ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 8, Nomor 1, Tahun 2019, Halaman 127 - 138
Online di: http://ejournal3.undip.ac.id/index.php/gaussian

PEMBENTUKAN PORTOFOLIO OPTIMAL DENGAN METODE *RESAMPLED EFFICIENT FRONTIER* UNTUK PERHITUNGAN *VALUE AT RISK* DILENGKAPI APLIKASI GUI MATLAB

Henny Setyowati[1], Abdul Hoyyi[2], Di Asih I Maruddani[3]
[1,2,3] Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
e-mail : hennysetyowati28@gmail.com

ABSTRACT

The purpose of investors in investing is to get a return, but investors also have to bear the risks that might exist. There are 3 types of investors in investment based on their preference for risk, namely risk aversion (risk averter), moderate risk takers (risk moderate), and high risk takers (risk takers). To obtain an optimal portfolio for each type of investor, the Resampled Efficient Frontier Method is used with Monte Carlo Simulation as much as 700 times, to obtain more parameter estimates. The results of the Resampled Efficient Frontier from Efficient Frontier will take 51 efficient points to determine the optimal portfolio for each type of investor. The efficient point taken is the 1st, 26th and 51st efficient points for the investor risk averter type, risk moderate, and risk taker. To determine the estimated loss in investment, the VaR value is calculated based on the monthly return data of BBNI, UNTR, INKP, and KLBF shares for the period February 2013 to March 2017, with a capital allocation of Rp 100,000,000.00, a holding period of 20 days, and a level of trust of 95%. The Matlab GUI is used to facilitate users in processing data.
Keywords: Efficient Frontier, Monte-Carlo Simulation, Normal Distribution, VaR, Matlab GUI

1. PENDAHULUAN

Investasi di pasar modal dalam bentuk portofolio memberikan ekspektasi keuntungan (*expected return*) namun juga mengandung risiko yang mungkin akan dihadapi investor (*expected risk*). Untuk itu, Investor layak memperhatikan penggunaan strategi investasi tertentu dalam rangka mencapai investasi yang optimal, yaitu investasi yang dapat memberikan *return* tertentu dengan kandungan risiko yang dapat ditekan seminimal mungkin. Salah satu strategi yang dapat digunakan adalah dengan *portfolio strategy*.

Portofolio merupakan kumpulan dari instrumen investasi yang dibentuk untuk memenuhi suatu sasaran umum investasi. Dalam kondisi seperti itu, maka investor harus mampu membentuk portofolio yang efisien yaitu melakukan investasi dalam instrumen yang memberikan keuntungan yang diharapkan (*expected return*) tertentu dengan tingkat risiko tertentu (*expected risk*) tertentu yang rendah atau yang bersedia investor tanggung. Portofolio efisien tersebut sering disebut dengan *efficient frontier*.

Resampled Efficient Frontier adalah hasil dari menghitung rata-rata dari bobot tiap aset dalam *Mean Variance Efficient Portfolio* dengan tingkat *return* tertentu. *Resampled Efficient Frontier* lebih memberikan investasi yang aman dan reliabel (Michaud dan Michaud, 2008). Untuk memperbanyak input proses *resampling* digunakan metode Simulasi Monte-Carlo dengan menyesuaikan karakteristik informasi dari data historis yang tersedia dari data historis yang sesungguhnya. Untuk mengukur risiko dalam investasi digunakan *Value at Risk* (VaR). VaR merupakan perkiraan besarnya kerugian dan besarnya kemungkinan terjadinya kerugian dalam investasi. GUI MATLAB digunakan untuk mempermudah pengambilan keputusan dari hasil perhitungan bobot-bobot yang optimal serta risiko portofolio.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Saham

Menurut Bursa Efek Indonesia (BEI) tahun 2018, Saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan modal seseorang atau pihak (badan usaha) dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas.

2.2. Pasar Modal

Menurut Usman (1989), pasar modal adalah pelengkap di sektor keuangan terhadap dua lembaga lainnya yaitu bank dan lembaga pembiayaan. Pasar modal memberikan jasanya yaitu menjembatani hubungan antara pemilik modal dalam hal ini disebut sebagai pemodal *(investor)* dengan pinjaman dana dalam hal ini disebut dengan nama *emiten* (perusahaan yang *go public*).

2.3. *Return* Aset

Menurut Ang (1995), *return* (kembalian) adalah tingkat keuntungan yang dinikmati oleh pemodal atas suatu investasi yang dilakukannya. Menurut Amenc dan Sourd (2003), untuk mempermudahkan perhitungan, maka diasumsikan tidak ada dividen yang dibagikan selama periode investasi. Perhitungan *return* secara geometri dapat menggunakan persamaan berikut:

$$R_{it} = \ln\left(\frac{H_{it}}{H_{it-1}}\right)$$

Untuk perhitungan secara aritmetiknya menggunakan persamaan berikut:

$$R_{it} = \left(\frac{H_{it} - H_{it-1}}{H_{it-1}}\right)$$

Jika terdapat n (jumlah observasi) *return*, maka ekspektasi *return* dapat diestimasi dengan rata-rata sampel (mean) *return*:

$$E(R_i) = \bar{R}_i = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} R_{it}$$

H_{it} : harga saham i pada periode t
H_{it-1}: harga saham i pada periode t-1
R_{it} : *return* saham i pada periode t
$\bar{R}_i$: rata-rata *return* saham i (*expected return*)

2.4. *Return* Portofolio

Menurut Fabozzi (1999), pengembalian aktual dari suatu portofolio yang terdiri dari a aset sepanjang periode waktu tertentu secara langsung dapat diperhitungkan sebagai berikut:

$$R_p = w_1R_1 + w_2R_2 + w_3R_3 + \cdots + w_aR_a$$

R_p : *return* portofolio selama periode berjalan
R_i : *return* saham i selama periode berjalan
w_i : bobot saham i dalam portofolio
i : 1, 2, ... , a

2.5. Varian dan Standar Deviasi

Varian dari *return* suatu aset adalah ekspektasi nilai atas deviasi kuadrat dari *return* yang diharapkan. Sedangkan standar deviasi dari *return* suatu aset adalah akar dari varian *return* (Bodie, *et al*. 2006). Menurut Maruddani dan Purbowati (2009), varian dan standar deviasi tiap aset, perhitungannya adalah sebagai berikut:

$$S_{ii} = S_i^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{t=1}^{n}(R_{it} - \bar{R}_i)^2$$

Menurut Fabozzi (1999), bagi portofolio dengan jumlah saham sebanyak a, varian portofolionya adalah:

$$\text{var}\ (R_p) = \sum_{i=1}^{a} w_i{}^2 \text{var}\ (R_i) + \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{a} w_i w_j\ cov\ (R_i, R_j) = \boldsymbol{w^T}\ \boldsymbol{S}\ \boldsymbol{w}$$

S_{ii} : varian *return* saham i
S_i : standar deviasi *return* saham i
$\boldsymbol{S}$: matriks varian kovarian *return* saham dalam portofolio
$\boldsymbol{w}$: vektor bobot saham dalam portofolio

2.6. Risiko Portofolio

Menurut Tandelilin (2010), risiko portofolio ditentukan lewat kontribusi aset-aset individual yang tergabung dalam portofolio terhadap risiko portofolio.Dengan menggunakan ukuran kovarian, bisa dihitung besarnya risiko portofolio, baik yang terdiri dari dua buah sekuritas maupun *n* sekuritas.

2.7. Kovarian

Menurut Tandelilin (2010), kovarian adalah ukuran absolut yang menunjukkan hubungan atau keeratan dua variabel yang memiliki kecenderungan bergerak bersama-sama. Suatu nilai positif kovarian mengindikasikan *return* sekuritas cenderung bergerak ke arah yang sama. Sedangkan kovarian negatif mengindikasikan kecenderungan *return* bergerak berlawanan.

2.8. Diversifikasi

Diversifikasi portofolio diartikan sebagai pembentukan portofolio sedemikian rupa sehingga dapat mengurangi risiko portofolio tanpa mengorbankan pengembalian yang dihasilkan. Para investor yang mengkhususkan diri dalam investasi saham, menganggap perlu dilakukan diversifikasi portofolio. Yang dimaksud dengan diversifikasi portofolio dalam hal ini adalah seluruh dana yang ada seharusnya tidak diinvestasikan ke dalam satu saham tetapi portofolio harus terdiri dari banyak saham perusahaan (Fabozzi, 1999).

2.9. Tipe Investor

Menurut Samsul (2006), dilihat dari kesediaannya menanggung risiko investasi, investor dapat dikategorikan menjadi 3 kelompok atau tipe, yaitu :

1. Tipe investor yang berani mengambil risiko, yang disebut *risk taker*. Tipe *risk taker* akan merasa sangat senang apabila ditawari saham yang memiliki gejolak harga yang tinggi.
2. Tipe investor yang takut atau enggan menanggung risiko, yang disebut *risk averter*. Tipe *risk averter* akan merasa senang apabila ditawari saham yang memiliki risiko rendah.
3. Tipe investor yang netral terhadap risiko, yang disebut *risk moderate* atau *moderate investor*. Tipe investor ini hanya berani menanggung risiko yang sebanding dengan *return* yang akan diperolehnya.

2.10. Distribusi Normal Multivariat

Fungsi densitas normal multivariat a dimensi untuk vektor random $\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{X_1}, \boldsymbol{X_2}, \ldots, \boldsymbol{X_a}]'$ adalah :

$$f(x)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{a}{2}}|\boldsymbol{S}|^{\frac{1}{2}}}\exp(-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\overline{\boldsymbol{x}})(\boldsymbol{S})^{-1}(\boldsymbol{x}-\overline{\boldsymbol{x}}))$$

dengan $-\infty < x_i < \infty$

Pengujian asumsi normal multivariat juga dapat dilakukan dengan uji kecocokan distribusi Kolmogorov-Smirnov yang dikemukakan Daniel (1989). Pengujian dilakukan dengan memeriksa apakah jarak mahalanobis (${d_j}^2$) berdistribusi X^2 dengan derajat bebas a atau tidak. Berikut langkah pengujian asumsi normal multivariat :

Hipotesis:

$H_0 : F\left(d_j^2\right) = F_0(d_j^2)$ untuk semua nilai d_j^2

$H_1 : F\left(d_j^2\right) \neq F_0(d_j^2)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai d_j^2

Tingkat Signifikansi: α

Statistik Uji:

$$D = sup_{d_j^2}\left|S\left(d_j^2\right) - F_0(d_j^2)\right|$$

dengan $S\left(d_j^2\right)$ = fungsi peluang kumulatif yang dihitung dari jarak mahalanobis.

$F_0\left(d_j^2\right)$ = fungsi peluang kumulatif dari distribusi Chi-Square.

Apabila kedua fungsi tersebut disajikan secara grafik maka D adalah supremum antara $S\left(d_j^2\right)$ dan $F_0\left(d_j^2\right)$.

Kriteria Uji:

H_0 ditolak jika D > D*(α)

D*(α) merupakan nilai kritis yang diperoleh dari tabel Kolmogorov-Smirnov.

2.11. *Resampled Efficient Frontier*

Resampled Efficient Frontier secara optimal dapat mendefinisikan fungsi utilitas yang menggambarkan karakteristik dari preferensi *risk-return* investor. *Resampled Efficient Frontier* tidak begitu bergantung pada karakteristik variabel input. *Resampled Efficient Frontie*r menggambarkan bobot portofolio yang tidak ekstrim dibandingkan dengan *Mean Varian Efficiency* (Michaud dan Michaud, 2008)

2.12. Simulasi Monte-Carlo

Ketidakstabilan dan sensitivitas yang tinggi dari hasil optimasi telah membawa manajer-manajer aset menambahkan metodologi lain dalam perhitungan optimasi portofolio dalam bentuk Simulasi Monte Carlo. Dalam kasus pengoptimalan portofolio, r*eturn* tiap aset disimulasikan berdasarkan distribusi probabilitas *return* yang ditentukan dengan menguji distribusi empiris *return* historis (Rasmussen, 2003).

Menurut Rubinstein dan Melamed (1998), algoritma pembangkitan data normal multivariat dari a variabel sebanyak n data adalah sebagai berikut :

1. Membangkitkan $\boldsymbol{Z_1}, \boldsymbol{Z_2}, \dots, \boldsymbol{Z_a}$ dari distribusi N(0,1)
2. Menentukan matriks **C**, dimana matriks **C** adalah matriks segitiga bawah. Matriks **C** dihitung dengan persaman berikut :

   $$c_{ij} = \frac{s_{ij} - \sum_{k=1}^{j-1} c_{ik} c_{jk}}{\left(s_{jj} - \sum_{k=1}^{j-1} {c_{jk}}^2\right)^{1/2}} \ ; \quad 1 \le j \le i \le a$$

   Dengan ketentuan bahwa :

   $$\sum_{k=1}^{j-1} c_{ik}\, c_{jk} = 0 \ ; \quad \text{untuk} \ \ j = 1$$
3. Menghitung variabel baru hasil pembangkitan

$$\mathbf{V} = \mathbf{CZ} \circledast \overline{\boldsymbol{x}}$$

Operator $\circledast$ menyatakan penjumlahan setiap kolom dari hasil perkalian **CZ** dengan $\overline{\boldsymbol{x}}$. Dalam hal ini $\overline{\boldsymbol{x}}$ adalah vektor mean, $\boldsymbol{S}$ adalah matriks varian kovarian, dan **V** adalah matriks dari variabel hasil pembangkitan.

4. Langkah 1-3 diulangi sampai Q kali.

2.13. Pembentukan Bobot dengan Meminimalkan Variansi

Menurut Rasmussen (2003), portofolio dengan varian minimum adalah portofolio yang menghasilkan risiko terkecil berdasarkan karakteristik input tiap aset. Konstrain/batasan yang berlaku dalam portofolio ini hanya jumlah bobot aset yang harus sama dengan satu. Selanjutnya dapat dibentuk fungsi Lagrange L, dan akan dicari $\boldsymbol{w}$ yang meminimalkan fungsi tersebut.

meminimalkan $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{w}$ dengan syarat $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1}$= 1

$$L = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}\boldsymbol{w} - \lambda(\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1} - 1)$$

Untuk portofolio dengan varian efisien, tidak ada batasan pada mean portofolio (λ=0), sehingga pembobotan pada *Mean Variance Efficient Portofolio* adalah :

$$\boldsymbol{w} = \frac{\boldsymbol{S}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}^{-\boldsymbol{1}}\boldsymbol{1}}$$

Turunan kedua dari L terhadap $\boldsymbol{w}$ adalah sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 L}{\partial \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\,\partial \boldsymbol{w}} = 2\boldsymbol{S}$$

Dapat ditunjukkan bahwa $\boldsymbol{w}$ yang diperoleh benar-benar akan meminimalkan nilai L, dengan syarat matriks **S** merupakan definit positif dan $\boldsymbol{w}$ yang diperoleh akan memberikan risiko yang minimal dibandingkan dengan $\boldsymbol{w}$ yang lain.

2.14. Meminimalkan Risiko pada Tingkat *Return* Tertentu

Menurut Rasmussen (2003), proses pembentukan bobot untuk portofolio dengan varian minimum pada tingkat *return* tertentu mensyaratkan dua batasan yaitu :

1. spesifikasi awal dari *expected return* $\bar{r}$ = $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{R}}$
2. Jumlah bobot atau proporsi dari portofolio yang dibentuk harus sama dengan 1, yakni $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1}$=1

Selanjutnya dapat dibentuk fungsi Lagrange L, untuk meminimalkan varian guna mendapatkan bobot $\boldsymbol{w}$.

meminimalkan $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{w}$ dengan syarat $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1}$= 1 dan $\bar{r}$ = $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{R}}$

$$L = \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{w} - \lambda_1(\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{R}} - \bar{r}) - \lambda_2(\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1} - 1)$$

Terdapat dua kendala pada persamaan diatas yakni $\bar{r}$ = $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\overline{\boldsymbol{R}}$ dan $\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{1}$=1 dengan derivatif parsial pertama L untuk masing-masing $(\boldsymbol{w}, \lambda_1, \lambda_2)$, diperoleh solusi untuk fungsi L sebagai berikut :

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{ef}} = \frac{1}{K_{\boldsymbol{4}}}[(K_{\boldsymbol{3}}.\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{1} - K_{\boldsymbol{1}}.\boldsymbol{S}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}}) + (K_{\boldsymbol{2}}.\boldsymbol{S}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}} - K_{\boldsymbol{1}}.\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{1}).\bar{r}\,]$$

Dengan

$$K_{\boldsymbol{1}} = \boldsymbol{1}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}}\,;\; K_{\boldsymbol{2}} = \boldsymbol{1}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}^{-1}\boldsymbol{1}\,;\; K_{\boldsymbol{3}} = \overline{\boldsymbol{R}}^{\,\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}^{-1}\overline{\boldsymbol{R}}\,;\; K_{\boldsymbol{4}} = K_{\boldsymbol{3}}.K_{\boldsymbol{2}} - K_{\boldsymbol{1}}{}^2$$

$\boldsymbol{w}$: vektor bobot tiap saham dalam portofolio
$\boldsymbol{S}$: matriks varian kovarian *return* saham
$\overline{\boldsymbol{R}}$: vektor rata-rata *return* saham dalam portofolio
$\bar{r}$: *expected return* portofolio
$\boldsymbol{1}$: vektor satuan dengan dimensi a x 1

2.15. *Value at Risk (VaR)*

Menurut Dowd (2002), VaR didefinisikan sebagai jumlah kerugian maksimum yang mungkin akan diterima selama periode waktu tertentu pada tingkat kepercayaan tertentu. Perhitungan VaR sangat bergantung pada dua parameter yaitu periode waktu hp dan tingkat kepercayaan (α_{cl}). Kemudian menurut Best (1998), perhitungan VaR alokasi dana untuk portofolio sebesar P maka VaR dengan holding period hp dan tingkat kepercayaan *cl* adalah:

$$VaR(hp, cl) = -\left(\alpha_{cl}\sqrt{hp}\sqrt{\boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{S}\,\boldsymbol{w}}\right) * P$$

hp : jangka waktu investasi *(holding period)*
α_{cl} : nilai kuantil pada distribusi Normal Standar pada tingkat kepercayaan *cl*
P : alokasi dana/modal untuk portofolio

2.16. GUI MATLAB

Matlab merupakan sebuah singkatan dari *Matrix Laboratory*. Menurut Pusadan (2014), GUI pada Matlab merupakan sebuah aplikasi *display* dari Matlab yang mengandung tugas, perintah, atau komponen program yang mempermudah *user* atau pengguna dalam menjalankan sebuah program dalam Matlab.

3. METODE PENELITIAN

3.1 Jenis dan Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diunduh pada tanggal 2 November 2018 dari situs penyedia data historis saham yaitu http://finance.yahoo.com .

3.2 Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah harga saham dari 4 saham anggota LQ45 periode Maret 2013 sampai Maret 2017. Saham yang dipilih adalah saham PT Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk, PT United Tractors Tbk, PT Indah Kiat Pulp & Paper Tbk, dan PT Kalbe Farma Tbk.

3.3 Metode Analisis Data

Metode analisis yang digunakan dalam penelitian in adalah metode *Resampled Efficient Frontier* dengan menggunakan *Software* Microsoft Excel 2010, Matlab R2015b, dan R i386 3.2.5. Berikut langkah-langkah yang dilakukan untuk menganalisis data dalam penelitian ini:

1. Mengumpulkan data observasi berupa harga bulanan historis *a* aset saham sebanyak n+1 data.
2. Menghitung *return* tiap aset saham berdasarkan harga saham bulanan sehingga didapatkan sebanyak n data *return* untuk tiap aset saham.
3. Melakukan uji normal multivariat dari *a return* saham. Jika uji normal multivariat ini tidak terpenuhi maka kembali melakukan langkah 1-3.
4. Menentukan jumlah titik efisien yang akan diobservasi, yaitu M titik efisien.
5. Mengestimasi parameter dari data *return* historis. Dalam hal ini parameter yang dibutuhkan adalah mean *return* dan matriks varian-kovarian *return* dari a aset saham.
6. Membangkitkan *return* baru menggunakan simulasi Monte Carlo berdasarkan parameter data *return* historis.
7. Mengestimasi nilai mean *return* dan matriks varian-kovarian *return* yang baru berdasarkan hasil simulasi.
8. Mengulangi langkah 6 dan 7 sebanyak Q kali untuk melakukan pembangkitan sehingga akan didapatkan estimasi mean *return* dan matriks varian-kovarian *return* sebanyak Q.

$$\widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_1 = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \vdots \\ \bar{R}_a \end{bmatrix}, \ldots\ldots, \widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_Q = \begin{bmatrix} \bar{R}_1 \\ \vdots \\ \bar{R}_a \end{bmatrix}$$

$$\widehat{\boldsymbol{S}}_1 = \begin{bmatrix} S_{11} & \ldots & S_{1a} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{a1} & \ldots & S_{aa} \end{bmatrix}, \ldots\ldots, \widehat{\boldsymbol{S}}_Q = \begin{bmatrix} S_{11} & \ldots & S_{1a} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{a1} & \ldots & S_{aa} \end{bmatrix}$$

9. Menghitung bobot varian minimum untuk setiap skema Monte Carlo (setiap perulangan).

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{min}}} = \frac{\widehat{\boldsymbol{S}}_q^{\ -1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{S}}_q^{\ -1}\mathbf{1}}$$

10. Mengestimasi nilai *return* portofolio minimum berdasarkan bobot varian minimum untuk setiap Skema Monte Carlo.

$$\bar{r}_{q_{min}} = \boldsymbol{w}_{\boldsymbol{q}_{\boldsymbol{min}}}^{\ \boldsymbol{T}}\widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_q$$

11. Mengestimasi *return* portofolio maksimum dari aset-aset saham yang dimasukkan ke dalam portofolio.

$$\bar{r}_{q_{max}} = \max\{\widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_q^{\ \boldsymbol{T}}\boldsymbol{\delta}^{(\mathbf{1})}, \ldots, \widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_q^{\ \boldsymbol{T}}\boldsymbol{\delta}^{(\boldsymbol{a})}\}$$

Dengan δ merupakan *canonical basis* vektor sebagai berikut :

$$\boldsymbol{\delta}^{(\mathbf{1})} = (1,0,..,0)^T$$

$$\vdots$$

$$\boldsymbol{\delta}^{(\boldsymbol{a})} = (0,0,..,1)^T$$

12. Menentukan interval *return* portofolio dari *return* portofolio minimum sampai *return* portofolio maksimum. Banyaknya *return* yang dihitung dalam interval tersebut sebanyak M titik untuk setiap skema Monte Carlo.

$$\bar{r}_q^{\ (1)} = \bar{r}_{q_{min}}$$

$$\bar{r}_q^{\ (M)} = \bar{r}_{q_{max}}$$

$$\bar{r}_q^{\ (m)} = \bar{r}_{q_{min}} + \frac{\bar{r}_{q_{max}} - \bar{r}_{q_{min}}}{M-1}\ (m-1)$$

dengan m : 1,2,3, …, M
q : 1,2,3, …, Q

13. Menentukan bobot dari tiap titik efisien pada setiap skema Monte Carlo.

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{q}}^{(\boldsymbol{m})} = min\ \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\boldsymbol{S}}_{\boldsymbol{q}}\boldsymbol{w}$$

$$dengan\ syarat\ \ \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\mathbf{1} = 1\ dan\ \ \boldsymbol{w}^{\boldsymbol{T}}\widehat{\bar{\boldsymbol{R}}}_q = \bar{r}_q^{\ (m)}$$

14. Menghitung bobot akhir *Resampled Efficient Frontier* sebagai rata-rata bobot portofolio di setiap titik efisien.

$$\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{rs}}^{(\boldsymbol{m})} = \frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q}\boldsymbol{w}_{\boldsymbol{q}}^{(\boldsymbol{m})}$$

M: 1,2,3, .. , M

15. Menentukan rentang waktu investasi (*holding period*)

16. Menentukan tingkat kepercayaan untuk mendapatkan nilai kuantil (α_{cl}) pada tingkat kepercayaan *cl* dari distribusi normal.
17. Menghitung nilai *VaR* distribusi normal multivariat pada tingkat kepercayaan *cl* dan lama periode investasi *hp* dengan alokasi modal P yaitu :

$$VaR(hp, cl) = -\left(\alpha_{cl}\sqrt{hp}\sqrt{\boldsymbol{w^T S w}}\right) * P$$

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Pengujian Normalitas *Return*

Pengujian asumsi normal multivariat dari *return* adalah sebagai berikut:

Hipotesis :

H_0 = Jarak Mahalanobis berdistribusi Chi Square
(data *return* berdistribusi normal multivariat)

H_1 = Jarak Mahalanobis tidak berdistribusi Chi Square
(data *return* tidak berdistribusi normal multivariat)

Taraf Signifikansi : 5%.

Statistik Uji :

D = 0,17033 dengan nilai p-value = 0,05166

Kriteria Uji :

H_0 ditolak jika D > D* (α) atau p-value < α

Keputusan :

Nilai *D**(0.05) = 0,19429. Nilai D < D* (0.05) dan p-value > 0.05 maka H_0 diterima.

Kesimpulan

Return BBNU, UNTR, INKP dan KLBF berdistribusi normal multivariat.

4.2. *Resampled Efficient Frontier*

Metode *Resampling Efficient Frontier* dalam penulisan Tugas Akhir ini di bawah asumsi normal, sesuai dengan prosedur *Resampled Efficient Frontier* yang dikemukakan oleh Michaud dan Michaud (2008). Untuk membangkitkan data *return* aset berdistribusi normal secara bersama-sama, parameter yang digunakan adalah mean dan varian data *return* historis. Berikut nilai mean dan varian tiap saham dari data *return* historis:

Tabel 1. Mean dan Varian *Return* tiap Saham

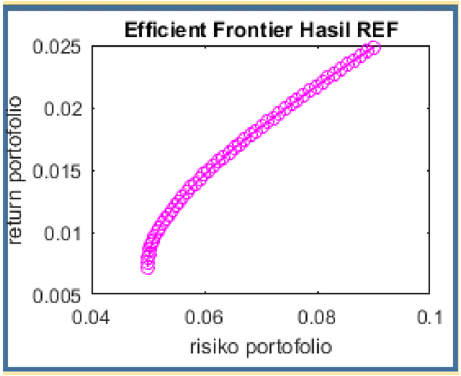
Saham	Mean *Return*	Varian
BBNI	0,0048	0,0074
UNTR	0,008	0,0051
INKP	0,0176	0,0254
KLBF	0,005	0,0042

Efficient frontier hasil *Resampled Efficient Frontier* menggunakan simulasi sebanyak 700 kali dengan 51 titik efisien. Penentuan jumlah titik efisien sebanyak 51 mengikuti penelitian yang dilakukan oleh Michaud dan Michaud (2008). Tiap titik efisien menggambarkan portofolio efisien dengan tingkat *return* dan risiko tertentu yang ada pada *efficient frontier*. Selanjutnya dari 51 portofolio efisien, diambil portofolio yang disesuaikan dengan karakteristik investor terhadap *return* dan risiko.

Tabel 2. Portofolio yang Disesuaikan dengan Karakteristik Investor

Tipe Investor	Titik Efisien ke-	Bobot				*Return* Portofolio	Risiko Portofolio
		BBNI	UNTR	INKP	KLBF		
Risk averter	1	10,83%	39,69%	8,14%	41,33%	0,0072003	0,04996
Moderate investor	26	10,42%	42,11%	19,67%	27,79%	0,016031	0,063462
Risk taker	51	10,01%	44,54%	31,20%	14,25%	0,024861	0,090061

Portofolio pada titik efisien pertama adalah portofolio yang tepat untuk *risk averter* Untuk tipe *risk moderate*, portofolio yang tepat adalah portofolio pada titik efisien ke-26. Sedangkan untuk *risk taker* portofolio yang tepat adalah portofolio pada titik efisien ke-51. Gambaran portofolio efisien pada tiap titik efisien disajikan dalam kurva efisien pada gambar 1.



Gambar 1. *Efficient Frontier* dari REF

4.3. *Value at Risk (VaR)*

Dari portofolio optimal sebelumnya dihitung nilai *VaR*-nya untuk menggambarkan nilai kerugian maksimal yang mungkin akan diterima investor. Dengan masa investasi selama 20 hari, tingkat kepercayaan 95% dan alokasi modal Rp 100,000,000.00 gambaran proporsi alokasi modal tiap portofolio beserta *VaR*-nya adalah sebagai berikut:

Tabel 3. Alokasi Modal dan *VaR* untuk Portofolio Berisiko Minimum

Saham	Bobot	Modal	Alokasi Modal	Risiko Portofolio	VaR
BBNI	10,83%	100.000.000,00	10.830.000,00	0,04996	-36.780.406,00
UNTR	39,69%		39.690.000,00		
INKP	8,14%		8.140.000,00		
KLBF	41,33%		41.330.000,00		

Tabel 4. Alokasi Modal dan *VaR* untuk Portofolio Berisiko Menengah

Saham	Bobot	Modal	Alokasi Modal	Risiko Porotofolio	VaR
BBNI	10,42%	100.000.000,00	10.420.000,00	0,063462	-46.686.599,00
UNTR	42,11%		42.110.000,00		
INKP	19,67%		19.670.000,00		
KLBF	27,79%		27.790.000,00		

Tabel 7. Alokasi Modal dan *VaR* untuk Portofolio Berisiko Maksimum

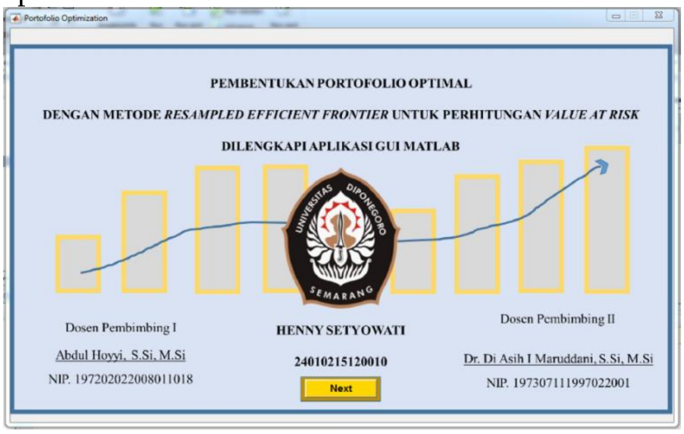
Saham	Bobot	Modal	Alokasi Modal	Risiko Portofolio	VaR
BBNI	10,01%	100.000.000,00	10.010.000,00	0,090061	-66.255.072,00
UNTR	44,54%		44.540.000,00		
INKP	31,20%		31.200.000,00		
KLBF	14,25%		14.250.000,00		

Untuk portofolio berisiko minimum, besaran risiko yang didapat dalam bentuk standar deviasi sebesar 0.064996 dengan nilai *VaR* sebesar Rp 36.780.406,00. Untuk portofolio berisiko menengah, besaran risiko yang didapat dalam bentuk standar deviasi sebesar 0.063462 dengan nilai *VaR* sebesar Rp 46.686.599,00. Sedangkan untuk portofolio berisiko tinggi, besaran risiko yang didapat dalam bentuk standar deviasi sebesar 0.090061 dengan nilai *VaR* sebesar Rp 66.255.072,00.

4.4. Prosedur Penggunaan Aplikasi GUI Matlab

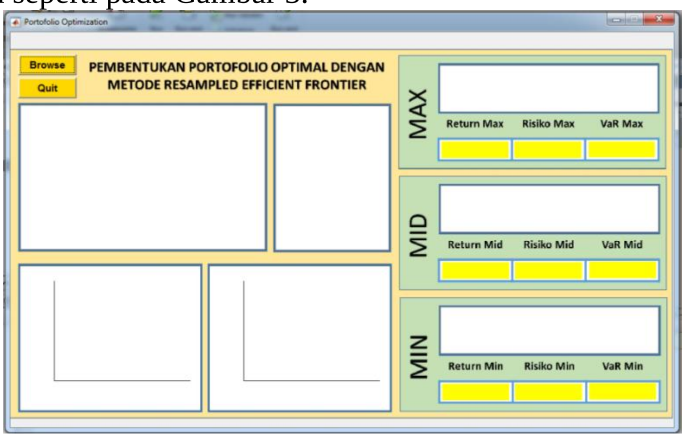
Komputasi pemograman *Resampled Efficient* Frontier untuk perhitungan *Value at Risk* pada software Matlab dilakukan dalam penelitian ini. *Software* Matlab yang digunakan dalam penelitian ini adalah Matlab versi R2015b. Pemaparan tampilan dan cara penggunaan program GUI Matlab *Resampled Efficient Frontier* untuk perhitungan *Value at Risk* sebagai berikut:

1. Tampilan *Home* GUI Matlab *Resampled Efficien Frontier* untuk perhitungan *Value at Risk* dapat dilihat pada Gambar2.



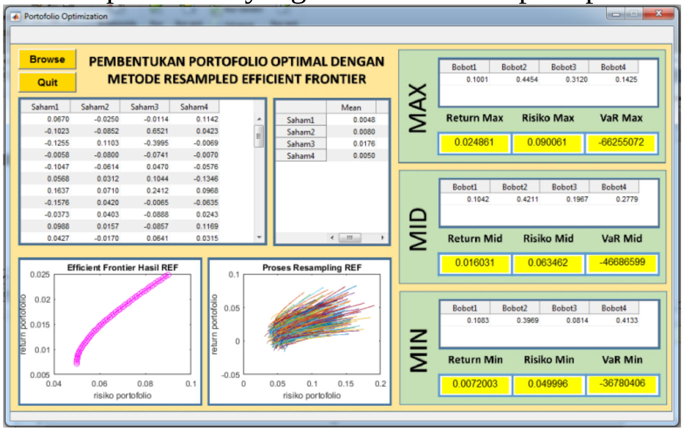
Gambar 2. Tampilan *Home* GUI Matlab *Resampled Efficient Frontier* untuk Perhitungan *Value at Risk*

2. Bagian dalam GUI Matlab *Resampled Efficien Frontier* untuk perhitungan *Value at Risk* dapat ditampilkan dengan melakukan klik pada tombol “Next”, sehingga akan muncul tampilan seperti pada Gambar 3.



Gambar 3. Tampilan Analisis data GUI Matlab

3. Penginputan data beserta analisis data dilakukan dengan klik tombol “Browse”. Data yang dimasukkan adalah data *return* dari data *closing price* data saham. Data dan hasil *output*-nya akan muncul pada tabel yang telah tersedia seperti pada Gambar 4.



Gambar 4. Tampilan Tombol *Input* Data Sekaligus *Run* Data

4. Cara mengakhiri program yaitu dengan melakukan klik pada tombol “Quit” seperti pada Gambar 4.

5. Kesimpulan

Berdasarkan analisis yang telah dilakukan terhadap empat saham anggota LQ45 yaitu BBNI, UNTR, INKP dan KLBF dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

1. Berdasarkan metode *Resampled Efficient Frontier* dengan menggunakan 51 titik efisien, didapatkan portofolio optimal bagi *risk averter* berada di titik efisien ke-1, lalu untuk *risk moderate* berada pada titik efisien ke-26 dan bagi *risk taker* berada pada titik efisien ke-51.
2. Dengan mengalokasikan modal Rp 100,000,000.00 pada ketiga portofolio optimal dengan *holding period* 20 hari dan tingkat kepercayaan 95%, *Value at Risk* untuk portofolio optimal bagi *risk averter* adalah sebesar Rp 36.780.406,00. Sedangkan *VaR* dari portofolio optimal *risk moderate* dan *risk taker* masing-masing sebesar Rp 46.686.599,00 dan Rp 66.255.072,00.

Daftar Pustaka

Ang, R. 1995. *Buku Pintar Pasar Modal Indonesia*. Jakarta: Media Staff Indonesia.

Bodie, Z., Kane, A., dan Marcus, A.J. 2006. *Investasi*. Zuliani Dalimunthe dan Budi Wibowo, penerjemah. Jakarta: Salemba Empat. Terjemahan dari: *Investments Sixth Edition*.

Dowd, K. 2002. *An Introduction to Market Risk Measurement*. England: John Wiley & Sons Ltd.

Fabozzi, F.J. 1999. *Manajemen Investasi*. Tim Penerjemah Salemba Empat, penerjemah. Jakarta: Salemba Empat. Terjemahan dari: *Investment Managemant*.

Maruddani, D.A.I., dan Purbowati, A. 2009. Pengukuran Value at Risk Pada Aset Tunggal dan Portofolio dengan Simulasi Monte Carlo. *Media Statistika*. Vol 2(2) : 93-104. Semarang.

Michaud, R.O. dan Michaud, R.O. 2008. *Efficient Asset Management*. New York: Oxford University Press, Inc.

Pusadan, M. Y. 2014. *Pemrograman MATLAB pada Sistem Pakar Fuzzy*. Yogyakarta: Deepublish.

Rasmussen, M. 2003. *Quantitative Portfolio Optimisation Asset Allocation and Risk Management*. New York: Palgrave Macmillan.

Rubinstein, R.Y. dan Melamed, B. 1998. *Modern Simulation and Modeling.* New York: John Wiley & Sons, Inc.

Samsul, M. 2006. *Pasar Modal dan Manajemen Portofolio*. Jakarta: PT Erlangga.

Tandelilin, E. 2010. *Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi,* Edisi Pertama. Yogyakarta: Kanisius.

Usman, M. 1989. *Pasar Modal Sebagai Piranti untuk Mengalokasikan Sumberdaya Ekonomi Secara Optimal Management & Usahawan Indonesia.* No. 10 Thn XVIII.