

METODE *ROBUST KRIGING* UNTUK MENGESTIMASI DATA SPASIAL BERPENCILAN

(Studi Kasus: Pencemaran Udara Gas NO₂ di Kota Semarang)

Anjan Setyo Wahyudi¹, Sugito², Dwi Ispriyanti³

¹Mahasiswa Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Departemen Statistika FSM Universitas Diponegoro

setyowahyudianjan@gmail.com, sugitozafi@undip.ac.id, ispriyanti.dwi@gmail.com

ABSTRACT

Kriging is a geostatistical analysis used to estimate the value of the function at an unsampled point by computing a spatial correlation in the neighbourhood of the sample point. Interpolation can produce less precise predictive value if there are outliers among the data. Outliers defined as extreme observation value of the other observation values. Robust kriging is development method of ordinary kriging which transform weight of classic semivariogram thus become semivariogram that robust to outlier of the data. This research aims to estimate the concentrate of Nitrogen Dioxide (NO₂) in Semarang using robust kriging method. The spatial data used in this research is coordinates point and concentrate of Nitrogen Dioxide (NO₂). This method compare between robust semivariogram and theoretical semivariogram (such as spherical, exponential, and gaussian models) to determine the best estimator of the theoretical semivariogram model. The analysis showed that the best theoretical semivariogram model is exponential model. The estimation of Nitrogen Dioxide concentration conducted at 177 urban communities in Semarang.

Keywords: kriging, outliers, robust kriging, robust semivariogram

1. PENDAHULUAN

Udara bersih yang dihirup merupakan suatu gas yang tidak tampak, tidak berbau, tidak berwarna, dan tidak berasa. Namun, dewasa ini udara yang benar-benar bersih sudah sangat sulit untuk diperoleh, mengingat banyaknya industri-industri di kota-kota besar serta ditambah oleh polusi padatnya asap kendaraan. Udara merupakan campuran beberapa macam gas yang perbandingannya tidak tetap, tergantung pada keadaan suhu udara, tekanan udara, dan lingkungan sekitarnya^[20]. Komposisi udara bersih terdiri dari nitrogen (N₂) sebesar 78,09 %, oksigen (O₂) sebesar 21,94 %, argon (Ar) sebesar 0,93 %, dan karbon dioksida (CO₂) sebesar 0,032 %. Apabila komponen udara mengalami perubahan dari keadaan normal seperti tersebut diatas maka dapat dikatakan bahwa udara telah tercemar^[20].

Pencemaran udara adalah masuknya atau dimasukkannya zat, energi, atau komponen lain ke dalam udara ambien oleh kegiatan manusia, sehingga mutu udara ambien turun sampai ke tingkat tertentu yang menyebabkan udara ambien tidak dapat memenuhi fungsinya^[19]. Salah satu sumber pencemar udara yaitu senyawa kimia gas nitrogen dioksida (NO₂). Sifat gas (NO₂) adalah berwarna merah kecoklatan dan berbau tajam menyengat hidung. Senyawa kimia gas nitrogen dioksida (NO₂) mempunyai dampak negative terhadap pertumbuhan tanaman pangan, pemanasan global (*global warming*), korosi terhadap alat dan mesin logam, dan pembentukan kabut berbahaya^[18]. Badan Lingkungan Hidup (BLH) Kota Semarang telah melakukan pengukuran terhadap gas tersebut tetapi hanya beberapa sampel. Oleh karena itu, untuk mengetahui kadar gas NO₂ pada suatu titik tertentu yang tidak dilakukan pengukuran digunakanlah suatu metode interpolasi geostatistik.

Geostatistik merupakan gabungan ilmu antara geologi, teknik, matematika, dan statistika^[5]. metode *kriging* merupakan teknik geostatistik untuk interpolasi nilai di lokasi yang tidak teramati dari pengamatan dan nilainya diperoleh dari lokasi terdekat^[9]. Ada beberapa metode *kriging* yang dikembangkan seperti *simple kriging*, *ordinary kriging*, dan *universal kriging*^[4]. Ketiga metode ini membutuhkan asumsi bahwa data berdistribusi normal. Namun sering kali pada kenyataannya data yang diperoleh tidak berdistribusi normal dan terdapat pencilan atau *outlier*. *Robust kriging* merupakan pengembangan dari *ordinary kriging* yang mentransformasikan bobot variogram pada variogram klasik menjadi variogram yang *robust* terhadap pencilan^[5]. Pada penelitian ini, data yang digunakan adalah rata-rata konsentrasi senyawa kimia gas polutan nitrogen dioksida (NO₂) di Kota Semarang dari tahun 2014 sampai 2015. Tujuan dalam penelitian ini adalah mengetahui model semivariogram terbaik untuk mengestimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ pada masing-masing Kelurahan di Kota Semarang.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Data Spasial

Data spasial merupakan data yang berorientasi geografis dari suatu objek, berkaitan dengan lokasi, bentuk dan hubungan diantaranya dalam ruang bumi. Bentuk penyajian dalam data spasial mempunyai tiga cara dasar yaitu titik (*point*), garis (*line*), dan area (*polygon*)^[1]. Data spasial dapat dibedakan menjadi 3 tipe berdasarkan jenis datanya, yaitu data geostatistik (*geostatistical data*), data area (*lattice data*), dan pola titik (*point pattern*)^[5].

Geostatistika muncul pada awal tahun 1980-an yang merupakan gabungan dari ilmu teknik pertambangan, geologi, matematika, dan statistika^[5]. Kelebihannya jika dibandingkan dengan pendekatan klasik yaitu bahwa geostatistika mampu memodelkan baik kecenderungan spasial (*spatial trend*) maupun korelasi spasial (*spatial correlation*).

Data area berhubungan dengan daerah spasial karena merupakan kumpulan data atribut diskrit yang merupakan hasil dari perhitungan atau penjumlahan pada wilayah tertentu^[5]. Data area dapat didefinisikan sebagai sebuah konsep dari garis tepi dan *neighbour* (tetangga sebelah).

Pola titik akan timbul ketika sebuah variabel yang akan dianalisis pada lokasi kejadian^[5]. Dalam hal ini, apakah lokasi kejadian yang akan diteliti menunjukkan suatu keacakan spasial, *cluster*, atau keteraturan (*regularity*) sehingga dapat dilihat apakah pola titik yang terbentuk memiliki ketergantungan titik atau tidak.

2.2 Pencilan Spasial (*Spatial Outlier*)

Pencilan spasial (*spatial outlier*) didefinisikan sebagai ketidakstabilan lokal atau objek spasial yang menggambarkan atribut non-spasial yang relatif ekstrim atau berbeda secara signifikan dari objek spasial lainnya dalam lingkup ketetanggaan^[17]. Salah satu metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi adanya pencilan spasial adalah *spatial statistic Z test* yang didefinisikan sebagai berikut :

$$Z_{hitung} = \left| \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} \right| > Z_{\alpha/2} \quad , i = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

dengan,

x_i = selisih antara nilai amatan dari lokasi ke-*i* dengan rata-rata nilai amatan lokasi yang dekat dengan lokasi ke-*i*.

μ_x = nilai mean dari x_i

σ_x = standar deviasi dari x_i

$Z_{\alpha/2}$ = nilai Z tabel untuk tingkat signifikansi tertentu

Jika $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$, maka nilai amatan dari lokasi ke-i dideteksi sebagai *outlier*.

2.3 Variogram dan Semivariogram

Variogram merupakan karakteristik dari korelasi spasial, yaitu korelasi antara dua buah data spasial yang disebabkan oleh bertambahnya jarak dari data yang akan diambil sehingga menyebabkan korelasi antara dua buah data spasial menjadi berkurang ataupun tidak memiliki korelasi^[5]. Simbol dari variogram adalah 2γ yang didefinisikan sebagai berikut:

$$2\gamma(h) = E[Z(s) - Z(s + h)]^2 \quad (2)$$

dimana,

h = rentang jarak antara dua lokasi

$Z(s)$ = nilai pengamatan pada lokasi

$Z(s + h)$ = nilai pengamatan pada lokasi dengan penambahan jarak h

Semivariogram merupakan suatu perangkat statistik untuk memvisualisasi, memodelkan, dan menjelaskan korelasi spasial antara variabel random $Z(s)$ dan $Z(s + h)$ ^[5]. Semivariogram didefinisikan sebagai berikut :

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E[Z(s) - Z(s + h)]^2 \quad (3)$$

Variogram dan semivariogram terdiri dari beberapa komponen, yaitu sebagai berikut:

1. *Range*

Range adalah jarak semivariogram mencapai sebuah masa stabil atau *sill*.

2. *Sill*

Sill adalah masa stabil semivariogram yang mencapai *range*. Nilai *sill* sama dengan nilai varian dari data.

3. *Nugget Effect*

Nugget effect adalah lompatan vertical dari nilai 0 pada titik asal menuju nilai dari semivariogram pada jarak pemisah yang terkecil.

Variogram eksperimental merupakan variogram yang diperoleh dari hasil pengukuran data spasial berdasarkan nilai pengamatan^[5]. Variogram dirumuskan sebagai berikut:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2 \quad (4)$$

Sedangkan semivariogram eksperimental dirumuskan sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(s_i) - Z(s_i + h)]^2 \quad (5)$$

dengan,

$2\gamma(h)$ = nilai variogram dengan jarak h

$\gamma(h)$ = nilai semivariogram dengan jarak h

$Z(s_i)$ = nilai pengamatan pada lokasi ke-i

$Z(s_i + h)$ = nilai pengamatan pada lokasi ke-i dengan penambahan jarak h

$N(h)$ = banyak pasangan data yang memiliki jarak h

Setelah diperoleh komponen-komponen semivaiogram dari perhitungan nilai semivariogram eksperimental, dilakukan analisis lebih lanjut untuk mengganti semivariogram eksperimental menjadi semivariogram teoritis. Ada beberapa model semivariogram teoritis yang dapat digunakan sebagai pembanding dengan semivariogram eksperimental yaitu sebagai berikut^[13]:

1. Model *Spherical*

$$\gamma(h) = \begin{cases} [C_0 + C] \left[\left(\frac{3h}{2a} \right) - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right] & \text{untuk } h \leq a \\ C_0 + C & \text{untuk } h > a \end{cases} \quad (7)$$

2. Model *Eksponensial*

$$\gamma(h) = [C_0 + C] \left[1 - \exp \left(-\frac{3h}{a} \right) \right] \quad (8)$$

3. Model *Gaussian*

$$\gamma(h) = [C_0 + C] \left[1 - \exp \left(-\frac{3h^2}{a^2} \right) \right] \quad (9)$$

dengan,

h = jarak lokasi sampel

$C_0 + C$ = *sill*

a = *range*

2.4 *Kriging*

Kriging merupakan analisis data geostatistika yang digunakan untuk mengestimasi besarnya nilai yang mewakili suatu titik yang tidak tersampel berdasarkan titik-titik tersampel yang berada di sekitarnya dengan mempertimbangkan korelasi spasial yang ada dalam data tersebut^[1]. Metode *kriging* dibagi menjadi tiga jenis *kriging* pokok, yaitu *Simple Kriging*, *Ordinary Kriging*, dan *Kriging with a Trend*^[4].

1. *Simple Kriging*

Pada metode *simple kriging* diasumsikan bahwa *mean* atau rata-rata sudah diketahui dan mempunyai nilai yang konstan. Metode ini dapat dikembangkan lagi, dimana data spasial yang akan diestimasi akan dipartisi menjadi beberapa bagian yang disebut metode *sequential kriging*.

2. *Ordinary Kriging*

Ordinary kriging merupakan metode *kriging* yang paling sederhana pada geostatistika. Pada metode ini mempunyai asumsi bahwa rata-rata (*mean*) dari populasi tidak diketahui tetapi konstant. Data spasial yang digunakan dalam metode *ordinary kriging* harus tidak mengandung *trend*. Selain itu, data yang digunakan juga tidak mengandung pencilan (*outlier*).

3. *Kriging with a Trend*

Kriging with a Trend atau yang biasa disebut dengan *universal kriging* merupakan metode *kriging* yang mempunyai kecenderungan *trend* dan merupakan bentuk umum dari *simple kriging*. Metode *kriging with a trend* ini digunakan untuk menangani masalah *kenonstasioneran* dari data yang diambil.

2.5 *Robust Kriging*

Metode *robust kriging* merupakan pengembangan dari metode *ordinary kriging* yang mentransformasi bobot semivariogram klasik menjadi semivariogram yang *robust* terhadap pencilan dalam data^[5]. Berbeda dengan perhitungan semivariogram klasik, untuk mengakomodir adanya pencilan dalam data spasial maka digunakan variogram *robust* yang didefinisikan sebagai berikut:

$$2\gamma(h) = \frac{\left\{ \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(s_i) - Z(s_i+h)|^{1/2} \right\}^4}{\left(0.457 + \frac{0.494}{N(h)} \right)} \quad (10)$$

Sehingga model semivariogram *robust* dapat dirumuskan sebagai berikut :

$$\gamma(h) = \frac{\left\{ \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(s_i) - Z(s_i+h)|^{1/2} \right\}^4}{2 \left(0.457 + \frac{0.494}{N(h)} \right)} \quad (11)$$

dengan,

- $2\gamma(h)$ = nilai variogram *robust* dengan jarak h
- $\gamma(h)$ = nilai semivariogram *robust* dengan jarak h
- s_i = lokasi ke- i
- $Z(s_i)$ = nilai pengamatan pada lokasi ke- i
- $s_i + h$ = lokasi ke- i dengan penambahan jarak h
- $Z(s_i + h)$ = nilai pengamatan pada lokasi ke- i dengan penambahan jarak h
- h = rentang jarak antara dua lokasi
- $N(h)$ = banyak pasangan data yang memiliki jarak h

2.6 Estimasi *Robust Kriging*

Pada proses estimasi data spasial, semivariogram teoritis hasil dari analisis struktural dengan nilai MSE terkecil akan digunakan untuk menentukan bobot dari lokasi-lokasi yang tersampel terhadap lokasi yang akan diestimasi. Besarnya nilai bobot pada lokasi tersampel dapat dituliskan dalam notasi matriks sebagai berikut^[13]:

$$\mathbf{C} \cdot \mathbf{w} = \mathbf{D} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} Cz_{ij} & \dots & Cz_{in} & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ Cz_{nj} & \dots & Cz_{nn} & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cz_{k0} \\ \vdots \\ Cz_{n0} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Matriks \mathbf{C} merupakan matriks *nonsingular*, yaitu sebuah matriks bujur sangkar dan $\det(\mathbf{C}) \neq 0$ sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}^{-1} \cdot \mathbf{D} \quad (14)$$

dimana,

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

\mathbf{w}_i = nilai bobot dari semua lokasi tersampel

\mathbf{C}^{-1} = invers dari matriks semivariogram teoritis dari lokasi tersampel

\mathbf{D} = matriks semivariogram teoritis dari lokasi tidak tersampel

Cz_{ij} = nilai semivariogram teoritis dengan jarak antara lokasi ke- i dan ke- j dari lokasi tersampel

Cz_{k0} = nilai semivariogram teoritis dengan jarak antara lokasi tersampel dan lokasi tidak tersampel

Estimasi *kriging* $\hat{Z}(s)$ merupakan kombinasi linier, yaitu penjumlahan dari hasil kali anggota himpunan pasangan berurutan dari variabel $Z(s_i)$ yang tersampel dalam data spasial yang dirumuskan sebagai berikut :

$$\hat{Z}(s) = \sum_{i=1}^n w_i Z(s_i) \quad (15)$$

dengan,

$\hat{Z}(s)$ = nilai estimasi pada suatu lokasi

w_i = koefisien bobot dari $Z(s_i)$, dengan $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

$Z(s_i)$ = nilai pengamatan pada lokasi ke- i

n = banyak sampel yang digunakan dalam mengestimasi

3. METODE PENELITIAN

3.1 Sumber Data

Data yang digunakan pada penulisan tugas akhir ini berupa data sekunder tentang hasil pengukuran kualitas udara ambien di Kota Semarang dari tahun 2014 sampai 2015. Data tersebut diperoleh dari Badan Lingkungan Hidup (BLH) Kota Semarang yang berjumlah 28 data yang terdiri dari titik koordinat (X,Y) dan kandungan senyawa kimia gas nitrogen dioksida (NO_2) di udara. Pada penelitian ini data yang digunakan yaitu rata-rata hasil pengukuran kualitas udara ambien dari tahun 2014 sampai 2015.

3.2 Variabel Penelitian

Penelitian ini menggunakan 3 variabel sebagai berikut :

- X : Titik koordinat (bujur)
- Y : Titik koordinat (lintang)
- NO_2 : Kandungan NO_2 di udara ($\mu\text{gr}/\text{m}^3$)

3.3 Langkah Analisis Data

Langkah-langkah yang dilakukan untuk mencapai tujuan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Menganalisis data secara deskriptif.
2. Mencari titik-titik yang saling berdekatan.
3. Mendeteksi data pencilan untuk mengetahui apakah data yang digunakan mengandung pencilan atau tidak.
4. Menghitung nilai semivariogram eksperimental yang mengakomodir adanya pencilan. Dalam hal ini semivariogram yang digunakan adalah semivariogram *robust*.
5. Menghitung nilai semivariogram teoritis berdasarkan nilai *sill* dan *range* yang diperoleh dari perhitungan semivariogram *robust*.
6. Melakukan analisis struktural dengan melihat plot semivariogram *robust* yang paling mendekati plot semivariogram teoritis. Selain itu, juga dapat dilakukan dengan membandingkan nilai *Mean Square Error* (MSE) untuk ketiga model semivariogram teoritis dan menentukan model terbaik dengan cara memilih nilai *Mean Square Error* (MSE) yang terkecil.
7. Menghitung nilai bobot untuk lokasi yang belum tersampel dengan menggunakan model semivariogram teoritis yang terbaik.
8. Melakukan estimasi kadar NO_2 menggunakan *robust kriging*.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Deskripsi Data

Variabel	Min	Max	Mean	Var	Std. Dev
NO_2	3,32	64,13	18,55	235,05	15,33

Berdasarkan tabel diatas dapat dilihat bahwa konsentrasi senyawa kimia gas NO_2 minimum sebesar $3,32 \mu\text{gr}/\text{m}^3$ yang terletak di koordinat (110,4089; 7,00431) terdapat di Kantor Kecamatan Gajah Mungkur. Konsentrasi maksimum senyawa kimia ga NO_2 sebesar $64,13 \mu\text{gr}/\text{m}^3$ terletak di koordinat (110,4232; 6,99189) terdapat di Kawasan Simpang Lima. Rata-rata konsentrasi senyawa kimia gas NO_2 sebesar $18,55 \mu\text{gr}/\text{m}^3$ dengan nilai varian sebesar $235,05 \mu\text{gr}/\text{m}^3$ dan standar deviasi sebesar $15,33 \mu\text{gr}/\text{m}^3$

4.2 Pendeteksian *Outlier* Spasial

Langkah pertama yaitu menentukan matriks jarak untuk titik-titik tersampel dengan menggunakan jarak *euclidean*, kemudian menentukan titik-titik yang saling berdekatan. Dua titik dapat diasumsikan berdekatan apabila selisih jarak antara dua titik tersebut kurang dari nilai $|\mu - \sigma| = 0,03522$. Setelah itu menghitung nilai dari Z_{hitung} yang dirumuskan sebagai berikut:

$$Z_{hitung} = \left| \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x} \right|, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Apabila nilai $Z_{hitung} > Z_{\alpha/2}$ maka dapat dikatakan nilai amatan lokasi ke- i merupakan pencilan. Berdasarkan perhitungan yang dilakukan dengan taraf signifikansi $\alpha = 5\%$ dapat disimpulkan bahwa terdapat dua data yang merupakan *outlier*, yaitu pada pos ke-17 yang terletak di Kawasan Simpang Lima dan pada pos ke-21 yang terletak di Jalan Kaligawe.

4.3 Menghitung Semivariogram *Robust*

Untuk menentukan nilai semivariogram *robust* maka pasangan data tersebut akan dibagi menjadi beberapa kelas menggunakan persamaan *sturge* sehingga diperoleh sebanyak 6 kelas. Kemudian dihitung nilai semivariogram *robust* untuk 6 kelas menggunakan persamaan (11) sebagai berikut:

$$\gamma(h) = \frac{\left\{ \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |Z(s_i) - Z(s_i + h)|^{1/2} \right\}^4}{2 \left(0.457 + \frac{0.494}{N(h)} \right)}$$

Sehingga diperoleh nilai semivariogram *robust* sebagai berikut:

Kelas	Jarak	$N(h)$	Semivariogram ($\gamma(h)$)
1	0,00000 – 0,03179	54	211,95854
2	0,03180 – 0,06357	115	146,37722
3	0,06358 – 0,09536	109	120,13934
4	0,09537 – 0,12715	69	149,17684
5	0,12716 – 0,15894	21	65,09407
6	0,15895 – 0,19072	10	251,99761

Langkah selanjutnya adalah menentukan komponen dari semivariogram yaitu *sill* dan *range*. Nilai *sill* diperoleh dari varian data, yaitu sebesar 235,04631. Sedangkan nilai *range* diperoleh dari nilai tengah jarak dari suatu kelas yang nilai semivariogramnya mendekati nilai *sill* yaitu sebesar 0,17483.

4.4 Menghitung Model Semivariogram Teoritis

Ada beberapa model semivariogram teoritis yang dapat digunakan untuk membandingkan dengan semivariogram *robust*, yaitu model *spherical*, *exponential*, dan *gaussian*. Ketiga model tersebut akan digunakan pada setiap kelas sehingga diperoleh nilai-nilai semivariogram teoritis untuk masing-masing kelas sebagai berikut:

Kelas	Jarak (h)	<i>Spherical</i>	<i>Exponential</i>	<i>Gaussian</i>
1	0,03179	63,39716	98,81857	22,19177
2	0,06357	122,55608	156,09167	76,96835
3	0,09536	173,23849	189,28591	138,77016
4	0,12715	211,20615	208,52458	186,95960
5	0,15894	232,22081	219,67489	215,34975
6	0,19072	235,04631	226,13737	228,43002

4.5 Analisis Struktural

Analisis struktural merupakan proses pencocokan antara semivariogram *robust* dengan semivariogram teoritis. Secara visual analisis struktural dapat dilakukan dengan melihat plot dari kedua semivariogram tersebut. Selain itu untuk mengetahui semivariogram teoritis yang terbaik dapat digunakan perbandingan nilai MSE sebagai berikut:

Kelas	Jarak (h)	<i>Robust</i>	<i>Spherical</i>	<i>Error</i> ²
1	0,03179	211,95854	63,39716	22070,653
2	0,06357	146,37722	122,55608	567,447
3	0,09536	120,13934	173,23849	2819,519
4	0,12715	149,17684	211,20615	3847,634
5	0,15894	65,09407	232,22081	27931,347
6	0,19072	251,99761	235,04631	287,347
MSE				9587,296

Kelas	Jarak (h)	<i>Robust</i>	<i>Exponential</i>	<i>Error</i> ²
1	0,03179	211,95854	98,81857	12800,653
2	0,06357	146,37722	156,09167	94,370
3	0,09536	120,13934	189,28591	4781,249
4	0,12715	149,17684	208,52458	3522,153
5	0,15894	65,09407	219,67489	23895,230
6	0,19072	251,99761	226,13737	668,752
MSE				7627,068

Kelas	Jarak (h)	<i>Robust</i>	<i>Gaussian</i>	<i>Error</i> ²
1	0,03179	211,95854	22,19177	36011,428
2	0,06357	146,37722	76,96835	4817,592
3	0,09536	120,13934	138,77016	347,108
4	0,12715	149,17684	186,95960	1427,537
5	0,15894	65,09407	215,34975	22576,771
6	0,19072	251,99761	228,43002	555,431
MSE				10955,978

Berdasarkan hasil perhitungan nilai MSE diatas maka dapat disimpulkan bahwa model semivariogram yang terbaik adalah model *exponential* dengan nilai MSE terkecil sebesar 7627,068. Sehingga model model *exponential* yang akan digunakan untuk melakukan estimasi.

4.6 Estimasi Konsentrasi Gas NO₂

Estimasi konsentrasi gas NO₂ akan dilakukan pada kelurahan Pleburan Kecamatan Semarang Selatan dengan titik koordinat (110,42357; 6,99603). Langkah pertama menentukan nilai bobot dari semua titik tersampel diperoleh dari perkalian antara matriks C^{-1} dengan matriks D yang tertera pada persamaan (14) dengan menggunakan semivariogram teoritis model *exponential*.

$$w = C^{-1} \cdot D$$

Nilai bobot dari 28 titik sampel tersebut akan digunakan untuk mengestimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ pada kelurahan Pleburan dengan titik koordinat (110,42357; 6,99603) menggunakan persamaan (15) sebagai berikut:

I	X	Y	Z(s) (NO ₂)	w	wZ(s)
1	110,46501	7,00931	38,32	-0,00355	-0,13604
2	110,42839	7,05328	9,50	-0,00262	-0,02488
3	110,34533	6,98547	12,80	0,00020	0,00251
4	110,38928	6,98228	10,08	-0,00587	-0,05912
5	110,40750	6,96528	12,19	-0,00631	-0,07684
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
28	110,47710	6,95041	12,84	0,00054	0,00694
				$\hat{Z}(s)$	49,17318

Sehingga diperoleh konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ pada Kelurahan Pleburan Kecamatan Semarang Selatan sebesar 49,17318 $\mu\text{gr}/\text{m}^3$.

Langkah yang sama juga dilakukan untuk mengestimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ pada semua kelurahan di Kota Semarang. Nilai estimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ sebagai berikut:

No	Kelurahan	X	Y	Konsentrasi Gas NO ₂
1	Pleburan	110,42648	7,03803	49,17318
2	Peterongan	110,41684	7,06631	19,35496
3	Wonodri	110,41188	7,07653	30,43214
4	Randusari	110,40982	7,09374	29,62578
5	Barusari	110,42666	7,08352	27,16610
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
177	Tugu Rejo	110,35300	6,96801	11,46608

5. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan menggunakan metode *robust kriging* untuk mengestimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ di Kota Semarang, maka dapat diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Terdapat dua data yang merupakan *outlier*, yaitu pada pos ke-17 yang terletak di Kawasan Simpang Lima pada koordinat (110,42317; 6,99189) dan pada pos ke-21 yang terletak di Jalan Kaligawe pada koordinat (110,47183; 6,95467).
2. Dari hasil perhitungan semivariogram *robust* diperoleh nilai *sill* sebesar 235,04631 dan *range* sebesar 0,17483.
3. Dari analisis struktural diperoleh model semivariogram teoritis yang paling mendekati model semivariogram *robust* dari data konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ di Kota Semarang adalah semivariogram teoritis model *exponential*.
4. Hasil estimasi konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ menggunakan metode *robust kriging* tertinggi berada di Kelurahan Pleburan Kecamatan Semarang Selatan pada koordinat (110,42357; 6,99603) sebesar 49,17318 $\mu\text{gr}/\text{m}^3$, dan konsentrasi terendah berada di Kelurahan Kudu Kecamatan Genuk dengan titik koordinat (110,4997; 6,96801) sebesar 6,57592 $\mu\text{gr}/\text{m}^3$.
5. Berdasarkan Peraturan Pemerintah Nomor 41 tahun 1999, baku mutu udara ambien nasional untuk senyawa kimia gas NO₂ sebesar 100 $\mu\text{gr}/\text{m}^3$ sehingga dapat disimpulkan konsentrasi senyawa kimia gas NO₂ di Kota Semarang masih dalam batas tidak membahayakan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Awali, A. A., Yasin, H., dan Rahmawati, R. 2013. Estimasi Kandungan Hasil Tambang Menggunakan Ordinary Indicator Kriging. *Jurnal Gaussian* Vol. 2, No.1: Hal. 1-10.
- [2] Bahtiyar, A. D. R., Hoyyi, A., dan Yasin, H. 2014. Ordinary Kriging dalam Estimasi Curah Hujan di Kota Semarang. *Jurnal Gaussian* Vol. 3, No. 2: Hal. 151-159.
- [3] Bohling, G. 2005. *Introduction to Geostatistics and Variogram Analysis*. <http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940/Kriging>. Diakses: 1 Februari 2016.
- [4] Bohling, G. 2005. *Kriging*. <http://people.ku.edu/~gbohling/cpe940/Kriging>. Diakses: 9 Februari 2016.
- [5] Cressie, N. A. C. 1993. *Statistics For Spatial Data*. New York: John Wiley and Sons, Inc.
- [6] Cressie, N. A. C. and Hawkins, D. M. 1980. Robust Estimation of Variogram. *Mathematical Geology* Vol. 12, No. 2: Hal.115-125 .
- [7] Cressie, N. A. C. and Hawkins, D. M. 1984. Robust Kriging – A Proposal. *Mathematical Geology* Vol. 16, No. 1: Hal.3-18.
- [8] Faisal, F. dan Rizal, J. 2012. Kajian Pemilihan Model Semivariogram Terbaik Pada Data Spasial (Studi Kasus: Data Ketebalan Batubara Pada Lapangan Eksplorasi X). *Jurnal Gradien* Vol. 8, No.1: Hal. 756-762.
- [9] Fernandes, G. and Calderon, A. 2009. Spatial Regression Analysis vs. Kriging Methods for Spatial Estimation. *Int Adv Econ Res* 15: Hal. 44-58.
- [10] Fridayani, N. M. S., Kencana, P. E. N., dan Sukarsa, K. G. 2012. Perbandingan Interpolasi Spasial Dengan Metode Ordinary dan Robust Kriging pada Data Spasial Berpencilan (Studi Kasus: Curah Hujan di Kabupaten Karangasem). *E-Jurnal Matematika* Vol.1, No.1: Hal. 68-74.
- [11] Genton, M. G. and Furrer, R. 1998. Analysis of Rainfall Data by Robust Spatial Statistics S+SPATIALSTATS. *Jurnal of Geographic Information and Decision Analysis* Vol.2, No.2: Hal. 116-126.
- [12] Hawkins, D. M. 1980. *Identification Outliers*. Chapman and Hall.
- [13] Isaaks, E. H. and Srivastava, R. M. 1989. *Applied Geostatistics*. New York: Oxford University Press, Inc.
- [14] Kusumawardani, D. S., Sudarno, dan Yasin, H. 2014. Simulasi Pengukuran Ketepatan Model Variogram Pada Metode Ordinary Kriging dengan Teknik Jackknife. *Jurnal Gaussian* Vol. 3, No. 3: Hal. 333-342.
- [15] Makkulau, Linuwih, S., Purhadi, dan Mashuri, M. 2010. Pendeteksian Outlier dan Penentuan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Produksi Gula dan Tetes Tebu dengan Metode Likelihood Displacement Statistic-Lagrange. *Jurnal Teknik Industri* Vol. 12, No.2: Hal. 95-100.
- [16] Prahutama, A. 2013. Estimasi Kandungan DO (Dissolved Oxygen) di Kali Surabaya dengan Metode Kriging. *Statistika* Vol. 1, No. 2
- [17] Shekhtar, S., Lu, C. T., and Zhang, P. 2003. Unified Approach to Detecting Spatial Outliers. *GeoInformatica* 7:2, Hal. 139-166.
- [18] Suharto, I. 2011. *Limbah Kimia dalam Pencemaran Udara dan Air*. Yogyakarta: Andi.
- [19] Republik Indonesia. 1999. Peraturan Pemerintah Nomor 41 Tahun 1999, tentang Pengendalian Pencemaran Udara. Jakarta: Sekretariat Negara.
- [20] Wardhana, W. A. 2001. *Dampak Pencemaran Lingkungan. Edisi Revisi*. Yogyakarta: Andi.