

PENDUGAAN AREA KECIL TERHADAP PENGELUARAN PER KAPITA DI KABUPATEN SRAGEN DENGAN PENDEKATAN KERNEL

Bitoria Rosa Niashinta¹, Dwi Ispriyanti², Abdul Hoyyi³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

Bitoria_shinta@yahoo.com, ispriyanti.dwi@gmail.com, hoyyistat@gmail.com

ABSTRACT

Data of Social Survey and Economic National is a relatively small sample of data, so that data is called small area. Estimation of parameter in small area can be done in two ways, there are direct estimation and indirect estimation. Direct estimation is unbiased estimation but give a high variance because from small sample of data. The technique that use to increase effectivity of sample size is indirect estimation or called Small Area Estimation (SAE). SAE is done by adding auxiliary variable. on estimating parameter. Assumed that auxiliary variable has a linear correlation with the direct estimation. If that assumption is incomplete, use a nonparametric approach. This research is using Kernel Gaussian approach to build a correlation between direct estimation which expenditure per capita and auxiliary variable which population density. Evaluation of estimation result is done by comparing the value of direct estimation variance with the value of indirect estimation variance using Kernel Gaussian approach. The result of parameter estimation which approached by SAE is the best estimation, because it produce the small value of variance that is 5,31275, while the value of direct estimator variance is 6,380522.

Keywords : Direct Estimation, Small Area Estimation (SAE), Kernel Gaussian

1. PENDAHULUAN

Menurut BPS (2015), data Survei Sosial dan Ekonomi Nasional (SUSENAS) diambil penarikan sampel sebanyak 10 rumah tangga dari masing-masing blok sensus yang terpilih secara sistematis (menurut tingkat pendidikan), data survei tersebut mempunyai sampel yang relatif kecil (*small area*) sehingga data tersebut tidak mewakili populasi pendugaan parameter di area kecil dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu pendugaan secara langsung (*direct estimation*) dan pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*).

Menurut Kurnia (2009), Pendugaan secara langsung (*direct estimation*) dilakukan berdasarkan data sampel yang tersedia, penduga yang dihasilkan merupakan penduga tak bias tetapi memiliki varian yang besar karena diperoleh dari ukuran sampel yang kecil. Sebagai alternatif teknik pendugaan untuk meningkatkan efektifitas ukuran sampel, dikembangkan teknik pendugaan tidak langsung (*indirect estimation*). Pendugaan tidak langsung dikenal sebagai pendugaan area kecil (*small area estimation*).

Teknik pendugaan tak langsung merupakan suatu pendugaan dengan cara memanfaatkan informasi tambahan yang berhubungan dengan parameter yang akan diamati. Secara statistik informasi tambahan tersebut memiliki sifat “meminjam kekuatan” (*borrowing strength*) informasi. Jika tidak ada hubungan linier antara penduga langsung dan variabel tambahan maka pendugaan tidak langsung tidak dapat digunakan, sehingga digunakan pendekatan nonparametrik. Salah satu pendekatan yang digunakan adalah pendekatan *Kernel-Based* (Mukhopadhyay dan Maiti, 2004).

2. TINJAUAN PUSTAKA

2.1. Profil Kabupaten Brebes

Kabupaten Sragen merupakan salah satu kabupaten di Propinsi Jawa Tengah. Secara geografis Kabupaten Sragen berada di perbatasan antara Jawa Tengah dan Jawa Timur. Batas administrasi Kabupaten Sragen sebelah utara berbatasan dengan Kabupaten Grobogan, sebelah selatan berbatasan dengan Kabupaten Karanganyar, sebelah timur berbatasan dengan Kabupaten Ngawi dan sebelah barat berbatasan dengan Kabupaten Boyolali. Menurut Sragen dalam Angka (2014), pada tahun 2013 jumlah penduduk di Kabupaten Sragen berjumlah 892.201 jiwa terdiri dari 444.003 jiwa penduduk laki-laki dan 452.198 jiwa penduduk perempuan dengan angka ratio jenis kelamin 982.

2.2. Definisi Pengeluaran Perkapita

Menurut Badan Pusat Statistik (BPS, 2015), pengeluaran rata-rata per kapita sebulan adalah biaya yang dikeluarkan untuk konsumsi semua anggota rumah tangga selama sebulan dibagi dengan banyaknya anggota rumah tangga. Rumah tangga adalah seorang atau sekelompok orang yang mendiami sebagian atau seluruh bangunan fisik atau sensus dan biasanya tinggal bersama serta makan dari satu dapur. Sedangkan pengertian anggota rumah tangga (ART) adalah semua orang yang biasanya bertempat tinggal di suatu rumah tangga (suami atau istri, anak, menantu, cucu, orang tua atau mertua, keluarga lain, pembantu rumah tangga atau ART lainnya), baik yang berada di rumah tangga tersebut maupun sementara tidak ada pada waktu pencacahan.

Pengeluaran perkapita sebulan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$Y = \frac{p}{q} \quad (1)$$

dimana:

Y = pengeluaran per kapita

p = pengeluaran rumah tangga sebulan

q = jumlah anggota rumah tangga

2.3. Korelasi *Pearson Product Moment* (PPM)

Menurut Usman dan Akbar (2008), korelasi *pearson product moment* (PPM) merupakan teknik korelasi yang paling banyak digunakan khususnya untuk mendapatkan standar kesalahan terkecil. Kegunaannya untuk mengetahui ada atau tidaknya hubungan yang signifikan antara variabel satu dengan lainnya, yaitu variabel penyerta dan variabel respon. Besarnya angka korelasi disebut koefisien korelasi yang dinyatakan dalam lambang r . Asumsi atau persyaratan yang harus dipenuhi dalam menggunakan korelasi Pearson adalah variabel yang dihubungkan mempunyai data yang berdistribusi normal, variabel yang dihubungkan berpola linier, variabel yang dipilih secara acak (*random*), data yang dihubungkan mempunyai pasangan sama dari subjek yang sama pula dan variabel yang dihubungkan merupakan data interval atau rasio.

Dengan uji hipotesis dan kriteria uji sebagai berikut:

i. Hipotesis :

$H_0 : r = 0$ (Tidak terdapat hubungan yang signifikan antara variabel penyerta dengan variabel respon)

$H_1 : r \neq 0$ (Terdapat hubungan yang signifikan antara variabel penyerta dengan variabel respon)

ii. Statistik Uji :

$$r_{xy} = \frac{n \sum_{i=1}^n X_i Y_i - (\sum_{i=1}^n X_i)(\sum_{i=1}^n Y_i)}{\sqrt{\{(n \sum_{i=1}^n X_i^2) - (\sum_{i=1}^n X_i)^2\} \{ (n \sum_{i=1}^n Y_i^2) - (\sum_{i=1}^n Y_i)^2 \}}} \quad (2)$$

dimana:

r_{xy} = koefisien korelasi

n = ukuran sampel

$\sum_{i=1}^n X_i$ = jumlah dari pengamatan X

$\sum_{i=1}^n Y_i$ = jumlah dari pengamatan Y

iii. Kriteria pengujian :

H_0 ditolak jika nilai signifikansi lebih kecil dari nilai α atau nilai $|r_{xy}|$ lebih besar sama dengan r tabel ($r_{\alpha/2, n-2}$).

Nilai koefisien korelasi r_{xy} dapat diinterpretasikan dalam tabel sebagai berikut:

Tabel 1. Interpretasi Koefisien Nilai r_{xy}

Interval koefisien	Interpretasi
0	Tidak berkorelasi
0.01-0.20	Sangat rendah
0.21-0.40	Rendah
0.41-0.60	Agak rendah
0.61-0.80	Cukup
0.81-0.99	Tinggi
1	Sangat tinggi

2.4. Menentukan Ukuran Sampel

Menurut Sujarweni dan Endrayanto (2012), jumlah anggota sampel sering dinyatakan dengan ukuran sampel. Jumlah sampel yang diharapkan 100% mewakili populasi adalah jumlah anggota populasi itu sendiri. Penelitian jumlah populasi yang terlalu banyak dapat diambil untuk dijadikan sampel dengan harapan jumlah sampel yang diambil dapat mewakili populasi yang ada. Untuk menentukan jumlah ukuran sampel dapat dilakukan dengan menggunakan rumus Slovin, yaitu sebagai berikut:

$$n = \frac{N}{1+(N \times e^2)} \quad (3)$$

dengan:

n = ukuran sampel

N = populasi

e = persentasi kelonggaran ketidakterikatan karena kesalahan pengambilan sampel yang masing diinginkan

2.5. Area Kecil (*Small Area*)

Menurut Rao (2003), istilah area kecil (*small area*) biasanya menggambarkan suatu area geografis kecil, seperti suatu daerah kecamatan, maupun kelurahan atau desa. Area kecil ini juga dapat diartikan sebagai bagian dari wilayah populasi (*small domain*) baik berdasarkan geografis, atau ekonomi sosio-demografis atau sub yang lainnya. Metode ini mengembangkan data survei dan sensus untuk unit geografis yang lebih kecil yaitu seperti kecamatan atau pedesaan. Pendugaan parameter di area kecil (*small area*) dapat dilakukan dengan dua cara, yaitu pendugaan secara langsung (*direct estimation*) dan pendugaan tak langsung (*indirect estimation*).

2.5. Penduga Langsung (*Direct Estimator*)

Menurut Rao (2003), dalam konteks survei pendugaan parameter dengan penduga langsung didasarkan hanya pada data sampel yang diperoleh dari area tersebut. Penduga langsung menggunakan nilai dari variabel yang menjadi perhatian hanya pada periode

waktu dan unit sampel pada area yang menjadi perhatian. Penduga langsung untuk nilai pengeluaran per kapita pada setiap kecamatan dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} y_{ij}}{n_i}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n_i \quad (4)$$

dengan:

\hat{Y}_i = dugaan rata-rata pengeluaran per kapita di area ke- i dengan penduga langsung

y_{ij} = pengeluaran per kapita rumah tangga ke- j di area ke- i

n_i = jumlah rumah tangga di area ke- i

Nilai varian dari suatu pendugaan parameter memiliki peranan penting untuk diketahui, diantaranya adalah untuk mengukur seberapa baik penaksiran parameter yang diperoleh. Varian untuk pengeluaran per kapita untuk penduga langsung di Kabupaten Sragen adalah sebagai berikut:

$$s_{pendugalangsung}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

dengan:

$s_{pendugalangsung}^2$ = varian penduga langsung

\hat{Y}_i = dugaan rata-rata pengeluaran per kapita di area ke- i dengan penduga langsung

\bar{Y} = rata-rata pengeluaran per kapita untuk semua area

n = banyaknya area yang tersurvey

2.6. Pendugaan Tidak Langsung (*Indirect Estimation*)

2.6.1. Pendugaan Area Kecil (*Small Area Estimation*)

Pendugaan Area Kecil (*Small Area Estimation*) adalah metode yang digunakan untuk menduga parameter yang berasal dari area atau sub populasi dengan ukuran sampel yang kecil. Istilah area kecil biasanya menandakan suatu area geografis kecil, seperti suatu daerah kecamatan, maupun kelurahan atau desa. Suatu area disebut kecil apabila contoh yang diambil tidak mencukupi untuk melakukan pendugaan langsung dengan hasil dugaan yang akurat (Rao, 2003).

Menurut Rao (2003), penduga area kecil dikelompokkan menjadi dua jenis model dasar, yaitu model level area (*basic area level model*) dan model level unit (*basic unit level model*), dengan penjelasan sebagai berikut:

a. Model Level Area (*basic area level model*)

Model yang didasarkan pada ketersediaan variabel penyerta yang hanya ada untuk level area tertentu, misalkan $\mathbf{x}_i = (\mathbf{x}_{1i}, \mathbf{x}_{2i}, \dots, \mathbf{x}_{ki})^T$ dengan parameter yang akan diduga adalah θ_i yang diasumsikan mempunyai hubungan dengan \mathbf{x}_i . Variabel penyerta tersebut digunakan untuk membangun model, yaitu:

$$\theta_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + v_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (6)$$

dengan n adalah banyaknya area kecil, θ_i merupakan parameter area kecil yang menjadi perhatian yang akan diduga, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k)$ adalah parameter berukuran $k \times 1$ untuk data pendukung \mathbf{x}_i , v_i adalah pengaruh acak pada area ke- i yang diasumsikan $v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$.

Parameter θ_i dapat diketahui dengan mengasumsikan bahwa model penduga langsung \hat{Y}_i telah tersedia, yaitu:

$$\hat{Y}_i = \theta_i + e_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (7)$$

dengan e_i merupakan sampling error pada area ke- i yang diasumsikan $e_i \sim N(0, D_i)$ dengan D_i diketahui.

Jika model (6) dan (7) digabungkan maka akan menghasilkan model gabungan :

$$\hat{Y}_i = \mathbf{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + v_i + e_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (8)$$

Model (8) merupakan bentuk khusus dari model pengaruh campuran atau model linier campuran.

b. Model Level Unit (*basic unit level model*)

Model ini mengasumsikan bahwa variabel penyerta yang tersedia bersesuaian secara individu dengan data penduga langsung, misal $\mathbf{x}_{ij} = (x_{ij1}, \dots, x_{ijk})^T$ tersedia untuk setiap elemen ke- j pada area ke- i . Sehingga dapat diperoleh suatu model regresi tersarang:

$$y_{ij} = \mathbf{x}_{ij}^T \boldsymbol{\beta} + v_i + e_{ij}; \quad j = 1, 2, 3 \dots n_i; \quad i = 1, 2, 3 \dots, n \quad (9)$$

dengan j adalah banyaknya rumah tangga pada area ke- i yang diasumsikan $v_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ dan $e_i \sim N(0, \sigma_e^2)$.

Model yang digunakan dalam Tugas Akhir ini adalah menggunakan model berbasis area (*basic area level model*), karena data penyerta yang digunakan merupakan data pada area tertentu yaitu pada level area kecamatan.

2.6.2. Pendugaan Area Kecil dengan Pendekatan Kernel

Menurut Mukhopadhyay dan Maiti (2004), hampir semua aplikasi dari pendugaan area kecil menggunakan asumsi linieritas. Jika hubungan antara penduga langsung dengan variabel penyerta tidak linier, maka tidak tepat “meminjam kekuatan” dari area lain dengan menggunakan model linier dalam pendugaan tak langsung (*indirect estimation*). Untuk mengatasi hal tersebut dikembangkan pendekatan nonparametrik. Salah satu pendekatan nonparametrik yang digunakan adalah pendekatan Kernel.

Persamaan (7) dapat didekati dengan sebuah rumus matematis yang lebih umum, yaitu:

$$\theta_i = m(x_i) + v_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (10)$$

dengan $i = 1, 2, 3, \dots, n$ menunjukkan jumlah area kecil. Fungsi $m(x_i)$ adalah fungsi pemulusan (*smoothing function*) yang mendefinisikan hubungan antara penduga langsung dan variabel penyerta pada area ke- i . θ_i adalah rata-rata area kecil pada area ke- i , \hat{Y}_i adalah penduga langsung dari rata-rata area kecil pada area ke- i , v_i merupakan pengaruh acak pada area ke- i $v_i \sim N(0, \sigma_u^2)$ dan e_i merupakan *sampling error* pada area ke- i yang diasumsikan $e_i \sim N(0, D_i)$ dengan D_i diketahui (Mukhopadhyay dan Maiti, 2004).

Substitusi persamaan (7) dan (10) akan menghasilkan sebagai berikut:

$$\hat{Y}_i = m(x_i) + u_i + e_i \quad (11)$$

Menurut Hardle (1994), Untuk menentukan fungsi $m(x_i)$ dapat diduga dengan menggunakan persamaan Nadaraya-Watson Kernel, yaitu:

$$\hat{m}(x_i) = \frac{\sum_{i=1}^n K_h(x-x_i) \hat{Y}_i}{\sum_{i=1}^n K_h(x-x_i)} \quad (12)$$

dengan $K_h(\cdot)$ merupakan fungsi Kernel dengan h merupakan *bandwidth*.

Lebar jendela atau *bandwidth* (h) merupakan parameter pemulusan (*smoothing*) yang berfungsi untuk menentukan kemulusan dari kurva yang dihasilkan. Pemilihan *bandwidth* yang dipilih adalah $h \propto n^{-1/5}$ (Mukhopadhyay dan Maiti, 2004).

Bentuk dari fungsi Kernel $K_h(u)$ dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$K_h(u) = \frac{1}{h} K\left(\frac{u}{h}\right) \quad (13)$$

dengan syarat $K\left(\frac{u}{h}\right)$ merupakan kontinu, simetris dan terbatas. Menurut Carmona (2004),

fungsi $K\left(\frac{u}{h}\right)$ memenuhi syarat-syarat sebagai berikut:

- i. $K\left(-\frac{u}{h}\right) = K\left(\frac{u}{h}\right)$, simetris
- ii. $K\left(\frac{u}{h}\right) \geq 0$, terbatas dan kontinu pada daerah asli $\left(\frac{u}{h}\right)$

$$\text{iii. } \int K\left(\frac{u}{h}\right) d\left(\frac{u}{h}\right) = 1$$

Menurut Ogden (1997), terdapat berbagai macam fungsi pemulusan Kernel yang umum digunakan yaitu dengan Kernel Normal (*Gaussian*), Kernel Segitiga (*Triangle*), Kernel *Epanechnikov* dan Kernel *Biweight*. Pemulusan Kernel yang digunakan dalam penelitian pada Tugas Akhir ini adalah fungsi Kernel *Gaussian*, yaitu:

$$K\left(\frac{u}{h}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{h}\right)^2\right), \quad -\infty < \left(\frac{u}{h}\right) < \infty \quad (14)$$

Salah satu ide dasar untuk menduga fungsi $m(x_i)$ pada regresi nonparametrik adalah dengan menggunakan *local averaging procedure* atau rata-rata lokal terboboti sebagai fungsi pemulusan, yaitu:

$$\hat{m}(x_i) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) \hat{Y}_i \quad (15)$$

dengan $\hat{m}(x_i)$ merupakan dugaan dari fungsi regresi pada titik pengamatan ke- i , n merupakan banyaknya pengamatan, $W_{hi}(x)$ merupakan fungsi pembobot pada daerah di sekitar x_i dengan lebar jendela h , \hat{Y}_i merupakan penduga langsung pada pengamatan ke- i .

Fungsi $W_{hi}(x)$ yang digunakan pada metode pemulusan Kernel (*Kernel smoothers*) adalah sebagai berikut:

$$W_{hi}(x) = \frac{K_h(x-x_i)}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x-x_i)} \quad (16)$$

Menurut Mukhopadhyay dan Maiti (2004), dugaan parameter terbaik pada area kecil ke- i , θ_i dapat dituliskan menjadi:

$$\hat{\theta}_i^{kernel} = \hat{\gamma}_i \hat{y}_i + (1 - \hat{\gamma}_i) \hat{m}(x_i) \quad (17)$$

dengan $\hat{\theta}_i^{kernel}$ merupakan penduga parameter yang akan diestimasi, $\hat{\gamma}_i = \frac{\hat{\sigma}_u^2}{\hat{\sigma}_u^2 + D_i}$ dan $\hat{\sigma}_u^2$ tidak diketahui. D_i digunakan untuk mengukur keragaman sampling *error* pada masing-masing area dan $\hat{\sigma}_u^2$ digunakan untuk mengukur keragaman antar area. Nilai D_i dapat dihitung sebagai berikut:

$$D_i = \frac{s_i^2}{n_i} \quad (18)$$

dengan, $s_i^2 = \frac{1}{n_i-1} \sum_{i=1}^{n_i} (Y_{ij} - \hat{Y}_i)^2$. s_i^2 merupakan varian, n_i banyaknya jumlah area yang diamati pada area ke- i , Y_{ij} merupakan pengeluaran per kapita rumah tangga ke- j di area ke- i , \hat{Y}_i merupakan penduga langsung pengeluaran per kapita di area ke- i .

Menurut Mayasari (2009), untuk mendapatkan nilai dugaan dari varian antar area ($\hat{\sigma}_u^2$) dapat diperoleh dengan cara memilih nilai tertinggi dari hasil perhitungan dengan rumus sebagai berikut:

$$\hat{\sigma}_u^2(x) = \max \left\{ 0, \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n W_{hi}(x) [\hat{Y}_i - \hat{m}(x_i)]^2 - D \right\} \quad (19)$$

$$\text{dengan, } D = \frac{s_{gab}^2}{n}$$

Varian untuk pengeluaran per kapita untuk penduga tidak langsung adalah sebagai berikut:

$$s_{pendugatidaklangsung}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_i^n (\hat{\theta}_i^{kernel} - \hat{\theta}^{kernel}) \quad (20)$$

dengan:

$s_{pendugatidaklangsung}^2$ = varian penduga tidak langsung

$\hat{\theta}_i^{kernel}$ = pengeluaran per kapita di area- i dengan pendekatan Kernel

$\hat{\theta}^{kernel}$ = rata-rata pengeluaran per kapita untuk semua area

n = banyaknya area yang tersurvey

3. METODE PENELITIAN

3.1.Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini diperoleh dari Survei Sosial Ekonomi Nasional (SUSENAS) BPS Tahun 2013 untuk variabel respon yaitu pengeluaran per kapita dan variabel penyerta diperoleh dari publikasi BPS yaitu Sragen dalam Angka Tahun 2014 dengan variabel penyerta yaitu Kepadatan Penduduk (X). Jumlah kecamatan yang disurvei pada SUSENAS tahun 2013 sebanyak 19 Kecamatan dengan jumlah kepala keluarga terdiri dari 801 KK.

3.2.Metode Analisis

Tahapan analisis data adalah sebagai berikut:

1. Menghitung pengeluaran per kapita dengan metode pendugaan langsung (\widehat{Y}_i)
2. Menghitung nilai varian dari hasil dugaan pendugaan langsung, menambahkan variabel penyerta (X)
3. Melakukan uji korelasi antara penduga langsung (\widehat{Y}_i) dengan variabel penyerta (X) dengan menggunakan koefisien korelasi *Pearson Product Moment* (PPM)
4. Menghitung nilai fungsi pemulusan $\widehat{m}(x_i)$ dan ragam dari pengaruh acak $\widehat{\sigma}_u^2(x)$
5. Menduga pengeluaran perkapita untuk masing-masing kecamatan dengan menggunakan metode pendekatan Kernel ($\widehat{\theta}_i^{kernel}$)
6. Menghitung nilai varian dari hasil dugaan pendugaan tidak langsung
7. Membandingkan nilai varian pengeluaran per kapita rumah tangga di Kabupaten Sragen dengan penduga langsung dan penduga tidak langsung.

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1.Penduga Langsung Pengeluaran Per Kapita

Berdasarkan hasil perhitungan dengan penduga langsung didapatkan nilai rata-rata pengeluaran per kapita sebesar Rp 7,629 dengan varian 6,381. Hasil penduga langsung pengeluaran per kapita masing-masing kecamatan di Kabupaten Sragen adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Pengeluaran Per Kapita Penduga Langsung di Kabupaten Sragen
(x Rp 100.000)

No	Kecamatan	Jumlah Pengeluaran Per Kapita Rumah Tangga di Kecamatan- <i>i</i>	Jumlah Rumah Tangga	Pengeluaran Per Kapita
1	Kalijambe	213,38214	40	5,33455
2	Sumberlawang	647,37422	69	9,38224
3	Gemolong	380,70519	40	9,52763
4	Kedawung	316,24556	40	6,32491
5	Jenar	204,57083	30	6,81903
6	Tanon	645,59545	80	8,06994
7	Sambirejo	90,29529	20	4,51476
8	Miri	134,10346	30	4,47012
9	Sukodono	166,12919	29	5,72859
10	Mondokan	244,34030	40	6,10851
11	Karangmalang	862,42908	98	8,80030
12	Sambungmacan	516,15348	39	13,23470
13	Ngrampal	113,79198	20	5,68960
14	Sidoharjo	391,13428	39	10,02908

No	Kecamatan	Jumlah Pengeluaran Per Kapita Rumah Tangga di Kecamatan- <i>i</i>	Jumlah Rumah Tangga	Pengeluaran Per Kapita
15	Gondang	257,93241	39	6,61365
16	Masaran	498,55225	38	13,11979
17	Sragen	374,91923	50	7,49838
18	Plupuh	200,52538	30	6,68418
19	Tangen	140,16230	20	7,00811

4.2. Pendugaan tidak Langsung Pengeluaran Per Kapita dengan Pendekatan Kernel

4.2.1. Pemilihan Variabel Penyerta

Variabel yang akan dijadikan sebagai variabel penyerta adalah kepadatan penduduk yang diperoleh dari data Sragen dalam Angka Tahun 2014. Kepadatan penduduk adalah perbandingan antara banyaknya penduduk dengan luas wilayahnya, banyaknya penduduk dapat mempengaruhi pengeluaran per kapita. Diperoleh nilai $r_{x\hat{y}} = 0,34953 < r_{0,025;17} = 0,456$ dan nilai P-value = $0,142 > \alpha = 0,05$ sehingga H_0 diterima. Sehingga tidak terdapat hubungan yang signifikan antara kepadatan penduduk dengan pengeluaran per kapita. Karena tidak ada hubungan linier antara variabel kepadatan penduduk dengan variabel pengeluaran per kapita sehingga digunakan pendekatan area kecil dengan metode nonparametrik yaitu dengan menggunakan pendekatan Kernel.

4.2.2. Model Pendugaan Area Kecil dengan Menggunakan Metode Pendekatan Kernel

Setelah mendapatkan variabel penyerta yang tidak berkorelasi dengan variabel pengeluaran per kapita pada sub bab sebelumnya, langkah awal untuk menentukan nilai pengeluaran per kapita dengan metode Pendekatan Kernel adalah menghitung pendugaan nilai fungsi pemulusan $\hat{m}(x_i)$ dan nilai dugaan dari ragam antar area ($\hat{\sigma}_u^2$), dengan *bandwidth* sebesar $h \propto n^{-1/5} = 19^{-1/5} = 0,55494$. Diperoleh nilai dugaan maksimum $\hat{\sigma}_u^2$ sebesar 33,08495 dengan nilai D sebesar 1,506224 dan fungsi pemulusan $\hat{m}(x_i)$ dapat dilihat pada Tabel 3.

Berdasarkan hasil perhitungan dengan penduga Kernel Gaussian didapatkan nilai rata-rata pengeluaran per kapita sebesar Rp 753.700 dengan varian 5,313 nilai pendugaan pengeluaran per kapita masing-masing kecamatan di Kabupaten Sragen dengan metode Kernel Gaussian adalah sebagai berikut:

Tabel 3. Pengeluaran Per Kapita di Kabupaten Sragen dengan Pendekatan Kernel (x Rp 100.000)

No	Kecamatan	$\hat{m}(x_i)$	Pengeluaran per kapita ($\hat{\theta}_i^{kernel}$)
1	Kalijambe	7,629	5,35475
2	Sumberlawang	7,628	9,29000
3	Gemolong	7,629	9,42500
4	Kedawung	7,629	6,36786
5	Jenar	7,628	6,83996
6	Tanon	7,629	8,06036
7	Sambirejo	7,628	4,52177
8	Miri	7,628	4,47707
9	Sukodono	7,629	5,75482
10	Mondokan	7,629	6,11896
11	Karangmalang	7,629	8,76718

No	Kecamatan	$\hat{m}(x_i)$	Pengeluaran per kapita ($\hat{\theta}_i^{kernel}$)
12	Sambungmacan	7,629	12,30336
13	Ngrampal	7,629	5,78048
14	Sidoharjo	7,629	9,78965
15	Gondang	7,629	6,63735
16	Masaran	7,628	12,46507
17	Sragen	7,627	7,50196
18	Plupuh	7,629	6,71804
19	Tangen	7,628	7,02465

4.2.3. Perbandingan Nilai Pendugaan Langsung dan Pendugaan Tidak Langsung Pengeluaran Per Kapita

Berdasarkan pada pembahasan sebelumnya diperoleh bahwa varian pengeluaran per kapita di Kabupaten Sragen pada tahun 2013 hasil pendugaan langsung sebesar 6,381 dan varian pengeluaran per kapita di Kabupaten Sragen dengan hasil pendugaan tidak langsung dengan metode pendekatan Kernel sebesar 5,313. Hal ini menunjukkan bahwa pendugaan pengeluaran per kapita di Kabupaten Sragen mendapatkan hasil yang lebih baik apabila menggunakan pendugaan tidak langsung dengan pendekatan Kernel, karena menghasilkan nilai varian yang lebih kecil dari pada menggunakan metode secara tidak langsung. Hasil tersebut memperlihatkan bahwa pendugaan area kecil (*small area estimation*) baik digunakan untuk pendugaan parameter pada level kecamatan yang memiliki ukuran contoh kecil.

5. KESIMPULAN

Pada penduga langsung didapatkan rata-rata pengeluaran per kapita Rp 762.900. Pengeluaran tertinggi terletak pada kecamatan Sambungmacan yaitu sebesar Rp 1.323.470 dan pengeluaran per kapita terendah terletak pada Kecamatan Miri yaitu sebesar Rp 447.012. Penduga tidak langsung diperoleh nilai rata-rata pengeluaran per kapita sebesar Rp 753.700. Pengeluaran per kapita tertinggi terletak pada Kecamatan Masaran yaitu sebesar Rp 1.246.507 dan pengeluaran per kapita terendah terletak pada Kecamatan Miri yaitu sebesar Rp 447.707.

Pendugaan area kecil atau penduga tidak langsung dengan pendekatan kernel menghasilkan nilai varian yang lebih kecil yaitu sebesar 5,313 daripada nilai varian menggunakan pendugaan secara langsung yaitu sebesar 6,381. Oleh karena itu pendugaan area kecil dengan pendekatan kernel lebih baik dibandingkan dengan hasil pada penduga langsung.

DAFTAR PUSTAKA

- [BPS]. Badan Pusat Statistik. 2015. Sragen dalam Angka. Sragen: Badan Pusat Statistik Kabupaten Sragen.
- [BPS]. Badan Pusat Statistik. 2015. Pengeluaran Per Kapita. www.bps.go.id/Subjek/view/id/5 (diakses tanggal 29 Maret 2015)
- Carmona, R. 2004. *Statistical Analysis of Financial Data in S-Plus*. New York: Springer.
- Hardle, W. 1994. *Applied Nonparametric Regression*. New York: Cambridge University Press.
- Kurnia, A. 2009. *Prediksi Terbaik Empirik untuk Model Transformasi Logaritma di dalam Pendugaan Area Kecil dengan Penerapan pada Data Susenas*. Bogor: Sekolah Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor (Thesis tidak dipublikasikan)

- Mayasari, R.S. 2009. *Penerapan Metode Pemulusan Kernel pada Pendugaan Area Kecil*. Bogor: Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Institut Pertanian Bogor
- Mukhopadhyay, P. & Maiti, T. 2004. Two Stage Non-Parametric Approach for Small Area Estimation. *Proceedings of ASA Section on Survey Research Methods*: 4058-4065.
- Ogden, R.T. 1965. *Essential Wavelets for Statistical Applications and Data Analysis*. Boston : Birkhauser.
- Rao, J.N.K. 2003. *Small Area Estimation*. New Jersey: John Willey & Sons, Inc.
- Sujarweni, V. dan Endrayanto, P. 2002. *Statistika untuk Penelitian*. Jakarta: Graha Ilmu
- Usman, H. dan Akbar, R.P.S. 2008. *Pengantar Statistika*. Jakarta: Bumi Aksara.