ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 5, Nomor 4, Tahun 2016, Halaman 593-602
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PEMODELAN *SEASONAL GENERALIZED SPACE TIME AUTOREGRESSIVE* (SGSTAR)
(Studi Kasus: Produksi Padi di Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobogan)

Aisha Shaliha Mansoer[1], Tarno[2], Yuciana Wilandari[3]
[1]Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) model is more flexible as a generalization of Space Time Autoregressive (STAR) model which be able to express the linear relationship of time and location. The purpose of this study is to construct GSTAR model for forecasting the rice plant production in the three districts of Central Java. The data which used to contruct the model is quarterly data of rice plant production in Demak, Boyolali and Grobogan from 1987 through 2014. According to the empirical study result using GSTAR model with uniform weight, binary weight, inverse distance wight, and normalized cross correlation weight, GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ with uniform weight is the optimal model. The model shows that every location is influenced by the location itself.

Keywords : GSTAR, Space Time, uniform weight

1. PENDAHULUAN

Indonesia merupakan salah satu negara berkembang yang mayoritas penduduknya menggantungkan hidupnya pada sektor pertanian dan menjadikannya sebagai sumber mata pencaharian. Pertanian bagi Indonesia sangat penting karena dengan luasnya lahan pertanian diharapkan dapat menghasilkan komoditas pangan yang dapat memenuhi kebutuhan pokok bagi penduduk Indonesia. Padi merupakan komoditas pangan yang diolah menjadi bahan makanan pokok yaitu beras. Kebutuhan bahan pangan padi di Indonesia bertambah dari tahun ke tahun sesuai dengan pertambahan penduduk[1]. Menurut publikasi dari Badan Pusat Statistik (BPS) tahun 2014, produksi padi di Indonesia pada tahun 2014 sebesar 70,85 juta ton dan meningkat pada tahun 2015 sebesar 75,55 juta ton. Hal ini berarti bahwa sebenarnya negara Indonesia mampu untuk memenuhi kebutuhan pangan terutama beras secara mandiri.

Ironisnya, Indonesia yang terkenal dengan negara agraris ini ternyata juga memenuhi kebutuhan dan menjaga stabilitas penyediaan pangan nasional dengan mengimpor dari negara lain. Menurut berita harian Metro Semarang bulan November 2015, kebutuhan konsumsi Kota Semarang mencapai 150.000 ton per tahun dengan asumsi 11.000 ton setiap bulan sementara produksi padi di Kota Semarang mencapai 34.800 ton. Sehingga masih terdapat kekurangan untuk memenuhi kebutuhan konsumsi. Untuk memenuhi kebutuhan tersebut Pemerintah Kota (Pemkot) Semarang bertekad tidak akan mengimpor beras dari negara lain tetapi cukup mengandalkan beberapa daerah yang menjadi pemasok beras terdekat dengan Kota Semarang seperti Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobogan.

Data pertanian termasuk dalam kategori data runtun waktu. Dengan demikian untuk membuat perencanaan terkait komoditas akan pangan diperlukan model matematika salah satunya model yang sangat populer yaitu *Time Series* atau runtun waktu. *Time series* atau runtun waktu adalah suatu deret data yang dikumpulkan berdasarkan urutan waktu dengan interval yang sama. Banyak data runtun waktu menunjukkan pola siklus yang merupakan suatu kecenderungan mengulangi pola tingkah gerak dalam periode musim dari interval waktu tertentu yang disebut pola musiman atau *seasonal*. Beberapa contoh data runtun waktu yang mempunyai pola musiman di antaranya data pertanian seperti data hasil produksi dan luas panen, data hidrologi seperti data curah hujan dan debit air, dan data penumpang pesawat.

Data deret waktu seringkali memiliki kompleksitas tersendiri khususnya analisis runtun waktu multivariat. Dalam banyak aplikasi, beberapa runtun waktu dicatat secara bersamaan di sejumlah lokasi yang menghasilkan runtun waktu spasial (*space time*), yaitu data tidak hanya dipengaruhi oleh waktu-waktu sebelumnya, tetapi juga memiliki keterkaitan antara satu lokasi dengan lokasi lainnya[2].

Salah satu model *space time* yang dapat digunakan untuk memodelkan dan meramalkan data yang mempunyai keterkaitan waktu sebelumnya dan lokasi yang berdekatan yaitu model *Space Time Autoregressive* (STAR). Model STAR mempunyai kelemahan pada fleksibilitas parameter yang mengasumsikan bahwa lokasi-lokasi yang diteliti memiliki karakteristik yang seragam (homogen). Kelemahan dari model STAR telah dikembangkan menjadi model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)[7]. Model ini menghasilkan model *space time* dengan parameter-parameter yang tidak harus sama untuk dependensi waktu maupun dependensi lokasi.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Runtun Waktu Multivariat

Data runtun waktu atau *Time series* merupakan suatu deret data yang dikumpulkan berdasarkan urutan waktu dengan interval yang sama. Analisis runtun waktu merupakan suatu metodologi statistik yang digunakan untuk menganalisis suatu data runtun waktu[6]. Berdasarkan banyaknya variabel, analisis runtun waktu dapat diklasifikasikan menjadi dua, yaitu analisis runtun waktu univariat dan analisis runtun waktu multivariat. Suatu runtun waktu univariat merupakan sebuah deret pengamatan yang hanya menggunakan satu variabel, sedangkan runtun waktu multivariat merupakan suatu pengamatan secara simultan dari dua atau lebih variabel[5].

Runtun waktu multivariat adalah serangkaian data yang terdiri atas beberapa variabel yang diambil dari waktu ke waktu dan dicatat secara berurutan menurut waktu kejadian dengan interval waktu yang tetap[9]. Interval waktu merupakan periode dalam satuan detik, menit, jam, hari, bulan, tahun dan periode waktu lainnya.

Membangun model runtun waktu multivariat diperlukan pengujian untuk menentukan dan menemukan interaksi yang ada antara suatu variabel runtun waktu dengan satu atau lebih variabel lain. Tahap paling sulit dalam membangun model ini adalah tahap identifikasi model. Tahapan pembentukan model dalam runtun waktu multivariat sama halnya dengan kasus runtun waktu univariat yang terdiri dari identifikasi, estimasi, dan cek diagnosa[3].

2.2 Stasioneritas

Sama halnya dengan *univariate time series*, stasioneritas dari data *multivariate time series* juga dapat dilihat dari plot *Matrix Autocorrelation Function* (MACF). Plot MACF yang turun secara perlahan mengindikasikan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata sehingga perlu dilakukan differencing untuk menstasionerkan data. Untuk menstasionerkan data terhadap varian maka dilakukan dengan transformasi Box-Cox. Apabila nilai λ

mendekati atau sama dengan 1, maka data stasioner terhadap varian. Nilai λ dapat dilihat dari Plot Box-Cox.

2.3 Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR)

Model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR) merupakan suatu model yang lebih fleksibel sebagai generalisasi dari model *Space Time Autoregressive* (STAR) yang mampu mengungkapkan keterkaitan linier dari waktu dan lokasi. Model STAR mengasumsikan bahwa nilai-nilai parameter *autoregressive* adalah sama untuk lokasi-lokasi yang digunakan dalam penelitian. Berbeda dengan model STAR, model GSTAR memungkinkan nilai-nilai parameter *autoregressive* bervariasi untuk setiap lokasi. Pada model *Generalized Space Time Autoregressive* (GSTAR), keterikatan spasial dinyatakan oleh matriks pembobot[10].GSTAR dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\mathbf{Z}(t)=\sum_{k=1}^{p}\left[\mathbf{\Phi}_{k0}+\sum_{l=1}^{\lambda_p}\mathbf{\Phi}_{kl}\mathbf{W}^{(l)}\right]\mathbf{Z}(t-k)+e(t)$$

dimana $\mathbf{\Phi}_{ko}=\text{diag}\ (\phi_{ko}^{1},\ldots,\phi_{ko}^{n})$ dan $\mathbf{\Phi}_{kl}=\text{diag}\ (\phi_{kl}^{1},\ldots,\phi_{kl}^{n})$, matriks diagonal parameter *autoregressive* lag waktu ke-k dan parameter *space time* lag spasial ke-1; $\mathbf{W}^{(l)}$ adalah matriks pembobot sehingga bobot-bobot dipilih untuk memenuhi $w_{ii}^{(l)}=0$ dan $\sum_{j=1}^{n}w_{ij}^{(l)}=1$;

$e(t)$ adalah ukuran vektor white noise ; dan $\mathbf{Z}(t)$ adalah vektor acak pada waktu t.

Secara matematis, model GSTAR *Seasonal* $(p^s;\lambda_1,\lambda_2,...,\lambda_p)$ dalam notasi matriks dapat ditulis sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Z}(t)=\sum_{k=1}^{p}\left[\mathbf{\Phi}^{S}{}_{k0}Z(t-s)+\sum_{l=1}^{\lambda_p}\mathbf{\Phi}^{S}{}_{kl}\mathrm{W}^{(l)}Z(t-s)\right]+e(t)$$

Jika model GSTAR musiman dengan orde musiman 1 dengan periode musiman 12 (s=12) dan orde spasial 1 maka model GSTAR musiman yang terbentuk dari perrsamaan (1) adalah sebagai berikut:

$$\boldsymbol{Z}(t)=\left[\mathbf{\Phi}^{12}{}_{10}Z(t-12)+\mathbf{\Phi}^{12}{}_{11}\mathrm{W}^{1}Z(t-12)\right]+e(t)$$

Keterkaitan spasial dalam model GSTAR dinyatakan dalam matriks pembobot. Beberapa pembobot spasial yang dapat diaplikasikan pada model GSTAR di antaranya adalah bobot seragam, bobot biner, bobot invers jarak dan bobot normalisasi korelasi silang.

a. Bobot Seragam

Perhitungan yang digunakan dalam bobot seragam adalah sebagai berikut[8]:

$$w_{ij}=\frac{1}{n_i}$$

dengan n_i adalah jumlah lokasi yang berdekatan dengan lokasi *i*.

b. Bobot Biner

bobot ini menggunakan nilai kategorik 0 dan 1. Sehingga dapat dituliskan sebagai berikut[8]:

$$w_{ij}=0\text{ atau }1$$

c. Bobot Invers Jarak

Penentuan bobot invers jarak dapat dilakukan dengan normalisasi nilai-nilai invers dari jarak *euclidean* antar lokasi dirumuskan sebagai berikut[4]:

$$w_{ij} = \frac{c(1+d_{i,j})^{-\alpha}}{\sum_{j \neq i} c(1+d_{i,j})^{-\alpha}}$$

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{i \neq j} w_{ij} = 1$

d. Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Taksiran dari korelasi silang ini pada data sampel adalah:

$$r_{ij}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^{T}[(Z_i(t)-\bar{Z}_i)(Z_j(t-k)-\bar{Z}_j)]}{\left[\sum_{t=1}^{T}(Z_i(t)-\bar{Z}_i)^2 \sum_{t=1}^{T}(Z_j(t)-\bar{Z}_j)^2\right]^{\frac{1}{2}}}$$

Selanjutnya, penentuan bobot pada normalisasi korelasi silang dirumuskan sebagai berikut:

$$w_{ij} = \frac{r_{ij}(k)}{\sum_{j \neq i} |r_{ij}(k)|}$$

dimana $i \neq j$, dan memenuhi $\sum_{j \neq i} |w_{ij}| = 1$.

2.4 Estimasi Parameter

Suatu model GSTAR dapat direpresentasikan sebagai sebuah model linear dan parameter-parameter *autoregressive* model dapat diestimasi menggunakan metode kuadrat terkecil atau metode *least square*.

2.5 Kriteria Pemilihan Model

Kriteria pemilihan model biasanya berdasarkan pada nilai-nilai residual dari kemungkinan model atau pada nilai residual peramalan dari peramalan *out-sample*. Kriteria pemilihan orde *autoregressive p* dari semua kemungkinan model ditentukan menggunakan metode *Akaike's Information Criterion* (AIC). Sedangkan untuk kriteria pemilihan model peramalan terbaik ditentukan dengan memperhatikan nilai *Root Mean Square Error* (RMSE).

2.6 Pengujian Asumsi Residual

Setelah mendapatkan estimasi parameter model yang signifikan, model tersebut sebaiknya dilakukan pengecekan apakah asumsi-asumsi model telah terpenuhi. Asumsi dasar yang harus dipenuhi adalah *error vector* bersifat *white noise* dan terdistribusi secara normal.

2.6.1 Asumsi *White Noise* Residual

Residual bersifat w*hite noise* mengartikan bahwa residual dari masing-masing data adalah saling independen[10]. Berdasarkan model estimasi, penduga untuk residual dapat ditulis sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{a}}(t) = \boldsymbol{Z}(t) - \hat{\boldsymbol{Z}}(t)$$

Pengecekan asumsi *white noise* residual dapat dilihat menggunakan kriteria minimum AIC dari residual. Jika nilai AIC residual terkecil berada pada lag ke-0 maka dapat dikatakan bahwa tidak ada korelasi antar masing-masing residual, yang berarti residual bersifat *white noise*.

2.6.2 Asumsi Distribusi Normal Multivariat Residual

Pengujian terhadap asumsi ini bermaksud untuk mengetahui error dari peramalan dengan model GSTAR mengikuti distribusi normal multivariat atau tidak. Jika pada plot didapat sebaran residual mendekati garis lurus maka residual mengikuti distribusi normal multivariat. Selain menggunakan plot, untuk melihat residual residual berdistribusi normal atau tidak dapat dilakukan uji formal menggunakan uji kolmogorov smirnov.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder hasil produksi padi pada tiga daerah di Jawa Tengah yaitu Kabupaten Demak, Kabupaten Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobogan yang diperoleh dari Bada Pusat Statistik Provinsi Jawa Tengah dengan menggunakan data caturwulanan dari tahun 1987 sampai dengan 2014 yang sebanyak 84 data.

3.2. Metode Analisis

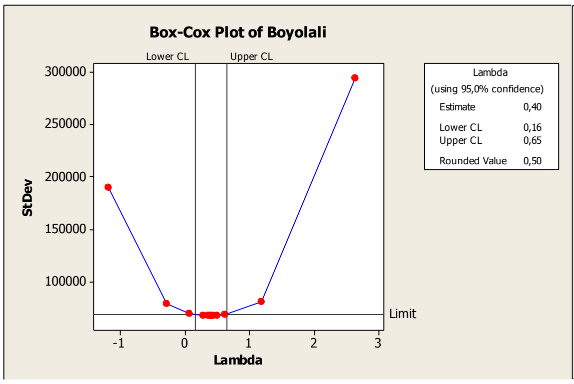
Metode analisis yang digunakan dalam penelitian tugas akhir ini akan diuraikan sebagai berikut:

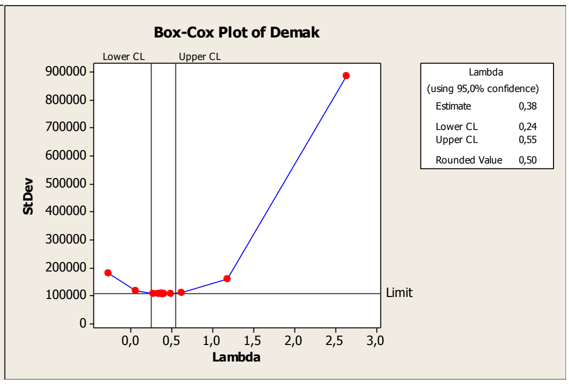
1. Melakukan identifikasi stasioneritas dengan melihat MACF. Jika proses tidak stasioner, maka dapat dilakukan Transformasi *Box-cox* dan *differencing*.
2. Melakukan identifikasi orde musiman dan non musiman serta orde model dugaan sementara dengan melihat MACF, MPACF, dan nilai AIC minimum.
3. Menghitung matriks pembobot pada model GSTAR.
4. Menghitung estimasi parameter *autoregressive* untuk model GSTAR dengan metode *least square*.
5. Melakukan pengecekan asumsi *white noise* residual dan normal multivariat residual.
6. Memilih model terbaik berdasarkan nilai RMSE.
7. Melakukan Peramalan.

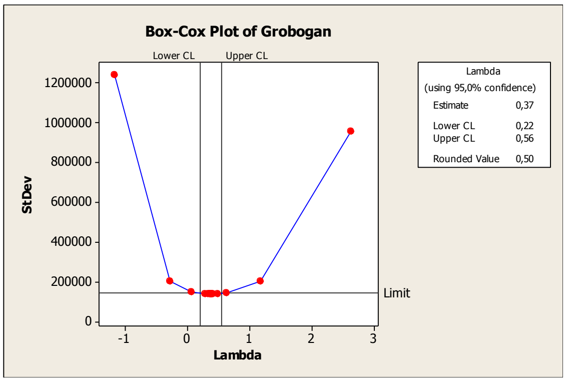
4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Identifikasi Model GSTAR

Seperti halnya pada kasus univariat, tahapan identifikasi yang perlu dilakukan adalah dengan melihat apakah data sudah stasioner dalam varian dan mean. Stasioner dalam varian dapat dilihat pada uji *Box-Cox Transformation* yang disajikan dalam plot Box-Cox berikut.







Dari gambar plot diketahui bahwa data tidak stasioner dalam varian karena nilai lambda (λ) masing-masing lokasi dari plot transformasi Box-Cox adalah 0,5. Oleh karena itu data harus ditransformasi akar untuk masing-masing lokasi.

Pada tahap identifikasi meliputi identifikasi MACF (*Matrix Autocorrelation Function*), MPACF (*Matrix Partial Autocorrelation Function*), dan nilai AIC (*Akaike's Information Criterion*) pada beberapa orde model. Skema Matriks Fungsi Autokorelasi (MACF) Z1, Z2, dan Z3 setelah *Transformasi* dapat dilihat pada tabel berikut.

Variabel/ Lag	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Z1	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++
Z2	+++	---	.-.	+++	---	.-.	+++	---	.-.	+++	---	.-.	+++
Z3	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++	-.-	---	+++

Skema matriks fungsi autokorelasi (MACF) menunjukkan bahwa data belum stasioner dalam mean. Hal ini ditunjukkan oleh banyaknya simbol (+) dan (-) pada setiap lag. MACF menunjukkan bahwa data perlu dilakukan Transformasi dan dapat *differencing* 3, karena terdapat kecenderungan data bersifat musiman yang ditandai dengan terdapat simbol (+) pada lag ke 3,6,9 dan 12.

Variabel/ Lag	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Z1	+..	.-.	...	...	...	...	-..	..-	...	...	...	...	...
Z2	.++	...	...	.--	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Z3	.++	..+	...	.--	..-	...	...	...	...	...	...	...	...

Pada tabel menunjukkan bahwa data sudah stasioner dalam mean. Setelah data stasioner, maka dilanjutkan dengan pembentukan model GSTAR. Pencarian orde dilakukan dengan memeriksa skema matriks fungsi autokorelasi parsial (MPACF) dan nilai AIC pada beberapa orde. Skema Matriks Korelasi Silang Parsial (MPACF) Z1, Z2, dan Z3 setelah ditransformasi dan *Differencing* 3 dapat dilihat pada tabel berikut.

Variabel/ Lag	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Z1	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Z2	...	...	.-.	...	...	.-.	...	...	...	...	...	...
Z3	..+	...	..-	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Pada tabel menunjukkan lag-lag yang berada di luar nilai standar error dipilih sebagai orde *autoregressive* model sementara yang sesuai. Adapun Ringkasan Nilai-nilai AIC dari Semua Orde Model dapat dilihat pada tabel berikut.

Lag	MA 0	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
AR 0	18,291419	18,493593	18,603415	18,336305	18,489462	18,520804
AR 1	18,112626	18,557899	18,731855	18,411865	18,674145	18,694841
AR 2	18,308221	18,776068	18,881755	18,622074	18,933284	19,117203
AR 3	**17,87053**	18,322347	18,506324	18,807498	19,155436	19,324272
AR 4	18,127899	18,460503	18,584445	18,864249	19,460112	19,909002
AR 5	18,34695	18,599786	18,87585	19,311967	19,879529	20,712374

Pada tabel AIC dapat dilihat nilai AIC terkecil terdapat pada AR (3) yakni sebesar 17,87053 sehingga dapat disimpulkan pada tahap identifikasi diperoleh model sementara yang paling sesuai mempunyai orde *autoregressive* tiga. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa untuk memodelkan GSTAR musiman pada kasus ini merupakan hasil *transformasi* dan *differencing* 3 dengan model yang digunakan adalah GSTAR (3_1)-I$(1)^3$.

4.2. Penaksiran Parameter

Dengan mempertimbangkan model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$, secara umum persamaan yang digunakan untuk bobot lokasi dalam pemodelan GSTAR adalah sebagai berikut:

$$\dot{Z}_1(t)=\phi_{10}^{1}\dot{Z}_1(t-1)+\phi_{20}^{1}\dot{Z}_1(t-2)+\phi_{30}^{1}\dot{Z}_1(t-3)+\phi_{11}^{1}w_{12}\dot{Z}_2(t-1)+\phi_{11}^{1}w_{13}\dot{Z}_3(t-1)+\phi_{21}^{1}w_{12}\dot{Z}_2(t-2)+\phi_{21}^{1}w_{13}\dot{Z}_3(t-2)+$$
$$\phi_{31}^{1}w_{12}\dot{Z}_2(t-3)+\phi_{31}^{1}w_{13}\dot{Z}_3(t-3)+e_1(t)$$
$$\dot{Z}_2(t)=\phi_{10}^{2}\dot{Z}_2(t-1)+\phi_{20}^{2}\dot{Z}_2(t-2)+\phi_{30}^{2}\dot{Z}_2(t-3)+\phi_{11}^{2}w_{21}\dot{Z}_1(t-1)+\phi_{11}^{2}w_{23}\dot{Z}_3(t-1)+\phi_{21}^{2}w_{21}\dot{Z}_1(t-2)+\phi_{21}^{2}w_{23}\dot{Z}_3(t-2)+$$
$$\phi_{31}^{2}w_{21}\dot{Z}_1(t-3)+\phi_{31}^{2}w_{23}\dot{Z}_3(t-3)+e_1(t)$$
$$\dot{Z}_3(t)=\phi_{10}^{3}\dot{Z}_3(t-1)+\phi_{20}^{3}\dot{Z}_3(t-2)+\phi_{30}^{2}\dot{Z}_3(t-3)+\phi_{11}^{3}w_{31}\dot{Z}_1(t-1)+\phi_{11}^{3}w_{32}\dot{Z}_2(t-1)+\phi_{21}^{3}w_{31}\dot{Z}_1(t-2)+\phi_{21}^{3}w_{32}\dot{Z}_2(t-2)+$$
$$\phi_{31}^{3}w_{31}\dot{Z}_1(t-3)+\phi_{31}^{3}w_{32}\dot{Z}_2(t-3)+e_1(t)$$

a. Bobot Seragam

Matriks bobot seragam yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$W_{ij}=\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0 & 0,5\\ 0,5 & 0,5 & 0\end{bmatrix}$$

Parameter	Nilai Taksiran	t-hitung	p-value
$\emptyset_{30}^{1}$	-0,25	-2,13	0,035*
$\emptyset_{30}^{2}$	-0,50	-4,84	0,000*
$\emptyset_{30}^{3}$	-0,48	-2,63	0,009*

* Signifikan pada α = 5%

Maka diperoleh persamaan model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ dengan bobot seragam untuk data produksi padi pada tiga daerah tersebut sebagai berikut:

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Demak

$$Z_1(t)=Z_1(t-3)-0,25(Z_1(t-3)-Z_1(t-6))+e_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Boyolali

$$Z_2(t) = Z_2(t-3) - 0,50(Z_2(t-3) - Z_2(t-6)) + e_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_3(t) = Z_3(t-3) - 0,48(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_3(t)$$

b. Bobot Biner

Matriks bobot biner yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Parameter	Nilai Taksiran	t-hitung	p-value
$\emptyset_{30}^{2}$	-0,50	-4,64	0,000*
$\emptyset_{30}^{3}$	-0,48	-2,58	0,011*

* Signifikan pada $\alpha = 5\%$

Maka diperoleh persamaan model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ dengan bobot biner untuk data produksi padi pada tiga daerah sama dengan bobot seragam yaitu sebagai berikut:

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Demak

$$Z_1(t) = Z_1(t-3) + e_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Boyolali

$$Z_2(t) = Z_2(t-3) - 0,50(Z_2(t-3) - Z_2(t-6)) + e_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_3(t) = Z_3(t-3) - 0,48(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_3(t)$$

c. Bobot Invers Jarak

Matriks bobot invers jarak yang terbentuk adalah sebagai berikut.

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0,451785 & 0,548215 \\ 0,446854 & 0 & 0,553146 \\ 0,495018 & 0,504982 & 0 \end{bmatrix}$$

Parameter	Nilai Taksiran	t-hitung	p-value
$\emptyset_{30}^{2}$	-0,43	-4,35	0,000*
$\emptyset_{30}^{3}$	-0,50	-2,67	0,008*
$\emptyset_{11}^{2}$	-0,53	-2,88	0,004*

* Signifikan pada $\alpha = 5\%$

Maka diperoleh persamaan model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ dengan bobot invers jarak untuk data produksi padi pada tiga daerah tersebut sebagai berikut:

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Demak

$$Z_1(t) = Z_1(t-3) + e_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Boyolali

$$Z_2(t) = Z_2(t-3) - 0,24(Z_1(t-3) - Z_1(t-6)) - 0,43(Z_2(t-3) - Z_2(t-6)) - 0,30(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_3(t) = Z_3(t-3) - 0,50(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_3(t)$$

d. Bobot Normalisasi Korelasi Silang

Matriks bobot Normalisasi Korelasi Silang yang terbentuk adalah sebagai berikut.

$$W_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & -0,022 & 0,978 \\ 0,455 & 0 & 0,545 \\ -0,218 & -0,782 & 0 \end{bmatrix}$$

Parameter	Nilai Taksiran	t-hitung	p-value
ϕ_{30}^{1}	-0,23	-2,09	0,038*
ϕ_{30}^{2}	-0,44	-4,59	0,000*
ϕ_{30}^{3}	0,52	-2,83	0,005*
ϕ_{11}^{2}	-0,57	-3,14	0,002*

* Signifikan pada α = 5%

Maka diperoleh persamaan model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ dengan bobot normalisasi korelasi silang untuk data produksi padi pada tiga daerah tersebut sebagai berikut:

i. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Demak

$$Z_1(t) = Z_1(t-3) - 0,23(Z_2(t-3) - Z_2(t-6)) + e_1(t)$$

ii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Boyolali

$$Z_2(t) = Z_2(t-3) - 0,26(Z_1(t-3) - Z_1(t-6)) - 0,44(Z_2(t-3) - Z_2(t-6)) - 0,31(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_2(t)$$

iii. Persamaan model GSTAR untuk Kabupaten Grobogan

$$Z_3(t) = Z_3(t-3) - 0,52(Z_3(t-3) - Z_3(t-6)) + e_3(t)$$

4.3. Pemilihan Model GSTAR Terbaik

Indikator	Seragam	Biner	Invers Jarak	Normalisasi Korelasi Silang
White Noise	Residual *white noise*	Residual tidak *white noise*	Residual *white noise*	Residual *white noise*
Normal Multivariat	Residual tidak normal multivariat	Residual tidak normal multivariat	Residual tidak normal multivariat	Residual tidak normal multivariat
Rata-rata RMSE	26459	27004	27970	27567

Berdasarkan tabel di atas dapat dilihat bahwa model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ terbaik adalah dengan menggunakan bobot seragam menghasilkan residual bobot lokasi yang memenuhi white noise dengan rata-rata nilai RMSE paling minimum yaitu 26459 walaupun distribusi normal terpenuhi, namun asumsi normalitas residual dapat diabaikan, tidak sepenting asumsi *white noise* dari error.

4.4 Peramalan menggunakan Model GSTAR (3_1)-I$(1)^3$ Terbaik

Tahun	Bulan	Demak	Boyolali	Grobogan
2015	Januari-April	300307	134501	354663
	Mei-Agustus	272172	100591	253163
	September-Desember	4488	31922	5278
2016	Januari-April	295763	134161	338831
	Mei-Agustus	274254	100196	252230
	September-Desember	4364	32395	5709
2017	Januari-April	296899	134331	346430
	Mei-Agustus	273734	100394	252678
	September-Desember	4395	32159	5502
2018	Januari-April	296615	134246	342783
	Mei-Agustus	273864	100295	252463
	September-Desember	4387	32277	5602
2019	Januari-April	300307	134501	354663

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya dapat disimpulkan bahwa model terbaik pada data hasil produksi padi pada tiga daerah di Jawa Tengah yang dihasilkan adalah model GSTAR (3_1)-I$(1)^{12}$ dengan bobot normalisasi korelasi silang, karena memiliki nilai rata-rata RMSE yang lebih kecil yaitu 33512 dan menghasilkan residual bobot lokasi yang memenuhi white noise dan normal multivariat. Sehingga persamaan model GSTAR terbaik yang dapat digunakan untuk meramalkan data hasil produksi padi pada Kabupaten Demak, Kabupaten Boyolali, dan Kabupaten Grobogan adalah

$$Z(t) = -0,25tZ_1 + 3,75Z_1 - 0,50tZ_2 + 0,45Z_2 - 0,48tZ_3 + 4,4Z_3 + e(t)$$

DAFTAR PUSTAKA

[1] AAK., Budidaya Tanaman Padi. Penerbit Kanisius, Yogyakarta, 1990.

[2] Ardianto, M.P., Pemodelan Generalized Space Time Autoregressive (GSTAR) pada Tiga Periode Waktu (Studi Kasus Inflasi di Lima Kota Besar di Pulau Jawa), *Jurnal Mahasiswa Statistik*, Vol.2 No.4: pp 265-268, 2014.

[3] Cromwell, B. J., *et al*., *Multivariate Test For Time Series Models,* Sage Publication, Inc., United State of America, 1994.

[4] Fotheringham, A. S., Brunsdon, C., Charlton, M., *Quantitative Geography,* Sage Publications Ltd, London, 2000.

[5] Gilgen, H., *Univariate Statistics in Geosciences,* Springer, Netherland, 2006.

[6] Pandit, S. M., Wu, S. M., *Time Series and System Analysis With Applications,* Krieger Pub Co, 2001.

[7] Ruchjana, B.N., Pemodelan Kurva Produksi Minyak Bumi Menggunakan Model Generalisasi S-TAR, Forum Statistika dan Komputasi, IPB, Bogor, 2002

[8] Suhartono dan Atok, R.M., Perbandingan Antara Model VARIMA dan GSTAR untuk Peramalan Data Deret Waktu dan Lokasi, *Seminar Nasional Statistika*, ITS, Surabaya, 2005.

[9] Wei, W.W.S., *Time Series Univariate and Multivariate Methods*, Addison Wesley Publishing Company, Inc: Canada, 2006.

[10] Wutsqa, D. U., Suhartono, Sutijo, B., Generalized Space-Time Autoregressive Modeling, *Proceedings of the 6th IMT-GT Conference on Mathematics, Statistics and its Applications (ICMSA2010)*, Universiti Tunku Abdul Rahman, Kuala Lumpur, Malaysia, 2010, 752:761.