ISSN: 2339-2541
JURNAL GAUSSIAN, Volume 5, Nomor 2, Tahun 2016, Halaman 259-267
Online di: http://ejournal-s1.undip.ac.id/index.php/gaussian

PENGHITUNGAN PREMI ASURANSI *LONG TERM CARE* UNTUK MODEL MULTI STATUS

Chrysmandini Pulung Gumauti[1], Yuciana Wilandari[2], Rita Rahmawati[3]
[1]Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro
[2,3]Staff Pengajar Jurusan Statstika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Health insurance is insurance that provides health benefit in the form of a cash compensation for the cost of treatment and care. One of the health insurance's products is Long Term Care (LTC) insurance. LTC insurance guarantees nursing and medical expense, preferred for elderly people in the future. Proper calculation the cost of premiums is needed to maintain the reserve fund appropriate for insurance company to fulfill the policy agreement. In this final project will be discussed about calculation of premiums for LTC insurance products Annuity as A Rider Benefit as a multi-state models (three states), which is based on Markov transition probability matrix. Data used is the data prevalence rate of heart disease in the United Kingdom in 2014. By calculating premiums of multi-state models, insurance products are expected to be able to guarantee health care expense according insured's needs. Result of this premiums calculation is the older someone takes insurance, greater the annual net premium to be paid.

Keywords: health insurance, Long Term Care insurance, multiple state models, Annuity as A Rider Benefit product, Markov transition.

1. PENDAHULUAN

Asuransi merupakan salah satu lembaga keuangan bukan bank yang memberikan perlindungan atas kerugian keuangan yang disebabkan oleh peristiwa yang tidak terduga[1]. Salah satu kegiatan dalam asuransi ialah pembayaran premi. Premi asuransi adalah pembayaran dari pihak tertanggung kepada penanggung sebagai imbalan jasa atas jaminan perlindungan yang diberikan oleh penanggung [6]. Premi asuransi ada dua macam, yaitu premi bersih (netto) dan premi kotor (bruto).

Asuransi kesehatan merupakan salah satu produk asuransi yang memberikan santunan kesehatan pada tertanggung berupa sejumlah uang untuk biaya pengobatan dan perawatan, bila di luar kehendaknya ia terserang penyakit [6]. Penghitungan premi bersih dalam asuransi kesehatan dapat dilakukan dengan menggunakan model penghitungan deterministik atau stokastik. Jika penghitungan mengandung variabel yang acak dikatakan model stokastik. Penghitungan dengan model stokastik dapat dilakukan dengan rantai Markov. Pada prinsipnya, penghitungan asuransi kesehatan didasarkan pada model multi status (*multiple state models*). Peluang transisi Markov sangat dibutuhkan untuk menghitung peluang terjadinya transisi dari satu status ke status yang lainnya [4].

Salah satu aplikasi penghitungan aktuaria multi status adalah asuransi kesehatan *Long Term Care* (LTC), dengan salah satu produknya adalah *Annuity as A Rider Benefit*. Asuransi *Long Term Care* (LTC) adalah asuransi yang menyediakan jaminan manfaat bagi tertanggung yang membutuhkan perawatan medis atau bagi para penderita penyakit kronis ataupun cacat tubuh, yang tidak dijaminkan pada asuransi kesehatan lainnya [4]. Data yang digunakan dalam artikel ini adalah data tingkat prevalensi penyakit jantung di United Kingdom tahun 2014. Sedangkan tujuan penulisannya adalah untuk menghitung jumlah premi bersih tahunan yang harus dibayarkan dalam asuransi LTC *Annuity as A Rider Benefit*. Penghitungan yang tepat dibutuhkan agar perusahaan asuransi dapat menjamin pembayaran klaim dan santunan tanpa mengalami kerugian.

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Interpolasi Linier untuk Tingkat Prevalensi

Metode interpolasi linier merupakan metode untuk menaksir nilai di antara titik-titik data yang tepat. Interpolasi dilakukan untuk mendapatkan tingkat prevalensi secara spesifik untuk tiap umur dalam kelompok [2]. Rumus interpolasi linier:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \tag{1}$$

dengan:

x = umur yang ingin diinterpolasi
x_1 = umur kedua dalam kelompok umur *x* tahun berada
x_2 = umur kedua dalam kelompok umur setelah *x* tahun berada
y = tingkat prevalensi untuk *x* tahun
y_1 = tingkat prevalensi kelompok umur *x* tahun berada
y_2 = tingkat prevalensi kelompok umur setelah *x* tahun berada

2.2 Proses Stokastik

Proses stokastik didefinisikan sebagai proses menyusun dan mengindeks sekumpulan variabel acak $\{S(t)\}$, dengan indeks *t* berada pada sekumpulan T. Dalam hal ini T dianggap sebagai kumpulan bilangan bulat nonnegatif T = {0,1,2,…}, dan $S(t)$ merepresentasikan karakteristik terukur yang diperhatikan pada waktu *t* [7].

2.3 Model Multi Status Pendekatan Waktu Diskrit

Ruang status dinotasikan dengan *S* dan merupakan himpunan berhingga, diperoleh:

$$S = \{1,2,3, \dots, N\}$$

dengan nilai *N* adalah jumlah status yang digunakan.

Dinotasikan τ adalah himpunan transisi, dimana τ adalah himpunan bagian dari pasangan himpunan (*i*,*j*):

$$\tau \subseteq \{(i,j) | i \neq j; i,j \in S\}$$

Jika status *i* adalah status awal pada waktu 0, diasumsikan bahwa untuk semua status $j \in S$ dapat dijangkau oleh status *i* melalui transisi langsung dari pasangan (*S*,*τ*) yang disebut model multi status [5].

2.4 Rantai Markov Waktu Diskrit (*Time Discrete Markov Chain*)

Proses stokastik waktu diskrit $\{S(t); t = 0,1,2, \dots\}$ merupakan rantai Markov jika peluang p^{ij} adalah $p^{ij} = \Pr[S(t+1) = j | S(t) = i]$ untuk semua semua status i, j.

p^{ij} adalah peluang proses pindah dari status *i* ke status *j* dalam satu transisi. Peluang transisi satu langkah dikatakan stasioner jika peluang transisi satu langkah tidak bergantung pada variabel waktu. Oleh karena itu, peluang transisi stasioner menyiratkan bahwa peluang transisi tidak berubah seiring dengan waktu [4]. Sedangkan, ${}_hp^{ij}$ adalah peluang transisi *h* langkah, untuk semua status *i*,*j*

$${}_hp^{ij} = \Pr[S(t+h) = j | S(t) = i] = \Pr[S(h) = j | S(0) = i]$$

${}_hp^{ij}$ merupakan peluang sistem akan berada pada status *j* tepat setelah *h* langkah (satuan waktu), jika sistem tersebut bermula pada status *i* pada waktu *t* kapan pun.

Menurut Taylor dan Karlin (1998) bentuk matriks peluang transisi *h* langkah untuk menunjukkan semua peluangnya adalah:

$${}_h\mathbf{P}_x = \begin{bmatrix} {}_hp^{11} & {}_hp^{12} & \cdots & {}_hp^{1N} \\ {}_hp^{21} & {}_hp^{22} & \cdots & {}_hp^{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ {}_hp^{N1} & {}_hp^{N2} & \cdots & {}_hp^{NN} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Matriks ${}_h\mathbf{P}_x$ berukuran *N* x *N* dengan *N* jumlah status yang digunakan pada model.

2.5 Persamaan Chapman-Kolmogorov

Menurut Haberman, *et al.*(1997) persamaan Chapman-Kolmogorov sebagai berikut:

$$ {}_{h}p^{ij} = \sum_{k=1}^{N} {}_{w}p^{ik}\ {}_{h-w}p^{kj} \qquad \text{dengan w} < h \tag{3}$$

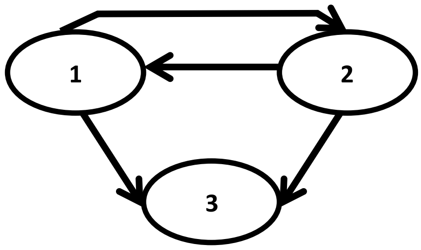
Persamaan (3) menjelaskan bahwa dalam perubahan dari status i ke status j sebanyak h langkah, proses akan berada dalam beberapa status k setelah tepat w langkah. Oleh karena itu, ${}_{w}p^{ik}{}_{h-w}p^{kj}$ adalah peluang bersyarat dengan titik mulai status i, proses menuju ke status k setelah w langkah dan kemudian ke status j setelah $h - w$ langkah.

2.6 Peluang untuk Model Waktu Diskrit

Dinotasikan x sebagai umur tertanggung saat perjanjian polis dan $S(x)$ sebagai rantai Markov diskrit [3]. Didefinisikan tiga status sebagai berikut:

1 : kejadian sehat
2 : kejadian sakit
3 : kejadian meninggal

Ilustrasi model tiga status dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Model Tiga Status

Penjelasan ilustrasi Gambar 1 disajikan dalam tabel matriks transisi berikut:

Tabel 1. Matriks Transisi Tiga Status

	1	2	3
1	p_x^{11}	p_x^{12}	q_x^{1}
2	p_x^{21}	p_x^{22}	q_x^{2}
3	0	0	1

Peluang transisi h langkah berdasarkan rantai Markov dapat dituliskan, dengan :

$${}_{h}p_x^{11} = \Pr(S(x+h) = 1 | S(x) = 1)$$
$${}_{h}p_x^{12} = \Pr(S(x+h) = 2 | S(x) = 1), \text{ dan seterusnya} \tag{4}$$

Sehingga diperoleh persamaan Chapman-Kolmogorov sebagai berikut:

$${}_{h}p_x^{11} = {}_{h-1}p_x^{11} p_{x+h-1}^{11} \tag{5}$$
$${}_{h}p_x^{12} = {}_{h-1}p_x^{12} p_{x+h-1}^{22} + {}_{h-1}p_x^{11} p_{x+h-1}^{12}$$

Dengan substitusi berulang akan diperoleh:

$${}_{h}p_x^{12} = \sum_{r=1}^{h} {}_{h-r}p_x^{11}\, p_{x+h-r}^{12} \prod_{g=1}^{r-1} p_{x+h-r+g}^{22} \tag{6}$$

Persamaan (5) dan (6) dapat ditulis dalam bentuk matriks, yaitu:

$${}_{h}\mathbf{P}_x = \begin{bmatrix} p_x^{11} & p_x^{12} & q_x^{1} \\ p_x^{21} & p_x^{22} & q_x^{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{x+1}^{11} & p_{x+1}^{12} & q_{x+1}^{1} \\ p_{x+1}^{21} & p_{x+1}^{22} & q_{x+1}^{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} p_{x+h-1}^{11} & p_{x+h-1}^{12} & q_{x+h-1}^{1} \\ p_{x+h-1}^{21} & p_{x+h-1}^{22} & q_{x+h-1}^{2} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

2.7 Nilai dari Manfaat (*Benefit*) dan Premi (*Premium*) Model Multi Status

Menurut Haberman, *et al*.(1997) nilai manfaat dan nilai premi dapat dijelaskan sebagai berikut:

1. Nilai anuitas manfaat dengan tingkat $b_j(t)$ pada waktu t jika $S(t) = j$ adalah jumlah santunan yang dibayarkan secara berkala selama masa perjanjian.
2. Sejumlah nilai manfaat yang dibayarkan sekaligus jika terjadi transisi dari status i ke status j pada waktu t dinotasikan dengan $c_{ij}(t)$.
3. Endowment murni, yaitu pembayaran sekaligus yang dilakukan apabila pada suatu waktu t risiko tetap berada pada status j $(S(t) = j)$ yang dinotasikan dengan $d_j(t)$.
4. Premi yang berupa anuitas dengan tingkat $P_i(t)$ pada waktu t jika $S(t) = i$.
5. Premi tunggal $\pi_i(t)$ pada suatu waktu t jika $S(t) = i$

2.8 Nilai Sekarang (*Present Value*)

Dinotasikan I_E sebagai indikator suatu kejadian E, yaitu:

$$I_E = \begin{cases} 1, \text{jika E terjadi} \\ 0, \text{jika E tidak terjadi} \end{cases}$$

maka nilai sekarang pada waktu t dengan faktor diskonto tahunan $v = \frac{1}{1+\alpha}$ (α = tingkat suku bunga) [3], adalah:

1. Anuitas manfaat dengan tingkat $b_j(u)$ pada waktu u, jika $S(u) = j$, adalah:
   $Y_t(u) = v^{u-t} I_{[S(u)=j]} b_j(u); \qquad t \leq u$
2. Manfaat yang dibayarkan sekaligus apabila transisi terjadi dari status i ke status j pada waktu u dengan tingkat $c_{ij}(u)$, adalah:
   $Y_t(u) = v^{u-t} I_{[S(u-1)=i \wedge S(u)=j]} c_{ij}(u); \qquad t \leq u$
3. Endowment murni $d_j(u)$ dibayarkan sekaligus pada waktu u jika $S(u) = j$, adalah:
   $Y_t(u) = v^{u-t} I_{[S(u)=j]} d_j(u); \qquad t \leq u$
4. Premi berkala dengan tingkat $P_j(u)$ pada waktu u jika $S(u) = j$, adalah:
   $Y_t(u) = v^{u-t} I_{[S(u)=j]} P_j(u); \qquad t \leq u$
5. Premi sekaligus $(\pi_j(u))$ pada waktu u jika $S(u) = j$, adalah:
   $Y_t(u) = v^{u-t} I_{[S(u)=j]} \pi_j(u); \qquad t \leq u$

2.9 Nilai Aktuaria

Nilai aktuaria adalah angka harapan atau ekspektasi dari nilai sekarang. Dengan mengasumsikan proses stokastik $(S(t), t \geq 0)$ merupakan rantai Markov diskrit dan pada waktu t risiko berada pada status i $(S(t) = i)$ sebagai kejadian bersyarat. Menurut Haberman, *et al*.(1997) didefinisikan nilai aktuaria yang diformulasikan sebagai berikut:

1. Anuitas manfaat sebesar 1 unit $(b_j(u) = 1)$ yang dibayarkan ketika berada di status k pada waktu u dibedakan menjadi 2, yaitu anuitas yang dibayarkan setiap awal tahun $(\ddot{a}_t^{ik})$ dan anuitas yang dibayarkan setiap akhir tahun (a_t^{ik}), dirumuskan:
   $$\ddot{a}_t^{ik} = E(Y_t(u)|S(t) = i) = \sum_{u-t=0}^{\infty} v^{u-t} \, {}_{u-t}p_t^{ik} = \sum_{h=0}^{\infty} v^h \, {}_h p_t^{ik}$$
   $$a_t^{ik} = E(Y_t(u)|S(t) = i) = \sum_{u-t=1}^{\infty} v^{u-t} \, {}_{u-t}p_t^{ik} = \sum_{h=1}^{\infty} v^h \, {}_h p_t^{ik}$$
2. Nilai aktuaria untuk pembayaran manfaat sekaligus sebesar 1 unit $(c_{ij} = 1)$ pada saat terjadi transisi ke status j pada waktu u dinotasikan sebagai:

$$A_t^{ikj} = E(Y_t(u)|S(t)=i) = \sum_{u-t=2}^{\infty} v^{u-t}{}_{u-t-1}p_t^{ik} p_{t+u-t-1}^{kj}$$
$$= \sum_{h=2}^{\infty} v^{h}{}_{h-1}p_t^{ik} p_{t+h-1}^{kj}$$
$$A_t^{iij} = E(Y_t(u)|S(t)=i) = \sum_{u-t=1}^{\infty} v^{u-t}{}_{u-t-1}p_t^{ii} p_{t+u-t-1}^{ij}$$
$$= \sum_{h=1}^{\infty} v^{h}{}_{h-1}p_t^{ii} p_{t+h-1}^{ij}$$

3. Nilai aktuaria untuk endowment murni sebesar 1 unit ($d_j(u) = 1$) adalah:
$${}_{u-t}E_t^{ik} = {}_nE_t^{ik} = E(Y_t(u)|S(t)=i) = v^{u-t}{}_{u-t}p_t^{ik} = v^n{}_np_t^{ik}$$

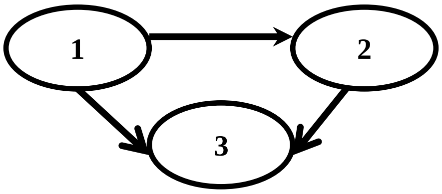
2.10 Asuransi *Long Term Care*

Asuransi *Long Term Care* merupakan bagian dari asuransi kesehatan yang menyediakan santunan (manfaat) bagi tertanggung yang membutuhkan perawatan medis atau bagi para penderita penyakit kronis ataupun cacat tubuh, diutamakan kepada orang lanjut usia yang membutuhkan perawatan jangka panjang [4]. Manfaat LTC dapat dikelompokkan menjadi tiga kategori, sebagai berikut:

1. Sejumlah manfaat yang berbentuk anuitas yang ditawarkan bagi orang sehat.
2. Sejumlah manfaat yang berbentuk anuitas yang ditawarkan bagi orang lanjut usia pada waktu akan memasuki atau sedang memasuki masa perawatan.
3. Pembayaran kembali biaya perawatan dan pengobatan.

2.11 Produk *Annuity as A Rider Benefit*

Annuity as A Rider Benefit, merupakan salah satu produk dari asuransi *Long Term Care* yang menyediakan manfaat biaya perawatan medis selama jangka waktu dan manfaat kematian apabila pihak tertanggung meninggal, baik meninggal karena penyakit yang dideritanya, maupun meninggal tanpa mengalami sakit terlebih dahulu [4]. Dalam produk *Annuity as A Rider Benefit* tidak ada transisi dari status sakit ke status sehat (tidak adanya asumsi mengalami kesembuhan), seperti digambarkan pada diagram berikut:



Gambar 2. Diagram *Annuity as A Rider Benefit* Tiga Status

Dari model tiga status, dinotasikan c sebagai manfaat kematian yaitu sejumlah uang yang diberikan ketika tertanggung meninggal dunia. Dinotasikan pula b sebagai pembayaran tahunan yaitu manfaat yang dibayarkan rutin setiap tahun apabila tertanggung mengalami masa perawatan. Diasumsikan $b = \frac{c}{r}$, dimana r adalah nilai maksimum dari waktu pembayaran anuitas manfaat (dalam tahun) apabila tertanggung dalam masa perawatan. Apabila tertanggung mengalami masa perawatan sebelum meninggal dunia, didefinisikan manfaat kematian sebagai $c_i(t) = c - b\min(h, r)$ dimana h dinotasikan sebagai lama waktu pembayaran anuitas manfaat saat tertanggung dalam masa perawatan hingga meninggal dunia.

Nilai premi tunggal bersih asuransi tersebut adalah:

$$B_a^{LTC}(0,\infty) = c\sum_{e=1}^{\infty} v^e{}_{e-1}p_x^{11} q_{x+e-1}^1 + \sum_{e=1}^{\infty}[v^e{}_{e-1}p_x^{11} p_{x+e-1}^{12}$$

$$\text{x } (b\ddot{a}^{22}{}_{x+e:r} + \sum_{h=1}^{\frac{c}{b}}(c-hb)v^h{}_{h-1}p_{x+e}^{22}\, q_{x+e+h-1}^2)] \quad (8)$$

Diasumsikan premi dibayarkan setiap awal tahun selama m tahun ketika tertanggung masih dalam keadaan sehat. Dinotasikan P sebagai premi tahunan, diperoleh:

$$P\ddot{a}_{x:m}^{11} = B_a^{LTC}(0,\infty) \quad (9)$$

3. METODE PENELITIAN

Dalam artikel ini data yang digunakan adalah data tingkat prevalensi penyakit jantung perempuan dan laki-laki di United Kingdom yang diambil dari www.heartstats.org, merupakan publikasi dari *Department of Health: Health Survey for England 2014* berjudul *Cardiovascular Disease Statistics 2014* [8]. Sedangkan tabel mortalitas yang digunakan *Actuarial Table File no. 17* (*1980 US CSO Basic Female Age Nearest*) untuk perempuan dan *Actuarial Table File no.20* (*1980 US CSO Basic Male Age Nearest*) untuk laki-laki.

Tahapan analisis yang dilakukan adalah sebagai berikut:

1. Memasukkan data tabel mortalitas. Nilai tabel mortalitas digunakan untuk q_y^1.
2. Memasukkan data tingkat prevalensi penyakit jantung.
3. Melakukan interpolasi pada data tingkat prevalensi penyakit jantung untuk masing-masing jenis kelamin dengan Persamaan (1). Nilai hasil interpolasi digunakan untuk p_y^{12}.
4. Memasukkan nilai x = umur (tahun), h = langkah transisi yang akan dihitung, dan η = konstanta pembanding.
5. Melakukan penyusunan matriks probabilitas transisi h langkah untuk model tiga status (Persamaan (7)). Status yang digunakan adalah status sehat, status sakit, dan status meninggal.
6. Memasukkan nilai x = umur (tahun), α = suku bunga tahunan, η = konstanta pembanding, c = santunan kematian, r = jangka waktu pembayaran manfaat perawatan (tahun), dan m = jangka waktu pembayaran premi (tahun).
7. Melakukan penghitungan premi bersih tahunan untuk asuransi *Long Term Care* produk *Annuity as a Rider Benefit* dengan Persamaan (9).

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1. Interpolasi Linier Data Prevalensi

Berikut adalah data tingkat prevalensi yang digunakan dalam artikel ini:

Tabel 2. Data Tingkat Prevalensi Penyakit Jantung (Perempuan)

Jenis Penyakit Gangguan Jantung	Tingkat Prevalensi (dalam %) Kelompok Umur				
	0-44	45-54	55-64	65-74	75+
	%	%	%	%	%
Angina	0,03	0,50	1,74	4,66	11,15
Myocardial Infarction	0,02	0,29	0,89	2,06	5,50
Stroke	0,11	0,79	1,96	4,39	12,43
Heart Failure	0,04	0,15	0,45	1,32	5,89
Atrial Fibrillation	0,03	0,26	0,91	3,28	11,71

Sumber: Data British Heart Foundation, Cardiovascular Disease 2014

Tabel 3. Data Tingkat Prevalensi Penyakit Jantung (Laki-Laki)

Jenis Penyakit Gangguan Jantung	Tingkat Prevalensi (dalam %) Kelompok Umur				
	0-44	45-54	55-64	65-74	75+
	%	%	%	%	%
Angina	0,05	0,92	3,60	8,83	16,96
Myocardial Infarction	0,06	1,14	3,55	7,05	12,08
Stroke	0,11	0,89	2,69	6,40	14,89
Heart Failure	0,05	0,33	1,12	2,92	7,84
Atrial Fibrillation	0,09	0,76	2,28	6,20	15,38

Sumber: Data British Heart Foundation, Cardiovascular Disease 2014

Dengan rumus interpolasi linier pada Persamaan (1), didapatkan hasil interpolasi sebagai berikut:

Tabel 4. Hasil Interpolasi Linier Tingkat Prevalensi (Perempuan)

Umur	Jenis Gangguan Jantung					Total
	Angina	Myocardial Infarction	Stroke	Heart Failure	Atrial Fibrillation	
0	0,00020	0,00014	0,00095	0,00038	0,00025	0,00191
1	0,00030	0,00020	0,00110	0,00040	0,00030	0,00230
2	0,00040	0,00026	0,00125	0,00042	0,00035	0,00268
3	0,00051	0,00032	0,00140	0,00045	0,00040	0,00308
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	0,00333	0,00194	0,00548	0,00111	0,00178	0,01364
31	0,00343	0,00200	0,00563	0,00113	0,00183	0,01402
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
75	0,10501	0,05156	0,11626	0,05433	0,10867	0,43583
76	0,11150	0,05500	0,12430	0,05890	0,11710	0,46680
77	0,11150	0,05500	0,12430	0,05890	0,11710	0,46680
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
99	0,11150	0,05500	0,12430	0,05890	0,11710	0,46680

Tabel 5. Hasil Interpolasi Linier Tingkat Prevalensi (Laki-Laki)

Umur	Jenis Gangguan Jantung					Total
	Angina	Myocardial Infarction	Stroke	Heart Failure	Atrial Fibrillation	
0	0,00031	0,00036	0,00093	0,00044	0,00075	0,00278
1	0,00050	0,00060	0,00110	0,00050	0,00090	0,00360
2	0,00069	0,00084	0,00127	0,00056	0,00105	0,00441
3	0,00089	0,00108	0,00145	0,00062	0,00120	0,00524
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	0,00611	0,00756	0,00613	0,00230	0,00522	0,02732
31	0,00630	0,00780	0,00630	0,00237	0,00537	0,02814
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
75	0,16147	0,11577	0,14041	0,07348	0,14462	0,63575
76	0,16960	0,12080	0,14890	0,07840	0,15380	0,67150
77	0,16960	0,12080	0,14890	0,07840	0,15380	0,67150
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
99	0,16960	0,12080	0,14890	0,07840	0,15380	0,67150

4.2. Penyusunan Matriks Transisi

Setelah diperoleh hasil interpolasi tingkat prevalensi untuk setiap umur maka, dilanjutkan penghitungan matriks peluang transisi h langkah dengan perkalian matriks berikut:

$$ {}_h\mathbf{P}_x = \begin{bmatrix} p_x^{11} & p_x^{12} & q_x^1 \\ 0 & p_x^{22} & q_x^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{x+1}^{11} & p_{x+1}^{12} & q_{x+1}^1 \\ 0 & p_{x+1}^{22} & q_{x+1}^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} p_{x+h-1}^{11} & p_{x+h-1}^{12} & q_{x+h-1}^1 \\ 0 & p_{x+h-1}^{22} & q_{x+h-1}^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

dengan: $p_x^{11} = 1 - (p_x^{12} + q_x^1)$
$q_x^2 = (1 + \eta)q_x^1$ dengan $\eta \geq 0$
$p_x^{22} = 1 - q_x^2$

Misalkan ingin diketahui matriks peluang transisi dua langkah seorang perempuan umur 30 tahun. Perlu dihitung dahulu peluang transisi satu langkah umur 31 tahun, yaitu:

1. q_x^1 adalah nilai q_x umur 31 tahun dari tabel mortalitas = 0,00066
2. p_x^{12} adalah nilai 'total' pada hasil interpolasi untuk tingkat prevalensi penyakit gangguan jantung umur 31 tahun. Pada hal ini p_{31}^{12}= 0,01402
3. $p_x^{11} = 1 - q_x^1 - p_x^{12}$
   $p_{31}^{11} = 1 - 0{,}00066 - 0{,}01402 = 0{,}98532$
4. $q_x^2 = (1 + \eta)\ q_x^1$ dengan $\eta \geq 0$
   $q_{31}^2 = (1 + 0{,}05)0{,}00066 = 0{,}00069$
5. $p_x^{22} = 1 - q_x^2$
   $p_{31}^{22} = 1 - 0{,}00069 = 0{,}99931$

Matriks peluang transisi satu langkah umur 31 tahun:

$$ \mathbf{P}_{31} = \begin{bmatrix} p_{31}^{11} & p_{31}^{12} & q_{31}^1 \\ 0 & p_{31}^{22} & q_{31}^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}98532 & 0{,}01402 & 0{,}00066 \\ 0 & 0{,}99931 & 0{,}00069 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

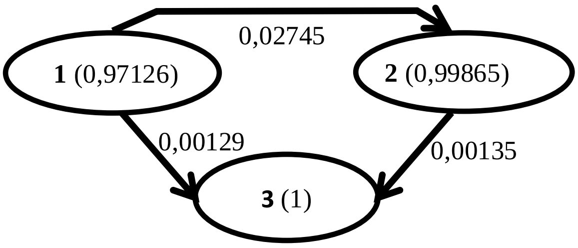
Sehingga, penghitungan matriks peluang transisi dua langkah untuk perempuan umur 30 tahun didapatkan dengan melakukan perkalian matriks, sebagai berikut:

$$ {}_2\mathbf{P}_{30} = \begin{bmatrix} p_{30}^{11} & p_{30}^{12} & q_{30}^1 \\ 0 & p_{30}^{22} & q_{30}^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} p_{31}^{11} & p_{31}^{12} & q_{31}^1 \\ 0 & p_{31}^{22} & q_{31}^2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_2\mathbf{P}_{30} = \begin{bmatrix} 0{,}98573 & 0{,}01364 & 0{,}00063 \\ 0 & 0{,}99934 & 0{,}00066 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0{,}98532 & 0{,}01402 & 0{,}00066 \\ 0 & 0{,}99931 & 0{,}00069 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}_2\mathbf{P}_{30} = \begin{bmatrix} 0{,}97126 & 0{,}02745 & 0{,}00129 \\ 0 & 0{,}99865 & 0{,}00135 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

Matriks peluang transisi tersebut dapat digambarkan dalam diagram:



Gambar 3. Diagram Transisi Dua Langkah untuk Umur 30 Tahun

4.3. Penghitungan Premi Asuransi *Long Term Care: Annuity as A Rider Benefit*

Penghitungan premi bersih tahunan asuransi menggunakan Persamaan (9). Penghitungan juga dilakukan untuk berbagai nilai η (konstanta pembanding), umur dan jangka waktu pembayaran premi. Dengan nilai suku bunga (α): 7,5%, jumlah manfaat kematian (c): Rp 50.000.000,- dan masa rawat (r) maksimal 5 tahun, hasil premi bersih tahunan sebagai berikut:

Tabel 6. Perbandingan Nilai Premi Bersih Tahunan

η	Umur	Premi Bersih Tahunan untuk Pembayaran Premi m:		
		10 tahun	15 tahun	20 tahun
0	20	Rp 1.270.572	Rp 1.010.339	Rp 892.790
	25	Rp 1.539.542	Rp 1.228.484	Rp 1.088.815
	30	Rp 1.884.119	Rp 1.509.192	Rp 1.342.432
	35	Rp 2.348.070	Rp 1.889.918	Rp 1.696.344
0,05	20	Rp 1.270.571	Rp 1.010.339	Rp 892.790
	25	Rp 1.539.539	Rp 1.228.482	Rp 1.088.813
	30	Rp 1.884.113	Rp 1.509.187	Rp 1.342.428
	35	Rp 2.348.060	Rp 1.889.910	Rp 1.696.339
0,544	20	Rp 1.270.556	Rp 1.010.326	Rp 892.779
	25	Rp 1.539.506	Rp 1.228.456	Rp 1.088.790
	30	Rp 1.884.054	Rp 1.509.140	Rp 1.342.386
	35	Rp 2.347.965	Rp 1.889.833	Rp 1.696.269

5. KESIMPULAN

Hasil analisis menunjukkan nilai premi bersih tahunan yang harus dibayarkan meningkat seiring bertambahnya usia awal mengikuti asuransi, dan mengalami penurunan seiring bertambah lama masa pembayaran premi. Nilai η (konstanta pembanding) berpengaruh terhadap penurunan nilai premi, seiring bertambahnya nilai η.

6. DAFTAR PUSTAKA

[1] Arthesa, A. dan E. Handiman. 2006. *Bank dan Lembaga Keuangan Bukan Bank*. Jakarta: PT. Indeks.

[2] Gatenby, P. 1991. *Long Term Care*. London: The Staple Inn Actuary Society.

[3] Haberman, S., A. Olivieri and E. Pitacco. 1997. *Multiple State Modelling and Long Term Care Insurance*. London: The Staple Inn Actuary Society.

[4] Haberman, S. and E. Pitacco. 1999. *Actuarial Models for Disability Insurance*. Florida: CRC Press Lcc.

[5] Pittaco, E. 2004. *Disability Insurance*. Dalam *Encyclopedia of Actuarial Science volume 1* halaman: 1836-1846, editor: J.L. Teugels dan B.Sundt. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.

[6] Purba, R. 1995. *Memahami Asuransi di Indonesia*. Jakarta: PT. Pustaka Binaman Pressindo.

[7] Taylor, H.M. and S. Karlin. 1998. *An Introduction to Stochastic Modelling*. London: Academic Press.

[8] Townsend, N. 2014. *Cardiovascular Disease Statistics, 2014*. London: British Heart Foundation.