

ANALISIS FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI PENERIMAAN PESERTA DIDIK SMA NEGERI 2 SEMARANG MENGUNAKAN METODE REGRESI LOGISTIK ORDINAL

Galuh Riani Putri¹, Yuciana Wilandari², Triastuti Wuryandari³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Education can be used to determine the standard quality of life. One way to get an education is studying in the schools. In Semarang, there are several schools, one of which is SMAN 2 Semarang. In order to pass the admission selection of students at SMAN 2 Semarang, students must fulfill the requirements that had specified by the school. To determine the factors that affect the acceptance of students, the author uses ordinal logistic regression method. Ordinal logistic regression method is used to model the relationship between the response variable that consists of more than two categories and there are levels in that category with several independent variables that are categories or continuous. After doing research using ordinal logistic regression method, the result is that the factors that affect the acceptance of students of SMAN 2 Semarang is Indonesian scores, English scores, Mathematics scores, Science scores, Benefit scores, Achievement scores and also Rayon with the accuracy of the classification by 89, 63%.

Keywords: Education, Admission of Students, Ordinal Logistic Regression

1. PENDAHULUAN

Pendidikan adalah pembelajaran pengetahuan, keterampilan, dan kebiasaan sekelompok orang yang diturunkan dari satu generasi ke generasi berikutnya melalui pengajaran, pelatihan, atau penelitian. Salah satu sarana untuk memperoleh pendidikan adalah di bangku sekolah. Untuk dapat memperoleh tempat pendidikan yang baik, siswa harus mampu bersaing dalam hal prestasi akademik maupun non akademik. Sekolah sendiri terdiri dari 3 tingkatan, yaitu SD, SMP, dan SMA/SMK. Salah satu SMA Negeri yang ada di Kota Semarang adalah SMA Negeri 2 Semarang. Untuk bisa lolos seleksi penerimaan peserta didik di SMA Negeri 2 Semarang, siswa harus memenuhi syarat-syarat yang sudah ditentukan oleh sekolah, diantaranya nilai Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, Matematika, IPA, Nilai Kemaslahatan, Nilai Prestasi dan Nilai Lingkungan. Untuk mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi penerimaan peserta didik ini, peneliti menggunakan metode regresi logistik ordinal. Metode regresi logistik ordinal digunakan untuk memodelkan hubungan antara variabel respon yang terdiri dari lebih dari dua kategori dan terdapat tingkatan dalam kategori tersebut dengan beberapa variabel bebas yang bersifat kategori maupun kontinu.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Profil SMA Negeri 2 Semarang

SMA Negeri 2 Semarang merupakan salah satu Sekolah Menengah Atas Negeri yang ada di Semarang yang beralamat di Jl. Sendangguwo Baru No. 1 Pedurungan, Semarang dan merupakan pecahan dari SMA Negeri Bagian B Semarang. SMA ini juga sempat menyandang predikat sebagai RSBI (Rintisan Sekolah Bertaraf Internasional) yang kemudian dicabut pada tahun 2013 secara nasional oleh Mahkamah Konstitusi.

Dalam penerimaan peserta didik baru tahun 2015/2016 SMA menetapkan syarat-syarat pendataan yaitu sebagai berikut: nilai Bahasa Indonesia, nilai Bahasa Inggris, nilai Matematika, nilai IPA, Nilai Prestasi, Nilai Kemaslahatan dan Nilai Lingkungan. Garis besar mekanisme penyeleksian calon peserta didik adalah sebagai berikut: setiap calon peserta didik yang sudah mendaftar akan diakumulasikan nilai-nilainya menjadi nilai akhir dengan rumus sesuai dengan tingkatan sekolah masing-masing. Kemudian akan dibuat peringkat berdasarkan nilai akhir tertinggi sampai dengan yang terendah.

2.2. Regresi Logistik Ordinal

Model regresi logistik juga dapat disebut sebagai model logit. Model logit digunakan untuk memodelkan hubungan antara satu variabel respon yang bersifat kategori dan beberapa variabel bebas yang bersifat kategori maupun kontinu. Apabila variabel respon terdiri dari lebih dari dua kategori dan terdapat tingkatan dalam kategori tersebut (skala ordinal) maka dinamakan model regresi logistik ordinal. Dalam Agresti (1990) model untuk regresi logistik ordinal adalah model logit kumulatif (*cumulative logit models*). Pada model logit ini sifat ordinal dari respon Y dituangkan dalam peluang kumulatif. Misalkan variabel respon Y memiliki G buah kategori berskala ordinal dan \mathbf{x}_i menyatakan vektor yang terdiri dari p variabel pengamatan ke- i , $\mathbf{x}_i = [x_{i1} \ x_{i2} \ \dots \ x_{ip}]^T$ dengan $i = 1, 2, \dots, n$, maka model logit kumulatif dinyatakan sebagai berikut:

$$\text{logit} [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}, \quad g = 1, 2, \dots, G - 1 \quad (1)$$

dimana $P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)$ adalah peluang kumulatif kurang dari atau sama dengan kategori ke- g jika diketahui \mathbf{x}_i , $\{\alpha_g\}$ merupakan parameter intersep dan memenuhi kondisi $\alpha_1 \leq \alpha_2 \leq \dots \leq \alpha_{G-1}$ dan $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]^T$ merupakan vektor koefisien regresi yang bersesuaian dengan x_1, x_2, \dots, x_p .

Logit kumulatif didefinisikan sebagai:

$$\text{logit} [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right], \quad g = 1, 2, \dots, G - 1 \quad (2)$$

maka model regresi logistik ordinal dapat dinyatakan sebagai

$$\text{logit} [P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} \quad (3)$$

sehingga dapat diperoleh

$$P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}, \quad g = 1, 2, \dots, G - 1 \quad (4)$$

Misalkan $\pi_g(\mathbf{x}_i) = P(Y_i = g | \mathbf{x}_i)$ menyatakan peluang variabel respon pada pengamatan ke- i mempunyai kategori ke- g jika diketahui \mathbf{x}_i , maka

$$\begin{aligned} P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) &= P(Y_i = 1 | \mathbf{x}_i) + P(Y_i = 2 | \mathbf{x}_i) + \dots + P(Y_i = g | \mathbf{x}_i) \\ &= \pi_1(\mathbf{x}_i) + \pi_2(\mathbf{x}_i) + \dots + \pi_g(\mathbf{x}_i) \end{aligned} \quad (5)$$

Peluang untuk masing-masing kategori respon dapat dinyatakan sebagai:

$$\pi_g(\mathbf{x}_i) = P(Y_i = g | \mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq g | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq g - 1 | \mathbf{x}_i), \quad g = 1, 2, \dots, G \quad (6)$$

maka diperoleh

$$\pi_g(\mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - \frac{\exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}, \quad g = 1, 2, \dots, G \quad (7)$$

dengan $\frac{\exp(\alpha_0 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_0 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} = 0$ dan $P(Y_i \leq G | \mathbf{x}_i) = \frac{\exp(\alpha_G + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_G + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} = 1$

Jika dimisalkan variabel respon mempunyai 3 buah kategori ($G=3$), maka model regresi logistik ordinal yang terbentuk adalah

$$\text{logit} [P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

$$\text{logit} [P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)] = \ln \left[\frac{P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)}{1 - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i)} \right] = \alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}$$

Peluang untuk masing-masing kategori respon adalah :

peluang kategori pertama :

$$\begin{aligned} \pi_1(\mathbf{x}_i) &= P(Y_i=1 | \mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) \\ &= \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \end{aligned} \quad (8)$$

peluang kategori kedua :

$$\begin{aligned} \pi_2(\mathbf{x}_i) &= P(Y_i=2 | \mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 1 | \mathbf{x}_i) \\ &= \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \end{aligned} \quad (9)$$

peluang kategori ketiga :

$$\begin{aligned} \pi_3(\mathbf{x}_i) &= P(Y_i=3 | \mathbf{x}_i) = P(Y_i \leq 3 | \mathbf{x}_i) - P(Y_i \leq 2 | \mathbf{x}_i) \\ &= 1 - \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \end{aligned} \quad (10)$$

2.2.1 Estimasi Parameter

Menurut Agresti (1990), estimasi parameter regresi logistik ordinal dilakukan dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood* (ML). Jika diambil n sampel random $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_n$, dengan $\mathbf{Y}_i = [y_{i1} \ y_{i2} \ \dots \ y_{i,G-1}]^T$ berdistribusi multinomial dengan peluang hasil kategori ke- g adalah $\pi_g(\mathbf{x}_i)$, maka membentuk fungsi *likelihood* yaitu:

$$\ell(\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G (\pi_g(\mathbf{x}_i))^{y_{ig}} = \prod_{i=1}^n \prod_{g=1}^G \left[\frac{\exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - \frac{\exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right]^{y_{ig}} \quad (11)$$

Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000) prinsip dari metode ML adalah menduga vektor parameter $\boldsymbol{\theta} = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \dots \ \alpha_{G-1} \ \beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_p]^T$ dengan cara memaksimumkan fungsi *likelihood*. Untuk mempermudah perhitungan, maka dilakukan transformasi \ln pada fungsi *likelihood* sehingga terbentuk fungsi *ln-likelihood*, yaitu

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \ln[\ell(\boldsymbol{\theta})] = \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G y_{ig} \ln \left[\frac{\exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_g + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - \frac{\exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_{g-1} + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \quad (12)$$

Jika dimisalkan variabel respon mempunyai 3 buah kategori ($G=3$), maka fungsi *ln-likelihood* menjadi

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} \ln \left[\frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] + y_{i2} \ln \left[\frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \right. \\ \left. + y_{i3} \ln \left[1 - \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right] \right\} \quad (13)$$

Fungsi *likelihood* pada persamaan (13) dapat disederhanakan menjadi

$$L(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} (\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - (y_{i1} + y_{i2}) \ln [1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})] \right. \\ \left. + y_{i2} \ln \left[\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \right] + (y_{i1} - 1) \ln [1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})] \right\} \quad (14)$$

Estimasi parameter melalui metode ML adalah dengan melakukan turunan parsial fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi kemudian disamadengankan nol (Hosmer dan Lemeshow, 2000). Turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi adalah:

$$\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i1} - (y_{i1} + y_{i2}) \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} - y_{i2} \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right\} = 0 \\ \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} = \sum_{i=1}^n \left\{ y_{i2} \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} + (y_{i1} - 1) \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right\} = 0 \\ \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \left\{ (y_{i1} + y_{i2}) \mathbf{x}_i^T \frac{1}{1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} + (y_{i1} - 1) \mathbf{x}_i^T \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})} \right\} = 0 \quad (15)$$

Turunan parsial pertama dari fungsi *ln-likelihood* yang akan diestimasi merupakan fungsi yang nonlinear terhadap parameter. Karena merupakan fungsi yang nonlinear maka tidak dapat diselesaikan secara analitik, sehingga digunakan metode numerik. Salah satu metode numerik yang dapat digunakan adalah iterasi *Newton Raphson*. Metode *Newton Raphson* merupakan metode iterasi untuk menyelesaikan persamaan nonlinear, seperti persamaan yang solusinya menentukan titik dimana sebuah fungsi mencapai maksimum.

Oleh karena itu diperlukan turunan parsial kedua fungsi *ln-likelihood* terhadap parameter yang akan diestimasi yaitu sebagai berikut

$$\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1^2} = \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} - y_{i2} \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} = \sum_{i=1}^n y_{i2} \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} = \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \mathbf{x}_i^T \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \right\}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2^2} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -y_{i2} \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta}) - \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} + (y_{i1} - 1) \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} &= \sum_{i=1}^n \left\{ (y_{i1} - 1) \mathbf{x}_i^T \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \right\} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} &= \sum_{i=1}^n \left\{ -(y_{i1} + y_{i2}) \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i \frac{\exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_1 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} + (y_{i1} - 1) \mathbf{x}_i^T \mathbf{x}_i \frac{\exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})}{[1 + \exp(\alpha_2 + \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta})]^2} \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

Langkah-langkah menentukan *estimator* bagi parameter $\boldsymbol{\theta}$ dengan metode Newton Raphson dengan:

1. Pilih taksiran awal untuk $\boldsymbol{\theta}$, misal $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{0}$
2. Hitung $\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta})$ dan $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$ selanjutnya hitung invers dari $\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta})$
3. Pada setiap iterasi $t+1$ hitung taksiran baru yaitu:

$$\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} = \boldsymbol{\theta}^{(t)} - [\mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}^{(t)})]^{-1} \mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}^{(t)})$$

Iterasi akan berakhir jika $\boldsymbol{\theta}^{(t+1)} \approx \boldsymbol{\theta}^{(t)}$

dengan:

$$\mathbf{q}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2} & \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \end{bmatrix}^T \text{ dan } \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1^2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2^2} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} \\ \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_1 \partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha_2 \partial \boldsymbol{\beta}} & \frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\beta} \partial \boldsymbol{\beta}^T} \end{bmatrix}$$

2.2.2 Uji Signifikansi

Berikut adalah beberapa uji yang digunakan untuk menguji signifikansi model logistic ordinal

1. Uji Rasio Likelihood (Uji Keseluruhan)

Uji Rasio Likelihood digunakan untuk mengetahui apakah variabel bebas yang terdapat dalam model berpengaruh nyata atau tidak secara keseluruhan.

- a. Hipotesis : $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_p = 0$
 $H_1 : \text{Paling sedikit salah satu dari } \beta_k \neq 0 \text{ dengan } k = 1, 2, \dots, p$
- b. Taraf Signifikansi = α
- c. Statistik Uji Rasio Likelihood adalah $G^2 = -2 \ln \left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}} \right)$
- d. Kriteria Uji : H_0 ditolak jika $G^2 > \chi_{(\alpha, p)}^2$ atau nilai signifikansi $< \alpha$

2. Uji Wald (Uji Parameter secara Individu)

Menurut Hosmer dan Lemeshow (2000) uji Wald atau uji parameter secara individu diperoleh dengan cara mengkuadratkan rasio estimasi parameter dengan estimasi standar errornya. Uji Wald dilakukan untuk mengetahui signifikansi parameter terhadap variabel respon, langkah-langkah uji Wald yaitu sebagai berikut:

- a. Hipotesis : $H_0 : \beta_k = 0$
 $H_1 : \beta_k \neq 0$, dengan $k = 1, 2, \dots, p$
- b. Taraf Signifikansi = α

c. Statistik Uji : $W_k = \left[\frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)} \right]^2$

d. Kriteria uji: H_0 ditolak jika nilai $W_k > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau nilai signifikansi $< \alpha$

3. Uji Kesesuaian Model

Hosmer dan Lemeshow (2000) mengatakan uji kesesuaian model digunakan untuk menilai apakah model sesuai atau tidak, statistik uji yang digunakan adalah Pearson Chi-Square atau Deviance dengan langkah-langkah sebagai berikut:

a. Hipotesis

H_0 : Model sesuai (tidak ada perbedaan antara hasil observasi dengan hasil prediksi)

H_1 : Model tidak sesuai (ada perbedaan antara hasil observasi dengan hasil prediksi)

b. Taraf Signifikansi = α

c. Statistik Uji: Deviance = $D = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \left[y_{ig} \ln \left(\frac{\hat{\pi}_{ig}}{y_{ig}} \right) \right]$

dengan: $\hat{\pi}_{ig} = \hat{\pi}_g(x_i)$ merupakan peluang observasi ke- i pada kategori ke- g

$df = J - (p+1)$ dimana J merupakan jumlah kovariat

d. Kriteria Uji: H_0 ditolak jika nilai Deviance $> \chi^2_{(\alpha, J-(p+1))}$ atau nilai signifikansi $< \alpha$

2.3. Ketepatan Klasifikasi

Ketepatan klasifikasi yang dipakai pada penelitian ini adalah APER (*Apparent Error Rate*). APER adalah ukuran evaluasi yang digunakan untuk melihat peluang kesalahan klasifikasi yang dihasilkan oleh suatu fungsi klasifikasi. Menurut Johnson dan Wichern (2007) formulasi untuk menghitung APER dapat dicontohkan dengan menggunakan tabel sebagai berikut:

Tabel 1. APER

		Prediksi			
		1	2	...	G
Aktual	1	f_{11}	f_{12}	...	f_{1G}
	2	f_{21}	f_{22}	...	f_{2G}

	G	f_{G1}	f_{G2}	...	f_{GG}

Dengan rumus $APER = \frac{\sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^G f_{hg}}{\sum_{g=1}^G \sum_{h=1}^G f_{hg}} \times 100 \%$

f_{hg} merupakan jumlah data dalam kelas h yang dipetakan ke kelas g dengan $h = 1, 2, \dots, G$ dan $g = 1, 2, \dots, G$. Dari perhitungan nilai APER yang telah diuraikan tersebut, maka dapat dilihat nilai errornya, sehingga untuk mencari nilai ketepatannya dapat menggunakan $1 - APER$.

3. METODE PENELITIAN

3.1. Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data daftar peserta didik yang melakukan verifikasi pada seleksi Penerimaan Peserta Didik SMA Negeri 2 Semarang pada tahun 2015/2016. Data diambil pada bulan Agustus 2015 melalui Wakil Kepala Sekolah Kurikulum di SMA Negeri 2 Semarang, dengan jumlah data sebesar 656.

Penggunaan variabel pada tugas akhir ini terdiri atas variabel respon yaitu status penerimaan dengan $Y=1$ adalah diterima di SMAN 2 Semarang, $Y=2$ adalah diterima di pilihan kedua dan $Y=3$ adalah tidak diterima serta 9 variabel bebas yaitu nilai Bahasa

Indonesia (X_1), nilai Bahasa Inggris (X_2), nilai Matematika (X_3), nilai IPA (X_4), nilai kemaslahatan (X_5), nilai lingkungan (X_6), nilai prestasi (X_7), pilihan (X_8) dengan $X_8=1$ adalah pilihan pertama dan $X_8=2$ adalah pilihan kedua, serta rayon (X_9) dengan $X_9=1$ adalah dalam rayon, $X_9=2$ adalah luar rayon dan $X_9=3$ adalah luar kota.

3.2. Metode Analisis Data

Metode analisis yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Melakukan *coding* untuk variabel-variabel yang bersifat kualitatif, yaitu Y (Status Penerimaan), X_8 (Pilihan) dan X_9 (Rayon)
2. Menentukan model awal regresi logistik ordinal
3. Melakukan Uji Rasio Likelihood, jika signifikan maka dilanjutkan ke Uji Wald, jika tidak maka selesai
4. Melakukan Uji Wald dan menentukan parameter yang signifikan, variabel yang tidak signifikan dibuang
5. Melakukan Uji Goodness of Fit
6. Menentukan model akhir
7. Menentukan ketepatan klasifikasi.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Deskriptif Statistik

Data yang digunakan dalam artikel ini adalah jumlah keseluruhan siswa yang melakukan verifikasi pada seleksi penerimaan peserta didik di SMAN 2 Semarang yaitu 656 siswa, 472 siswa berasal dari dalam rayon, 132 siswa berasal dari luar rayon dan 52 siswa berasal dari luar kota. Dari keseluruhan siswa yang mendaftar, 458 siswa menempatkan SMAN 2 Semarang sebagai pilihan pertama, dan 198 siswa menempatkan SMAN 2 Semarang sebagai pilihan kedua.

Jumlah siswa yang diterima di SMAN 2 Semarang adalah 503 siswa. Sebanyak 75,94% siswa yang diterima berasal dari dalam rayon, 19,08% siswa yang diterima berasal dari luar rayon dan 4,97% siswa yang diterima berasal dari luar kota.

Berikut ini adalah deskriptif dari variabel bebas yang digunakan pada artikel ini:

1. Nilai Ujian Akhir Nasional (UAN) yaitu Nilai Bahasa Indonesia, Nilai Bahasa Inggris, Nilai Matematika, dan Nilai IPA merupakan syarat wajib untuk mendaftar di SMAN 2 Semarang.

Tabel 2. Nilai Ujian Akhir Nasional

	B.Indonesia	B.Ingggris	Matematika	IPA
Mean	8.7508	8.4800	8.5585	8.0697
Minimum	2.80	3.00	1.75	3.25
Maximum	9.80	10.00	10.00	10.00

2. Nilai Kemaslahatan (NK) adalah nilai tambahan poin yang diberikan apabila orang tua dari calon peserta didik berprofesi sebagai guru. Nilai Kemaslahatan sendiri bernilai 3,00 apabila orang tua dari calon peserta didik berprofesi sebagai guru di SMAN 2 Semarang. Nilai Kemaslahatan bernilai 0,75 apabila orang tua dari calon peserta didik berprofesi sebagai guru di sekolah lain baik di SMA, SMP, maupun SD. Sedangkan Nilai Kemaslahatan bernilai 0,00 apabila orang tua dari calon peserta didik tidak berprofesi sebagai guru.

Terdapat 558 calon peserta didik tidak mendapatkan tambahan poin untuk Nilai Kemaslahatan, 90 calon peserta didik mendapatkan Nilai Kemaslahatan sebesar 0,75 dan juga 8 calon peserta didik mendapatkan Nilai Kemaslahatan sebesar 3.

3. Nilai Lingkungan (NL) merupakan salah satu nilai tambahan poin yang dapat digunakan untuk mendaftar di SMAN 2 Semarang. Nilai Lingkungan sendiri adalah nilai tambahan poin bernilai 1,00 yang diberikan apabila tempat tinggal dari calon peserta didik berada di kelurahan yang sama dengan SMAN 2 Semarang yaitu Kelurahan Sendangguwo, Semarang. Sedangkan Nilai Lingkungan bernilai 0,00 apabila tempat tinggal dari calon peserta didik tidak berada di kelurahan yang sama dengan SMAN 2 Semarang.

Terdapat 653 calon peserta didik tidak mendapatkan tambahan poin Nilai Lingkungan dan 3 calon peserta didik mendapatkan Nilai Lingkungan sebesar 1.

4. Nilai Prestasi (NP) merupakan salah satu nilai tambahan poin yang dapat digunakan untuk mendaftar di SMA Negeri 2 Semarang. Nilai Prestasi sendiri adalah nilai tambahan poin yang diberikan kepada calon peserta didik apabila calon peserta didik tersebut memiliki prestasi di bidang tertentu. Nilai Prestasi akan bernilai 6,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 1 tingkat internasional, 5,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 2 tingkat internasional, 4,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 3 tingkat internasional, 3,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 1 tingkat nasional, 2,75 apabila calon peserta didik menjadi juara 2 tingkat nasional, 2,50 apabila calon peserta didik menjadi juara 3 tingkat nasional, 2,25 apabila calon peserta didik menjadi juara 1 tingkat provinsi, 2,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 2 tingkat provinsi, 1,75 apabila calon peserta didik menjadi juara 3 tingkat provinsi, 1,50 apabila calon peserta didik menjadi juara 1 tingkat kabupaten/kota, 1,25 apabila calon peserta didik menjadi juara 2 tingkat kabupaten/kota, 1,00 apabila calon peserta didik menjadi juara 3 tingkat kabupaten/kota, 0,75 apabila calon peserta didik menjadi juara 1 tingkat kecamatan, 0,50 apabila calon peserta didik menjadi juara 2 tingkat kecamatan, 0,25 apabila calon peserta didik menjadi juara 3 tingkat kecamatan. Nilai Prestasi akan dihitung dari piagam terakhir yang diperoleh oleh calon peserta didik tersebut.

Terdapat 1 calon peserta didik yang mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 6 poin, 3 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 3 poin, 2 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 2,75 poin, 1 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 2,5 poin, 10 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 2,25 poin, 7 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 2 poin, 1 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 1,75 poin, 40 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 1,5 poin, 37 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 1,25 poin, 19 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 1 poin, 1 calon peserta didik mendapatkan Nilai Prestasi sebesar 0,75 poin, dan 534 calon peserta didik tidak mendapatkan Nilai Prestasi.

5. Pilihan merupakan pilihan sekolah yang didaftarkan oleh calon peserta didik. Calon peserta didik dapat memilih maksimal 2 sekolah, apabila calon peserta didik tidak diterima di sekolah pilihan pertama maka calon peserta didik tersebut dilimpahkan ke sekolah pilihan kedua untuk diseleksi di sekolah pilihan kedua.
6. Rayon merupakan lingkup pembagian daerah. Daerah yang termasuk dalam lingkup dalam rayon untuk SMA Negeri 2 Semarang sendiri ada Kecamatan Genuk, Pedurungan, Gayamsari, Semarang Utara, Semarang Timur dan Semarang Tengah. Kemudian yang termasuk dalam lingkup luar rayon adalah daerah yang termasuk dalam Kota Semarang diluar daerah yang telah disebutkan sebelumnya. Kemudian yang termasuk dalam lingkup luar kota adalah daerah diluar Kota Semarang.

4.2. Metode Regresi Logistik Ordinal

4.2.1. Tahap I

Diperoleh model awal regresi logistik ordinal sebagai berikut:

$$P(Y \leq g) = \frac{e^u}{1 + e^u}$$

dengan $u = \alpha_g + 1,928B.IND + 1,287B.ING + 2,002MTK + 1,171IPA + 2,209NK$
 $+1,801NL + 1,945NP + 24,088pil(1) + 1,262rayon(1) + 1,051rayon(2)$
 $g = 1, 2$
 $\alpha_1 = -57,149$
 $\alpha_2 = -51,448$

Uji Signifikansi:

1. Uji Rasio Likelihood

- Hipotesis : $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_{10} = 0$ (variabel tidak mempengaruhi model)
 H_1 : Paling sedikit salah satu dari $\beta_k \neq 0$ dengan $k= 1,2,\dots,10$ (variabel mempengaruhi model)
- Taraf Signifikansi : $\alpha = 5\%$
- Statistik Uji : $G^2 = -2 \ln\left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right) = 914,295$
dengan P-value = 0,000
- Kriteria Uji : H_0 ditolak jika $G^2 > \chi^2_{(0,05;10)}$ atau sign $< 0,05$
- Kesimpulan : H_0 ditolak karena $G^2 (914,295) > \chi^2_{(0,05;10)} (18,307)$ atau sign (0,000) $< \alpha (0,05)$, sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel mempengaruhi model.

2. Uji Wald

- Hipotesis : $H_0 : \beta_k = 0$ (parameter tidak signifikan)
 $H_1 : \beta_k \neq 0$ (parameter signifikan), dengan $k=1, 2, \dots, 10$
- Taraf Signifikansi : $\alpha = 5\%$
- Statistik Uji : $W_k = \left[\frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)}\right]^2$
- Kriteria Uji : H_0 ditolak jika $W_k > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau sign $< \alpha$

Tabel 3. Keputusan penerimaan H_0 pada Uji Wald Tahap I

Parameter	Wald	Sign	Keputusan
B.IND	15,518	0,000	H_0 ditolak
B.ING	18,804	0,000	H_0 ditolak
MTK	42,308	0,000	H_0 ditolak
IPA	15,903	0,000	H_0 ditolak
NK	5,718	0,017	H_0 ditolak
NL	0,030	0,863	H_0 diterima
NP	21,161	0,000	H_0 ditolak
Pil(1)	0,004	0,950	H_0 diterima
Rayon(1)	4,396	0,036	H_0 ditolak
Rayon(2)	2,153	0,142	H_0 diterima

- Kesimpulan : Telihat pada Tabel 3, parameter B.IND, B.ING, MTK, IPA, NK, NP serta Rayon (1) signifikan, sementara parameter NL, Pil(1) serta Rayon(2) tidak signifikan.

4.2.2. Tahap II

Karena variabel NL dan Pilihan tidak signifikan maka dilakukan pengolahan tahap

2. Diperoleh model awal regresi logistik ordinal sebagai berikut:

$$P(Y \leq g) = \frac{e^u}{1 + e^u}$$

dengan $u = \alpha_g + 2,006B.IND + 1,553B.ING + 1,946MTK + 1,760IPA$
 $+ 1,374NK + 1,913NP + 3,109rayon(1) + 2,698rayon(2)$
 $g = 1, 2$
 $\alpha_1 = -62,841$
 $\alpha_2 = -59,361$

Uji Signifikansi:

1. Uji Rasio Likelihood

a. Hipotesis

$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = \beta_7 = \beta_9 = \beta_{10} = 0$ (variabel tidak mempengaruhi model)

H_1 : Paling sedikit salah satu dari $\beta_k \neq 0$ dengan $k= 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10$ (variabel mempengaruhi model)

b. Taraf Signifikansi : $\alpha = 5\%$

c. Statistik Uji : $G^2 = -2 \ln\left(\frac{\text{likelihood tanpa variabel bebas}}{\text{likelihood dengan variabel bebas}}\right) = 547,498$

dengan P-value = 0,000

d. Kriteria Uji : H_0 ditolak jika $G^2 > \chi^2_{(0,05;8)}$ atau sign $< \alpha$

e. Kesimpulan: H_0 ditolak karena $G^2 (547,498) > \chi^2_{(0,05;8)} (15,5073)$ atau sign (0,000) $< \alpha (0,05)$, sehingga dapat disimpulkan bahwa variabel mempengaruhi model.

2. Uji Wald

a. Hipotesis

$H_0: \beta_k = 0$ (parameter tidak signifikan)

$H_1: \beta_k \neq 0$ (parameter signifikan), dengan $k=1, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10$ (parameter signifikan)

b. Taraf Signifikansi : $\alpha = 5\%$

c. Statistik Uji : $W_k = \left[\frac{\hat{\beta}_k}{SE(\hat{\beta}_k)}\right]^2$

d. Kriteria Uji : H_0 ditolak jika $W_k > \chi^2_{(\alpha,1)}$ atau sign $< \alpha$

Tabel 4. Keputusan penerimaan H_0 pada Uji Wald Tahap II

Parameter	Wald	Sign	Keputusan
B.IND	40,556	0,000	H_0 ditolak
B.ING	49,941	0,000	H_0 ditolak
MTK	97,464	0,000	H_0 ditolak
IPA	65,723	0,000	H_0 ditolak
NK	10,016	0,002	H_0 ditolak
NP	41,511	0,000	H_0 ditolak
Rayon(1)	39,301	0,000	H_0 ditolak
Rayon(2)	24,864	0,000	H_0 ditolak

e. Kesimpulan : Terlihat pada Tabel 4 bahwa seluruh parameter signifikan.

3. Uji Goodness of Fit

a. Hipotesis

H_0 : Model sesuai atau tidak ada perbedaan antara observasi dan prediksi

H_1 : Model tidak sesuai atau ada perbedaan antara observasi dan prediksi

b. Taraf Signifikansi : 5%

c. Statistik Uji: Deviance = $D = -2 \sum_{i=1}^n \sum_{g=1}^G \left[y_{ig} \ln \left(\frac{\hat{\pi}_{ig}}{y_{ig}} \right) \right] = 365,411$

dengan P-value = 1,000

d. Daerah Kritis : H_0 ditolak jika nilai Deviance $> \chi^2_{(\alpha; J-(p+1))}$ atau nilai signifikansi $< \alpha$

- e. Kesimpulan : H_0 diterima karena nilai Deviance (143,988) $< \chi^2_{(0,05;1286)}$ (1370,54) atau nilai signifikansi (1,000) $> \alpha$ (0,05), sehingga dapat disimpulkan bahwa model sesuai atau tidak ada perbedaan antara observasi dan prediksi, sehingga model akhirnya adalah sebagai berikut:

$$P(Y \leq g) = \frac{e^u}{1+e^u}$$

$$\begin{aligned} \text{dengan } u &= \alpha_g + 2,006B.IND + 1,553B.ING + 1,946MTK + 1,760IPA \\ &\quad + 1,374NK + 1,913NP + 3,109rayon(1) + 2,698rayon(2) \\ g &= 1, 2 \\ \alpha_1 &= -62,841 \\ \alpha_2 &= -59,361 \end{aligned}$$

4.3. Ketepatan Klasifikasi

Dari hasil perhitungan estimasi peluang dapat dilakukan prediksi diterima tidaknya seorang calon peserta didik. Hasilnya seperti terlihat pada tabel berikut:

Tabel 5. Ketepatan klasifikasi regresi logistik ordinal

		Prediksi		
		Diterima	Diterima di pilihan kedua	Tidak diterima
Observasi	Diterima	493	7	3
	Diterima di pilihan kedua	35	53	7
	Tidak diterima	3	13	42

Dari Tabel 5 dapat dihitung nilai APER dan ketepatannya, hasilnya adalah:

$$\text{APER} = \frac{\sum_{g=1}^3 \sum_{h=1}^3 f_{hg}}{\sum_{g=1}^3 \sum_{h=1}^3 f_{hg}} \times 100 \% = \frac{7+3+35+7+3+13}{656} \times 100\% = 10,37\%$$

Sehingga ketepatan klasifikasinya adalah $1-\text{APER} = 89,63\%$

5. KESIMPULAN

Dari hasil dan pembahasan diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Faktor-faktor yang mempengaruhi penerimaan peserta didik SMA Negeri 2 Semarang adalah Nilai Bahasa Indonesia, Nilai Bahasa Inggris, Nilai Matematika, Nilai IPA, Nilai Kemaslahatan, Nilai Prestasi dan juga Rayon.

Modelnya adalah sebagai berikut:

$$P(Y \leq g) = \frac{e^u}{1 + e^u}$$

$$\begin{aligned} \text{dengan } u &= \alpha_g + 2,006B.IND + 1,553B.ING + 1,946MTK + 1,760IPA \\ &\quad + 1,374NK + 1,913NP + 3,109rayon(1) + 2,698rayon(2) \\ g &= 1, 2 \\ \alpha_1 &= -62,841 \\ \alpha_2 &= -59,361. \end{aligned}$$

2. Ketepatan klasifikasi penerimaan peserta didik SMA Negeri 2 Semarang menggunakan Metode Regresi Logistik Ordinal adalah sebesar 89,63%.
3. Variabel yang paling berpengaruh dilihat dari nilai Waldnya dari urutan terbesar adalah Nilai Matematika, Nilai IPA, Nilai Bahasa Inggris, Nilai Prestasi, Nilai Bahasa Indonesia, Rayon(1), Rayon(2) dan Nilai Kemaslahatan.

DAFTAR PUSTAKA

- Agresti, A. 1990. *Categorical Data Analysis*. New York : John Wiley & Sons.
- Ariyani, T. *Pendidikan*. <http://www.academia.edu/6101561/pendidikan> (diakses tanggal 25 Februari 2016)
- Hosmer, D.W dan Lemeshow S. 2000. *Applied Logistic Regression*. United States of American : Sons, Inc.
- Johnson, R.A. dan Wichern, D.W. 2007. *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Edisi ke-6. New York: Prentice Hall.
- PSD (Pertanyaan Sering Ditanyakan). <http://ppd.semarangkota.go.id/portal/faq> (diakses tanggal 25 Februari 2016).
- SMA 2 Semarang. <http://portalsemarang.com/sma-2-semarang-2> (diakses tanggal 23 November 2015).
- Walpole, R.E, Raymond H. Myers, Sharon L. Myers dan Keying Ye. 2007. *Probability and Statistics for Engineer and Scientist*. Edisi ke-8. London: Pearson Education LTD.