lainnya.

Saham adalah tanda penyertaan atau kepemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas (Darmadji, 2001). Portofolio saham merupakan gabungan dua atau lebih saham yang terpilih sebagai investasi dari investor pada kurun waktu tertentu dengan suatu ketentuan tertentu.

Investor dapat memperkirakan keuntungan yang akan diperoleh dan besarnya biaya yang akan dikeluarkan pada masa yang akan datang untuk mengendalikan risiko. Semakin baik perkiraan tersebut, maka akan semakin kecil varian yang akan terjadi, sehingga tingkat risikonya semakin kecil. Metode analisis risiko yang dapat digunakan adalah *Value at Risk*. Menurut Best (1998) *Value at Risk* (VaR) adalah suatu metode pengukuran risiko secara statistik yang memperkirakan kerugian maksimum yang mungkin terjadi atas suatu portofolio pada tingkat kepercayaan (*level of confidence*) tertentu.

Beberapa peneliti yang telah melakukan penelitian mengenai VaR adalah Sofiana (2011) yang mengukur VaR dengan simulasi monte carlo pada saham PT Telekomunikasi Indonesia Tbk dan PT Unilever Indonesia Tbk. Selain itu, Hermansah (2017) mengestimasi VaR dengan distribusi normal untuk memprediksi return investasi. Hasil kedua penelitian tersebut VaR cukup baik digunakan untuk data return yang berdistribusi normal. Namun, bila data return saham tidak memenuhi asumsi normalitas, hal ini dapat berakibat estimasi

VaR tidak lagi valid. Sehingga diperkenalkan suatu alat yaitu Copula untuk mengatasi masalah tersebut (Renggani *et al.* , 2017).

Konsep copula pertama kali diperkenalkan oleh Sklar di tahun 1959. Menurut Palaro dan Hotta (2006) teori copula adalah alat yang ampuh untuk memodelkan distribusi bersama karena tidak memerlukan asumsi normalitas bersama dan memungkinkan pemecahan setiap distribusi bersama n -dimensi ke dalam distribusi marjinal n dan sebuah fungsi copula. Copula menghasilkan distribusi bersama multivariat yang menggabungkan distribusi marjinal dan ketergantungan antar variabel.

Copula *Archimedean* memiliki beberapa anggota keluarga, yaitu copula Clayton, copula Gumbel, dan copula Frank. Copula Frank cukup terkenal untuk beberapa alasan, yaitu copula Frank dapat menyatakan hubungan dependensi dalam positif ataupun negatif, struktur dependensi copula Frank simetris, dan cakupan jarak dependensi yang diijinkan sangat luas (Arna *et al.* , 2017). Selain itu copula Frank adalah bagian dari copula *Archimedean* yang paling sering digunakan dan merupakan copula *Archimedean* yang paling dikenal dalam menyelesaikan kasus empiris (Cherubini *et al.* , 2004). Salah satu metode copula yang sering digunakan peneliti adalah metode Copula-GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*). Metode GARCH digunakan untuk memodelkan data yang memiliki volatilitas tinggi dan nantinya akan dilanjutkan analisis dengan menggunakan copula.

Maka dari itu pada penelitian ini akan dilakukan analisis dengan menggunakan copula Frank-GARCH dengan tujuan membentuk portofolio antara dua diantara ketiga saham tersebut yang memiliki korelasi residual GARCH tertinggi agar investasi yang dilakukan memberikan nilai *return* optimal dengan risiko minimal.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. *Return Saham*

Menurut Maruddani (2009), *return* dari suatu aset adalah tingkat pengembalian atau hasil yang diperoleh akibat melakukan investasi. Tsay (2005) menyatakan nilai *return* dapat dihitung dengan rumus *Continuously Compounded Return (Log Return)* sebagai berikut :

$$R_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}}$$

dengan P_t adalah harga saham periode sekarang dan P_{t-1} adalah harga saham periode sebelumnya. Secara matematis, return portofolio dari n aset pada waktu ke- t dapat ditulis sebagai berikut :

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^n w_i \cdot R_{i,t} \quad (1)$$

dengan R_{pt} adalah *return* portofolio pada waktu ke- t , w_i adalah bobot setiap alokasi dana untuk aset tunggal ke- i dan R_{it} adalah *return* aset ke- i pada waktu ke- t .

2.2. Analisis Runtun Waktu

a. Stasioneritas

Langkah awal yang dilakukan dalam analisis runtun waktu adalah dengan melakukan uji stasioneritas terhadap data runtun waktu. Jika suatu deret waktu Z_t stasioner maka nilai tengah (*mean*), varian dan kovarian deret tersebut tidak dipengaruhi oleh berubahnya waktu pengamatan, sehingga proses berada dalam keseimbangan statistik (Soejoeti, 1987).

Untuk menghilangkan ketidakstasioneran dalam varian dengan cara transformasi Box-Cox, yaitu transformasi data dan akan dihasilkan nilai λ tertentu sesuai dengan bentuk

transformasinya. Bentuk umum transformasi Box-Cox yaitu :

$$y = \begin{cases} \frac{x^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{untuk } \lambda \neq 0 \\ \ln(x), & \text{untuk } \lambda = 0 \end{cases}$$

Secara uji formal uji stasioneritas dalam *mean* dapat diperiksa dengan mencari apakah data runtun waktu mengandung akar unit menggunakan uji *Augmented Dickey-Fuller*.

b. Model Box-Jenkins

Model Box-Jenkins merupakan pemodelan data runtun waktu yang diperkenalkan oleh Box dan Jenkins pada tahun 1970. Berikut merupakan model runtun waktu :

- Model *Autoregressive* (AR)
 $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t$
- Model *Moving Average* (MA)
 $Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}$
- Model *Autoregressive Integrated Moving Average* (ARIMA)
 $\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B)a_t$

Tahapan pemodelan ARIMA adalah mengidentifikasi model, mengestimasi parameter, kemudian melakukan verifikasi model dengan pengujian independensi residual dan normalitas residual.

2.3. Model *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* (GARCH)

Model ini digunakan untuk mengatasi orde yang terlalu besar pada model ARCH. Menurut Tsay (2005) bentuk umum model GARCH(*p, q*) :

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \tag{27}$$

Koefisien-koefisien dari model GARCH (*p, q*) bersifat :

1. $\alpha_0 > 0$
2. $\alpha_i \geq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, p$
3. $\beta_j \geq 0$ untuk $j = 1, 2, \dots, q$
4. $\sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q (\alpha_i + \beta_j) < 1$

Kondisi 1, 2, dan 3 diperlukan agar $\sigma_t^2 > 0$. Kondisi 4 diperlukan agar model bersifat stasioner (Rosadi, 2012).

2.4. Uji ARCH-LM

Uji *Lagrange Multiplier* (LM) merupakan merupakan suatu uji terhadap kehadiran unsur *heterokedasticity*. Uji ini merupakan salah satu cara untuk mengetahui adanya efek ARCH/GARCH yang diperkenalkan oleh Engle (Tsay, 2005). Berikut merupakan langkah pengujian hipotesis untuk mengetahui ada atau tidaknya efek ARCH/GARCH :

Hipotesis :

$H_0 : \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_m = 0$ (tidak ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke-*m*)

$H_1 : \text{minimal ada satu nilai } \tau_i \neq 0, i = 1, 2, \dots, m$ (ada efek ARCH/GARCH dalam residual sampai lag ke-*m*)

Statistik Uji :

$$LM = NR^2 \sim \chi_m^2$$

$$R^2 = \frac{JKR}{JKT} = \frac{\sum_{t=1}^m (\widehat{a}_t^2 - \overline{a_t^2})^2}{\sum_{t=1}^m (a_t^2 - \overline{a_t^2})^2}$$

Kriteria uji :

H_0 ditolak jika nilai $LM > \chi^2_{(\alpha, m)}$ atau $p\text{-value} < \alpha$

2.5. Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik dilakukan dengan menduga kualitas dari model dugaan, salah satu caranya adalah menggunakan nilai *Akaike's Information Criterion* (AIC). Model yang terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC yang minimal. Rumus untuk memperoleh nilai AIC ditulis sebagai berikut (Wei, 2006):

$$AIC(k) = n \ln \hat{\sigma}_a^2 + 2k$$

2.6. Copula

Copula Archimedean memiliki 3 kelompok penting yang disebut dengan keluarga Gumbel, Frank dan Clayton. Keluarga copula Archimedean paling banyak digunakan dalam kasus bivariat.

Menurut Nelsen (2006) Copula Archimedean yang memiliki d dimensi, dapat didefinisikan dengan :

$$C(u_1, \dots, u_d) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \dots + \varphi(u_d)) \quad (35)$$

Fungsi φ disebut sebagai generator copula, dengan asumsi bahwa generator φ hanya memiliki satu parameter, yaitu ϑ .

Fleksibilitas copula Archimedean diberikan oleh fungsi φ , misal dari copula Clayton, Frank dan Gumbel (Cherubini *et al.*, 2004) adalah sebagai berikut.

$$\varphi(u) = u^{-\vartheta} - 1, \vartheta > 0 \text{ (Clayton)} \quad (36)$$

$$\varphi(u) = \ln\left(\frac{e^{(-\vartheta u)} - 1}{e^{-\vartheta} - 1}\right), \vartheta > 0 \text{ (Frank)} \quad (37)$$

$$\varphi(u) = (-\ln(u))^{\vartheta}, \vartheta > 1 \text{ (Gumbel)} \quad (38)$$

Untuk fungsi copula Archimedean pada kasus bivariat dapat ditulis sebagai berikut.

$$C(u_1, u_2) = \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2))$$

a. Uji Struktur Dependensi

Uji struktur dependensi dilakukan untuk mengetahui adanya dependensi di antara masing-masing variabel dalam sebuah pemodelan distribusi bersama. Misalkan terdapat d variabel X_1, \dots, X_d dan data terdiri dari $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{id})$ untuk $i = 1, \dots, n$ dimana jumlah sampel adalah n dan y_i berdistribusi i.i.d maka langkah pemodelan dependensi adalah membentuk model univariat untuk masing-masing variabel x_1, \dots, x_d selanjutnya membentuk model copula untuk dependensi dari d variabel.

Uji korelasi Rho Spearman dilakukan dengan hipotesis yang digunakan adalah:

Hipotesis:

$$H_0 : \rho = 0 \text{ (tidak ada korelasi antara } X_1 \text{ dan } X_2)$$

$$H_1 : \rho \neq 0 \text{ (ada korelasi antara } X_1 \text{ dan } X_2)$$

Statistik Uji :

Koefisien korelasi *Rho Spearman*, yaitu:

$$\rho = 1 - \frac{6\Sigma d^2}{N(N^2-1)}$$

Kriteria Penolakan :

Tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$

b. Transformasi Uniform [0,1]

Menurut Cherubini *et al.* (2004), transformasi merupakan langkah awal yang dilakukan untuk melakukan analisis terhadap copula. Variabel random terlebih dahulu ditransformasi

ke domain $[0,1]$. Transformasi data asli ke domain $[0,1]$ dilakukan pembuatan scatterplot transformasi $[0,1]$ dengan membuat rank plot untuk setiap variabel random sebagai berikut:

$$\left(\left(\frac{\text{rank}_1^{(i)}}{n+1}, \frac{\text{rank}_2^{(i)}}{n+1} \right) \right), 1 \leq i \leq n \quad (45)$$

dengan

$$\text{rank}_1^{(i)} = \text{rank } X_1 \text{ ke-}i, i = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{rank}_2^{(i)} = \text{rank } X_2 \text{ ke-}i, i = 1, 2, \dots, n$$

c. Copula Frank

Diketahui fungsi generator copula Frank dan invers fungsi generator copula Frank

$$\varphi(u) = -\ln \frac{e^{-\vartheta u} - 1}{e^{-\vartheta} - 1}, \vartheta \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (47)$$

dengan fungsi generator diatas, akan menghasilkan masing-masing fungsi distribusi kumulatif copula Frank sebagai berikut:

$$C(u_1, u_2) = -\frac{1}{\vartheta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\vartheta u_1} - 1)(e^{-\vartheta u_2} - 1)}{e^{-\vartheta} - 1} \right)$$

d. Estimasi Copula Frank

Menurut Cherubini *et al.* (2004) satu – satunya teori yang dapat digunakan untuk mendapatkan estimasi parameter copula yakni menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Bentuk fungsi likelihood L dalam kasus bivariat dapat ditulis sebagai berikut

$$L = \prod_{i=1}^2 c_{u_1, u_2} \{F_1(x_1), F_2(x_2)\} f_1(x_1) f_2(x_2) \quad (50)$$

Dapat diuraikan menjadi

$$\ln f(x_1, x_2; \vartheta, \rho) = \ln c(F_1(x_1, \vartheta), F_2(x_2, \vartheta), ; \rho) + \ln f_1(x_1, \vartheta) + \ln f_2(x_2, \vartheta) \quad (51)$$

Dalam penyelesaian persamaan (50) dan (51) tidak dapat diperoleh bentuk *closed form*, namun dapat diselesaikan dengan cara perhitungan numerik dengan pendekatan *Rho Spearman*.

2.7. Value at Risk (VaR)

Menurut Jorion (2002), *Value at Risk* (VaR) merupakan alat ukur yang dapat menghitung besarnya kerugian terburuk yang dapat terjadi dengan mengetahui posisi asset, tingkat kepercayaan akan terjadinya risiko, dan jangka waktu penempatan *asset* (*time horizon*).

Menurut Maruddani dan Purbowati (2009) menghitung nilai VaR pada tingkat kepercayaan $(1 - \alpha)$ dalam periode waktu t hari, yaitu :

$$VaR_{(1-\alpha)}(t) = W_0 R^* \sqrt{t} \quad (52)$$

dimana :

W_0 = dana investasi awal aset atau portofolio

R^* = nilai kuantil ke- α dari distribusi *return*

t = periode waktu

3. METODOLOGI PENELITIAN

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah 825 data sekunder harga penutupan (*closing price*) saham harian. Data saham yang digunakan meliputi 3 perusahaan yaitu PT. Bank Rakyat Indonesia, Tbk (BBRI), PT. Telekomunikasi Indonesia, Tbk (TLKM), dan PT. Unilever Indonesia, Tbk (UNVR) pada periode 20 Oktober 2014 – 28 Februari 2018. Masing-masing data harga penutupan saham tersebut dapat diakses pada situs www.finance.yahoo.com.

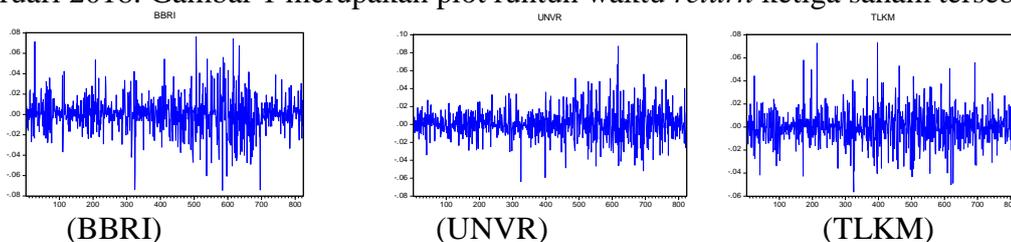
Langkah-langkah yang dilakukan dalam melakukan analisis data estimasi VaR dari portofolio ketiga saham menggunakan metode Monte Carlo dengan copula Frank-GARCH adalah:

1. Menghitung nilai *return* saham dari ketiga harga saham.
2. Menganalisis secara deskriptif ketiga *return* saham.
3. Melakukan pengujian kestasioneran data dalam varian dengan menggunakan uji Box-Cox serta pengujian kestasioneritasan dalam *mean* dengan menggunakan *plot time series* dan uji *Augmented Dickey-Fuller*.
4. Setelah dinyatakan stasioner maka dilanjutkan dengan membuat plot ACF dan PACF untuk menentukan order untuk mendapatkan model sementara.
5. Melakukan estimasi dan pengujian signifikansi parameter.
6. Melakukan uji asumsi yang meliputi uji independensi residual, uji normalitas model, dan uji homoskedastisitas.
7. Memilih pemodelan ARIMA terbaik berdasarkan kriteria AIC.
8. Melakukan identifikasi model ARCH/GARCH kemudian dilakukan pengujian distribusi normal pada residual GARCH (1,1).
9. Menghitung semua korelasi antar variabel kemudian dipilih korelasi yang tertinggi dengan korelasi *Rho Spearman*.
10. Membentuk dan mengombinasikan residual GARCH (1,1) ke copula Frank.
11. Melakukan estimasi VaR menggunakan pembangkitan data dari copula Frank dengan simulasi Monte Carlo
12. Membuat kesimpulan dari hasil analisis berdasarkan hasil VaR dari kombinasi saham didapatkan nilai VaR dengan selang kepercayaan $(1-\alpha)$ dengan taraf signifikansi α .

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Analisis deskriptif dilakukan untuk mengetahui karakteristik *return* aset saham yang meliputi PT. Bank Rakyat Indonesia, Tbk (BBRI), PT. Telekomunikasi Indonesia, Tbk (TLKM), dan PT. Unilever Indonesia, Tbk (UNVR) pada periode 20 Oktober 2014 hingga 28 Februari 2018. Gambar 1 merupakan plot runtun waktu *return* ketiga saham tersebut.



Gambar 1. Plot Runtun Waktu *Return* Saham

Analisis deskriptif untuk ketiga return saham disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Statistika Deskriptif dari *Return* Saham BBRI, UNVR, dan TLKM

Variabel	BBRI	UNVR	TLKM
Mean	0,000690	0,000664	0,000414
Standar Deviasi	0,018118	0,015893	0,014925
Minimum	-0,074464	-0,063776	-0,056457
Maksimum	0,075986	0,087256	0,072925
Skewness	-0,048544	0,274754	0,173614
Kurtosis	5,466944	5,483289	5,676425

4.2 UJI STASIONERITAS DATA

Pengujian stationeritas data merupakan langkah awal yang dilakukan sebelum mengidentifikasi model runtun waktu. Adapun uji stasioneritas data ini dimulai dengan uji stasioneritas dalam varian terlebih dahulu dan kemudian dilanjutkan dengan uji stasioneritas dalam *mean*. Uji stasioneritas dalam varian dilakukan dengan menggunakan transformasi Box-Cox. Nilai *rounded value* pada *return* saham BBRI, UNVR, dan TLKM masing – masing bernilai 1. Sehingga dapat disimpulkan bahwa ketiga *return* saham tersebut stasioner dalam varian. Uji stasioner dalam *mean* dilakukan dengan menggunakan uji *Augmented Dickey Fuller*. Nilai *statistic t* yang dihasilkan dari *return* saham BBRI sebesar -14,62457 dengan *p-value* sebesar 0,0000, *return* saham UNVR sebesar -18,97874 dengan *p-value* sebesar 0,0000, dan pada *return* saham TLKM sebesar -17,90489 dengan *p-value* sebesar 0,0000. Sehingga dapat disimpulkan data *return* ketiga saham memenuhi asumsi kestasioneran baik dalam varian maupun dalam *mean*.

4.3 Identifikasi Model

Penentuan orde AR dan orde MA menggunakan plot fungsi autoregresif (ACF) dan fungsi autoregresif parsial (PACF). Plot ACF terputus pada lag ke-*k* apabila nilai fungsi autokorelasi (\hat{r}_k) melebihi garis batas signifikansi, sedangkan plot PACF terputus pada lag ke-*k* apabila nilai fungsi autokorelasi parsial (\hat{r}_{kk}). Model ARIMA terbaik dapat ditentukan dengan melihat nilai AIC terkecil model ARIMA, berikut merupakan model ARIMA terbaik yang dihasilkan :

BBRI : ARIMA ([1],0,[2])

UNVR : ARIMA (0,0,[1,3])

TLKM : ARIMA (0,0,[1,2,4])

4.4 Uji ARCH-LM

Uji *Lagrange Multiplier* (LM) digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya efek ARCH/GARCH pada residual model ARIMA. Adapun hasil pengujian disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Statistik Uji *Lagrange Multiplier* (LM)

Saham	Model	<i>P-value</i>
BBRI	ARIMA ([1],0,[2])	0,000
UNVR	ARIMA (0,0,[1,3])	0,000
TLKM	ARIMA (0,0,[1,2,4])	0,000

Dengan taraf signifikansi $\alpha=5\%$, menolak H_0 sehingga disimpulkan bahwa residual model ARIMA pada *return* saham BBRI, UNVR, dan TLKM terdapat efek ARCH/GARCH dan kemudian dapat dibentuk model GARCH.

4.5 Pemodelan GARCH (1,1)

Model GARCH awal yang terbentuk pada saham BBRI adalah ARIMA ([1],0,[2]) GARCH (1,1), saham UNVR adalah ARIMA (0,0,[1,3]) GARCH (1,1) dan pada saham TLKM adalah ARIMA (0,0,[1,2,4]) GARCH (1,1). Setelah dilakukan perbaikan model karena terdapat parameter yang tidak signifikan, maka model GARCH yang optimal untuk saham BBRI adalah ARIMA (0,0,[2]) GARCH (1,1), saham UNVR adalah ARIMA (0,0,[1,3]) GARCH (1,1) dan pada saham TLKM adalah ARIMA (0,0,[1,2,4])GARCH (1,1) dengan persamaan model *mean* dan varian yang dihasilkan sebagai berikut :

a. BBRI

$$Z_t = -0,08378 a_{t-2} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,00001 + 0,097774 a^2_{t-1} + 0,874638 \sigma_{t-1}^2$$

b. UNVR

$$Z_t = -0,144974 a_{t-1} - 0,101632 a_{t-3} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,000004 + 0,047253 a^2_{t-1} + 0,936737 \sigma_{t-1}^2$$

c. TLKM

$$Z_t = -0,085579 a_{t-1} - 0,156018 a_{t-2} - 0,075063 a_{t-4} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,000057 + 0,186539 a^2_{t-1} + 0,553380 \sigma_{t-1}^2$$

Setelah didapatkan model dari masing-masing saham, langkah selanjutnya yakni pengujian normalitas pada residual yang dihasilkan dari masing-masing model menggunakan uji *Jarque Bera* dan didapatkan kesimpulan bahwa residual model ARIMA GARCH (1,1) pada semua saham tidak berdistribusi normal.

4.6 Copula

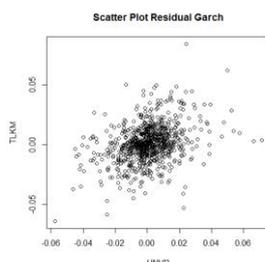
Residual pada model ARIMA GARCH (1,1) yang tidak berdistribusi normal selanjutnya diatasi dengan menggunakan copula sebelum melakukan estimasi nilai *Value at Risk* (VaR).

a. Menentukan Struktur Dependensi

Uji Stuktur dependensi dilakukan dengan menggunakan Uji Rho Spearman. Pasangan saham yang akan digunakan untuk memodelkan copula adalah residual pasangan saham yang memiliki koefisien korelasi tertinggi. Saham TLKM dan UNVR memiliki residual dengan koefisien korelasi tertinggi sebesar 0,3203765.

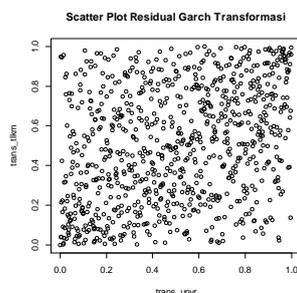
b. Transformasi *Uniform* [0,1]

Transformasi merupakan langkah awal yang dilakukan untuk melakukan analisis terhadap copula. Data residual yang telah diperoleh dibuat plot terlebih dahulu untuk melihat sebaran titik data seperti yang disajikan pada Gambar 2.



Gambar 2. *Scatter Plot* Residual Model GARCH (1,1) UNVR dan TLKM

Pada Gambar 2 terlihat bahwa plot tidak menunjukkan copula Frank karena adanya sebaran titik yang terkonsentrasi pada interval tertentu. Kemudian setelah dilakukan transformasi *uniform* [0,1] dapat dilihat sebaran titik data pada Gambar 3.



Gambar 3. *Scatter Plot* Residual model GARCH (1,1) UNVR dan TLKM pada Transformasi *Uniform* [0,1]

Pada Gambar 3 terlihat bentuk *scatter plot* setelah di transformasi menunjukkan adanya sebaran titik yang tidak hanya terkonsentrasi pada bagian ujung bawah saja melainkan juga terkonsentrasi pada bagian ujung atas. Hal ini mengindikasikan adanya *tail dependence* bagian atas dan bawah yakni copula Frank

c. Estimasi Parameter Copula

Estimasi copula dihitung dengan menggunakan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dengan menggunakan nilai korelasi Rho Spearman dari residual model ARIMA GARCH (1,1) saham UNVR dan TLKM yakni sebesar $\hat{\rho} = 0,3203765$. Didapatkan estimasi parameter copula Frank $\hat{\vartheta} = 2,025$. Sehingga model copula Frank untuk residual ARIMA GARCH (1,1) saham UNVR dan TLKM adalah

$$C_{1,183}^{Fr}(u_1 u_2) = -\frac{1}{2,025} \ln \left(1 + \frac{(e^{-2,025u_1} - 1)(e^{-2,025u_2} - 1)}{e^{-2,025} - 1} \right)$$

Nilai $\hat{\vartheta} > 0$ menunjukkan copula memiliki dependensi positif yang artinya jika residual model GARCH (1,1) saham UNVR naik, maka residual model GARCH (1,1) saham TLKM akan naik.

4.7 Estimasi Value at Risk (VaR)

Value at Risk (VaR) dihitung dengan Simulasi Monte Carlo dengan membangkitkan 824 data bangkitan yg berasal dari model copula Frank yang telah dihasilkan dengan 1000 kali perulangan, 2000 kali perulangan dan 3000 kali perulangan serta tingkat kepercayaan 90%, 95% dan 99%. Hasil estimasi nilai VaR ditampilkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Prediksi VaR $t = 1$ Hari dengan Bobot 0,5

Jumlah perulangan	Tingkat kepercayaan		
	99%	95%	90%
1000	-0,02793519	-0,01886483	-0,01400994
2000	-0,02780772	-0,01885294	-0,01403064
3000	-0,02790626	-0,018875	-0,01405387
Rata-rata	-0,027883	-0,01886425	-0,01403

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang diikemukakan dalam Tugas Akhir ini, maka dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Data *return* saham PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero), Tbk (BBRI), PT. Unilever Indonesia, Tbk (UNVR), dan PT. Telekomunikasi Indonesia, Tbk (TLKM) periode 20 Oktober 2014 hingga 28 Februari 2018 stasioner dalam *mean* karena rata-rata pengamatan berada pada satu nilai konstan (nol) serta memiliki nilai *p-value* yang kurang dari 5% yaitu 0,000 pada uji *Augmented Dickey-Fuller* dan stasioner dalam varian karena ketiga nilai $\lambda = 1$ sehingga tidak perlu dilakukan transformasi pada transformasi Box-Cox.
2. Pemodelan ARIMA-GARCH pada data return saham BBRI, UNVR, dan TLKM didapatkan sebagai berikut.

a. BBRI :

$$Z_t = -0,08378 a_{t-2} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,00001 + 0,097774 a^2_{t-1} + 0,874638 \sigma_{t-1}^2$$

b. UNVR :

$$Z_t = -0,144974 a_{t-1} - 0,101632 a_{t-3} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,000004 + 0,047253 a^2_{t-1} + 0,936737 \sigma_{t-1}^2$$

c. TLKM :

$$Z_t = -0.085579 a_{t-1} - 0.156018 a_{t-2} - 0.075063 a_{t-4} + a_t$$

$$\sigma_t^2 = 0,000057 + 0,186539 a_{t-1}^2 + 0,553380 \sigma_{t-1}^2$$

3. Kombinasi saham UNVR dan TLKM dipilih karena memiliki koefisien korelasi residual tertinggi berdasarkan uji korelasi *Rho Spearman* yaitu $\hat{\rho} = 0.3204$. Estimasi parameter copula Frank diperoleh berdasarkan metode MLE, diperoleh parameter $\hat{\theta} = 2.025$. Sehingga didapatkan model copula Frank sebagai berikut :

$$C_{1,183}^{Fr}(u_1 u_2) = -\frac{1}{2,025} \ln \left(1 + \frac{(e^{-2,025 u_1} - 1)(e^{-2,025 u_2} - 1)}{e^{-2,025} - 1} \right)$$

4. Besar risiko yang diperoleh dari perhitungan *Value at Risk* (VaR) dengan metode copula Frank-GARCH menggunakan simulasi Monte Carlo pada tingkat kepercayaan 99% sebesar -0,027883, pada tingkat kepercayaan 95% sebesar -0,01886425, dan pada tingkat kepercayaan 90% sebesar -0,01403. Artinya jika investor menanamkan modalnya sebesar Rp. 100.000.000,00 maka pada tingkat kepercayaan 99 % kerugian maksimalnya dapat mencapai Rp.2.788.300,00, pada tingkat kepercayaan 95 % kerugian maksimalnya dapat mencapai Rp.1.886.425,00, serta pada tingkat kepercayaan 90 % kerugian maksimalnya dapat mencapai Rp.1.403.000,00 dalam prediksi waktu satu hari.

DAFTAR PUSTAKA

- Arna, N.U.S, Raupong dan Anisa. 2017. *Pemodelan Dependensi Distribusi Variabel Non Gaussian Dengan Copula Frank Menggunakan Korelasi Rho Spearman*. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Hasanuddin. Makassar.
- Best, P.W, .1998). *Implementing Value at Risk*. West Sussex: John Wiley & Sons Inc.
- Cherubini, U., Luciano, E., dan Vecchiato, W. 2004. *Copula Methods in Finance*. Canada : Wiley.
- Darmadji, T. dan Fakhruddin, H. 2001 . *Pasar Modal di Indonesia Pendekatan Tanya Jawab*. Jakarta : Salemba Empat.
- Hermansah. 2017. *Estimasi Value at Risk Dengan Distribusi Normal Untuk Memprediksi Return Investasi*. Jurnal Mercumatika, Vol.1, No. 2 : Hal. 92-96.
- Maruddani, D.I.A, dan Purbowati, A. 2009. *Pengukuran Value at Risk pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo*. Jurnal Media Statistika. Vol. 2(2): 93-104. Undip: Semarang.
- Palaro, H. P. dan Hotta, L. K. 2006. *Using Conditional Copula to Estimate Value at Risk*. Journal of Data Science, No. 4 : hal. 93-115.
- Renggani, Pintari dan Subekti. 2017. *Estimasi Value at Risk (VaR) Pada Portofolio Dengan Metode Elliptical Copula*. Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika UNY 2017. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.
- Rosadi, D. 2012. *Ekonometrika dan Analisis Runtun Waktu Terapan dengan Eviews*. Yogyakarta : Andi Offset.
- Soejoeti, Z. 1987. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Karunika.
- Sofiana, N. 2011. *Pengukuran Value at Risk Pada Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo*. Skripsi. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Negeri Yogyakarta. Yogyakarta.
- Tsay, R.S. 2005. *Analysis of Financial Time Series*. Canada: John Wiley and Sons, Inc.
- Wei, W.W.S. 2006. *Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods*. Canada: Addison Wesley Publishing Company.