

PENERAPAN DIAGRAM KONTROL *MULTIVARIATE EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE (MEWMA)* PADA PENGENDALIAN KARAKTERISTIK KUALITAS AIR
(Studi Kasus: Instalasi Pengolahan Air III PDAM Tirta Moedal Kota Semarang)

Anastasia Arinda¹, Mustafid², Moch. Abdul Mukid³

¹Mahasiswa Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

^{2,3}Staff Pengajar Jurusan Statistika FSM Universitas Diponegoro

ABSTRACT

Water treatment is intended to change the original water quality that does not fulfill the health requirements become a water for human consumption and must comply with the levels of certain parameters. Quality control can be done by forming a Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control chart. In the Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA) control charts with $\lambda = 0.25$ and $UCL = 13.92658$ seen that process controlled statistically. Once the process is under control, it can be done analysis of the ability of the process to determine whether the process fulfill the specifications or not. In the calculation process capability univariate each characteristics and multivariate process capability index values obtained more than 1 means that the process is going well.

Keywords: water quality, Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA), process capability.

1. PENDAHULUAN

Perusahaan mempunyai tanggung jawab untuk menjaga kualitas suatu produk agar sesuai standar dan memenuhi selera konsumen. Pengendalian produksi akan menghasilkan efisiensi proses produksi sehingga dapat meminimumkan biaya produksi dan memberikan keuntungan yang maksimal bagi perusahaan. Kualitas produk yang selalu terjaga akan menekan biaya perbaikan dan pengembalian produk serta memberi kepuasan bagi konsumen. Pengendalian kualitas merupakan salah satu fungsi yang penting dari suatu perusahaan, sehingga kegiatan ini ditangani oleh bagian pengendalian kualitas yang ada di perusahaan itu. Untuk itu maka perlu adanya pengendalian kualitas mulai dari pengendalian bahan baku, pengendalian kualitas proses produksi hingga produk siap untuk dipasarkan.

Pengendalian kualitas produk merupakan usaha untuk meminimalkan produk cacat dari produk yang dihasilkan perusahaan. Tanpa adanya pengendalian kualitas produk akan menimbulkan kerugian yang besar bagi perusahaan, karena penyimpangan-penyimpangan tidak diketahui sehingga perbaikan tidak bisa dilakukan dan akhirnya terjadi penyimpangan yang berkelanjutan. Sebaliknya bila pengendalian kualitas dilaksanakan dengan baik maka setiap terjadi penyimpangan dapat langsung diperbaiki dan dapat digunakan untuk perbaikan proses produksi dimasa yang akan datang. Dengan demikian proses produksi yang memperhatikan kualitas produk akan menghasilkan produk yang berkualitas bebas dari kerusakan dan kecacatan, sehingga membuat harga lebih kompetitif.

Pemerintah Indonesia mensyaratkan kebutuhan air bersih bagi masyarakatnya didasarkan pada jumlah penduduk. Kota Semarang dengan jumlah penduduk > 1,4 juta jiwa adalah kota dengan kebutuhan air bersih sebesar 150-200 liter per orang perhari. Berdasarkan Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor: 492/MENKES/PER/IV/2010, air bersih tersebut harus memenuhi persyaratan antara lain sebagai berikut: jernih, tidak berwarna, tidak berasa, tidak berbau, tidak beracun, pH netral

dan bebas mikroorganisme. Namun kenyataannya ketersediaan air bersih secara alami sangat terbatas sehingga banyak masyarakat yang tidak mampu memenuhi persyaratan yang ditetapkan oleh Pemerintah tersebut. Karena itu diperlukan upaya-upaya untuk mengolah air mentah menjadi air bersih dan mendistribusikannya kepada seluruh masyarakat.

IPA III merupakan instalasi pengolahan air yang dimiliki PDAM Tirta Moedal Kota Semarang. Proses pengolahan air di IPA III merupakan proses pengolahan air baku yang berasal dari sungai Kaligarang dengan kualitas yang berubah ubah setiap waktu karena beberapa faktor yaitu limbah domestik, cuaca. Dalam menentukan kualitas air, IPA III memiliki berbagai parameter yang dilakukan pemeriksaan setiap seminggu sekali. Parameter yang diperiksa diantaranya kekeruhan, pH, besi (Fe) dan mangan (Mn). Sistem pengendalian kualitas ini mengacu pada batas spesifikasi yang telah ditetapkan dalam Peraturan Menteri Kesehatan Republik Indonesia Nomor 492/MENKES/PER/IV/2010.

2. TINJAUAN PUSTAKA

Kualitas adalah pemenuhan kebutuhan, harapan dan kepuasan pelanggan. Pengertian kualitas^[5] dahulu (tradisional) dan sekarang (modern) berbeda. Dahulu, kualitas diartikan sebagai “fitness for use”, yaitu berdasarkan pandangan bahwa produk dan jasa harus memenuhi kebutuhan pengguna. Sedangkan pengertian kualitas sekarang yaitu berbanding terbalik dengan variabilitas, di mana bila variabilitas kecil maka kualitas dari produk meningkat.

Hal ini sangat penting dan harus sering dilakukan untuk mengetahui perbedaan dari dimensi kualitas. Cara yang baik untuk membedakan dimensi kualitas dibagi menjadi delapan komponen, yaitu^[5]:

1. Performa/kinerja
2. Tingkat kepercayaan
3. Daya tahan
4. Layanan
5. Estetika atau keindahan
6. Keistimewaan
7. Kualitas rasa
8. Kesesuaian standar

Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas^[1] merupakan usaha untuk mempertahankan kualitas dari barang yang dihasilkan, agar sesuai dengan spesifikasi produk yang telah ditetapkan berdasarkan kebijaksanaan pimpinan perusahaan. Tujuan dari pengendalian kualitas adalah sebagai berikut^[1]:

1. Agar barang hasil produksi dapat mencapai standar kualitas yang telah ditetapkan
2. Mengusahakan agar biaya inspeksi dapat menjadi sekecil mungkin
3. Mengusahakan agar biaya desain dari produk dan proses menggunakan mutu produksi tertentu dapat menjadi sekecil mungkin
4. Mengusahakan agar biaya produksi dapat menjadi serendah mungkin

Data Multivariat

Data yang diperoleh dengan mengukur lebih dari satu variabel kriteria pada setiap individu anggota sampel disebut data multivariat^[3]. Teknik-teknik analisis statistik yang memperlakukan sekelompok variabel kriteria yang saling berkorelasi sebagai suatu sistem dengan memperhitungkan korelasi antar variabel-variabel tersebut disebut metode statistika multivariat.

Tabel 1. Struktur Data Multivariat

Variabel	Objek				
	1	...	j	...	n
X ₁	x ₁₁	...	x _{1j}	...	x _{1n}
X ₂	x ₂₁	...	x _{2j}	...	x _{2n}
...
X _i	x _{i1}	...	x _{ij}	...	x _{in}
...
X _p	x _{p1}	...	x _{pj}	...	x _{pn}

Dengan X_{ij} = nilai pengamatan ke- j pada variabel ke- i

i = 1,2,...,p

j= 1,2,...,n

Uji Distribusi Normal Multivariat

Distribusi normal multivariat merupakan asumsi yang harus dipenuhi sebelum menganalisis data menggunakan diagram kontrol multivariat dan kapabilitas proses multivariat. Pengujian distribusi normal multivariat dilakukan terhadap keseluruhan variabel. Pemeriksaan distribusi normal multivariat untuk menguji dugaan bahwa distribusi data yang akan dianalisis telah berdistribusi normal multivariat. Pengujian asumsi normal multivariat yang berfungsi untuk memastikan data pengamatan mengikuti distribusi normal secara bersama-sama atau secara multivariat.

Pemeriksaan normalitas menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* dengan hipotesis sebagai berikut^[2]:

H₀ : $F(d_i^2) = F_0(d_i^2)$ untuk semua nilai d_i^2 (data pengamatan berdistribusi normal multivariat)

H₁ : $F(d_i^2) \neq F_0(d_i^2)$ untuk sekurang-kurangnya sebuah nilai d_i^2 (data pengamatan tidak berdistribusi normal multivariat)

$F(d_i^2)$ merupakan fungsi distribusi dari data yang belum diketahui dan $F_0(d_i^2)$ merupakan fungsi distribusi data yang dihipotesiskan.

Statistik Uji

$$D = \max |F(d_i^2) - F_0(d_i^2)| \quad (1)$$

Kriteria uji

H₀ ditolak jika $D > W_{(1-\alpha)}$, dengan W adalah nilai dari tabel Kolmogorov Smirnov dengan kuantil $1-\alpha$.

Diagram Kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Diagram kontrol multivariat merupakan salah satu teknik utama pada proses pengendalian kualitas statistik yang digunakan untuk mengurangi variasi dalam proses dengan variabel karakteristik kualitas yang diperiksa lebih dari satu variabel atau biasa disebut multivariat

Diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) merupakan pengembangan data multivariat dari proses untuk data univariat pada diagram kontrol *Exponentially Weighted Moving Average*. Struktur data untuk diagram kontrol multivariat dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Struktur Data untuk Diagram Kontrol Multivariat

Variabel	Objek				
	1	...	j	...	t
X ₁	x ₁₁	...	x _{1j}	...	x _{1t}
X ₂	x ₂₁	...	x _{2j}	...	x _{2t}
...
X _i	x _{i1}	...	x _{ij}	...	x _{it}
...
X _p	x _{p1}	...	x _{pj}	...	x _{pt}

Dengan X_{ij} = nilai pengamatan ke- j pada variabel ke- i

$$i = 1, 2, \dots, p$$

$$j = 1, 2, \dots, t$$

Multivariate Exponentially Weighted Moving Average (MEWMA), didefinisikan dengan persamaan berikut^[5]:

$$Z_j = \lambda X_j + (1 - \lambda)Z_{j-1} \quad (2)$$

Sebagai pengembangan univariat, dimana nilai $0 < \lambda < 1$, $j = 1, 2, 3, \dots, t$

$$Z_0 = 0$$

Z_j = rata-rata berbobot dari semua rata-rata sampel sebelumnya

j = banyaknya pengamatan yang dilakukan

p = banyaknya variabel karakteristik kualitas yang diamati

λ = besarnya pembobot

X_j merupakan vektor karakteristik mutu yang diamati pada sampel ke- j. X_j diasumsikan sebagai vektor random berdistribusi normal multivariat yang saling bebas dengan p variabel.

Untuk perhitungan titik pengamatan pada diagram kontrol MEWMA menggunakan

$$M_j = Z_j^T S_{z_j}^{-1} Z_j \quad (3)$$

dimana

$$S_{z_j} = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2j}] S \quad (4)$$

dengan S merupakan matriks varian kovarian dari data.

Plot dari diagram kontrol M_j merupakan diagram kontrol dengan Batas Pengendali Atas (BPA) dengan rumus berikut

$$BPA = \bar{M} + 3S_M \quad (5)$$

Dengan \bar{M} adalah rata-rata M_j dan S_M adalah standar deviasi dari M_j

Batas Pengendali Bawah (BPB) untuk diagram kontrol MEWMA sama dengan 0 karena nilai M_j yang selalu positif sehingga Batas Pengendali Bawah (BPB) yang paling minimum dari suatu nilai yang positif adalah 0. Pembuatan diagram kontrol MEWMA dengan cara membuat plot-plot M_j dengan nilai BPA dan BPB = 0. Proses dikatakan tidak terkendali apabila terdapat nilai M_j > BPA.

Kemampuan Proses

Analisis kemampuan proses merupakan teknik statistik yang dapat membantu untuk menganalisis produk, termasuk untuk menganalisis keragaman variabel yang ada atau dibutuhkan oleh perusahaan. Kemampuan suatu proses dalam memenuhi batas-batas spesifikasi hanya boleh dihitung apabila proses tersebut berada dalam batas-batas pengendalian statistik. Indeks kapabilitas proses adalah suatu teknik statistik yang digunakan untuk menganalisa variabilitas yang relatif terhadap spesifikasi produk dan

suatu proses dikatakan baik (*capable*) jika nilai $C_p \geq 1$ [5]. Indeks kapabilitas proses secara univariat dapat dihitung dengan rumus:

$$C_p = \frac{\text{Batas atas spesifikasi} - \text{batas bawah spesifikasi}}{6\sigma} \quad (6)$$

Pada proses multivariat, indeks kemampuan proses dapat dihitung jika hasil pengontrolan proses dengan diagram kontrol sudah terkendali dan data berdistribusi normal multivariat sudah terpenuhi [4]. Indeks kapabilitas proses diperoleh dengan rumus sebagai berikut

$$C_p = \frac{K}{\chi_{p;0,9973}^2} \left[\frac{(n-1)p}{h} \right]^{1/2} \quad (7)$$

Jumlah pengamatan yang terkendali dalam diagram kontrol disimbolkan dengan n , sedangkan banyaknya karakteristik mutu disimbolkan dengan p dan $\chi_{p;0,9973}^2$ adalah nilai *Chi Square* dengan derajat bebas p . Nilai K merupakan daerah proses sebenarnya yang diperoleh dengan rumus berikut

$$K^2 = (\bar{X}_j - \xi_j)' V_0^{-1} (\bar{X}_j - \xi_j) \quad (8)$$

V_0^{-1} adalah invers matriks varian-kovarian dari variabel karakteristik mutu.

Nilai target (ξ_j) dari batas spesifikasi karakteristik mutu diperoleh dengan persamaan berikut

$$\xi_j = \frac{(BSA_j + BSB_j)}{2}, j = 1, 2, \dots, p \quad (9)$$

$$h = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^T A^{-1} (X_{ij} - \bar{X}_j) \quad (10)$$

dimana A merupakan nilai dari setiap karakteristik mutu dengan rumus berikut

$$A = (X^T X) \quad (11)$$

Kriteria penilai C_p sebagai berikut:

Jika $C_p > 1$ maka proses dikatakan kapabel atau sangat baik

Jika $C_p = 1$ maka proses masih dapat dikatakan kapabel namun perlu adanya pengendalian kualitas

Jika $C_p < 1$ maka proses dikatakan tidak kapabel dan perlu adanya perbaikan

3. METODE PENELITIAN

Sumber data yang digunakan adalah data sekunder parameter kualitas air di Instalasi Pengolahan Air III yang diperoleh dari PDAM Tirta Moedal Kota Semarang. Data diambil mulai periode Januari 2014 hingga Maret 2015. Variabel penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah variabel keruhan, pH, besi(Fe), mangan (Mn).

4. HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Sebelum melakukan analisis pengendalian kualitas proses produksi air di PDAM Tirta Moedal Kota Semarang terlebih dahulu perlu untuk mengetahui karakteristik dari variabel-variabel yang diamati. Karakteristik kualitas yang diamati adalah kekeruhan, pH, besi(Fe) dan mangan (Mn) yang terkandung di dalam air yang sudah diolah. Deskripsi karakteristik air yang sudah melewati proses klorinasi dapat dilihat pada Tabel 3. Proses pengendalian menggunakan data mingguan bulan Januari 2014 sampai Maret 2015.

Tabel 3. Deskripsi Karakteristik Kualitas

Variabel	Mean	Varian	Min	Max
Kekeruhan	0,7772	0,0432	0,32	1,21
pH	6,8978	0,0461	6,6	7,82
Besi	0,03433	0,0011	0	0,14
Mangan	0,04098	0,0021	0	0,269

Uji Normalitas

Pengujian normalitas data dilakukan pada data yang diperoleh, pengujian ini dilakukan untuk memenuhi asumsi yang diperlukan untuk pembuatan grafik pengendali.

Uji normalitas Kolmogorov – Smirnov

Nilai statistik yang diperoleh adalah :

$$D_{hitung} = 0,14466 \quad \text{dengan} \quad D_{tabel} = 0,17557$$

$D_{hitung} = 0,14466 < D_{Tabel} = 0,17557$ maka H_0 diterima, sehingga data sampel cacat mengikuti distribusi normal.

Diagram Kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA)

Stabilitas proses merupakan asumsi yang harus dipenuhi sebelum menghitung kemampuan proses multivariat. Proses dikatakan stabil jika seluruh data berada diantara batas-batas pengendali. Diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) akan digunakan untuk menguji stabilitas proses pengolahan air.

Penerapan diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) menggunakan *software* Microsoft Excel. Untuk menghitung nilai Z_j , terlebih dahulu menstandarkan data (Lampiran 2). Nilai awal $Z_0 = 0$ dan besar pembobot $\lambda = 0,25$ dengan banyaknya pengamatan yang dilakukan adalah 60. Nilai Z_j pada periode pertama sebagai berikut:

$$Z_1 = \lambda X_j + (1 - \lambda)Z_0, \text{ dengan dan } Z_0=0$$

$$Z_1 = 0,25 \begin{bmatrix} -0,46734 \\ -0,17624 \\ -1,01676 \\ -0,891 \end{bmatrix} + (1 - 0,25)0$$

$$Z_1 = \begin{bmatrix} -0,1168 \\ -0,0441 \\ -0,2542 \\ -0,2228 \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan rata-rata berbobot sebelumnya $Z_1 = \begin{bmatrix} -0,1168 \\ -0,0441 \\ -0,2542 \\ -0,2228 \end{bmatrix}$ sehingga didapat

nilai Z_j pada periode kedua sebagai berikut:

$$Z_2 = \lambda X_j + (1 - \lambda)Z_1$$

$$Z_2 = 0,25 \begin{bmatrix} 0,302211 \\ -0,26941 \\ 0,760106 \\ -0,34749 \end{bmatrix} + (1 - 0,25) \begin{bmatrix} -0,1168 \\ -0,0441 \\ -0,2542 \\ -0,2228 \end{bmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} -0,0121 \\ -0,1004 \\ -0,0006 \\ -0,2539 \end{bmatrix}$$

Menghitung matriks varian-kovarian dari Z_j , misalnya untuk pengamatan pertama diperoleh

$$S_{z_1} = \frac{\lambda}{2-\lambda} [1 - (1 - \lambda)^{2j}] S$$

$$S_{z_1} = \begin{bmatrix} 0,142857 & 0,00955 & 0,03119 & 0,038881 \\ 0,00955 & 0,142857 & -0,01314 & -0,01787 \\ 0,03119 & -0,01314 & 0,142857 & 0,013086 \\ 0,038881 & -0,01787 & 0,013086 & 0,142857 \end{bmatrix}$$

Untuk perhitungan titik pengamatan pada diagram kontrol MEWMA , untuk data pengamatan pertama diperoleh

$$M_1 = Z_1^T S_{z_1}^{-1} Z_1$$

$$M_1 = [-0,011684 \quad -0,04406 \quad -0,255419 \quad -0,22275] x$$

$$\begin{bmatrix} 8,00639 & -0,95468 & -1,63907 & -2,14835 \\ -0,95468 & 7,27263 & 0,77675 & 1,09828 \\ -1,63907 & 0,77675 & 7,44199 & -0,13846 \\ -2,14835 & 1,09828 & -0,13846 & 7,73476 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} -0,1168 \\ -0,0441 \\ -0,2542 \\ -0,2228 \end{bmatrix}$$

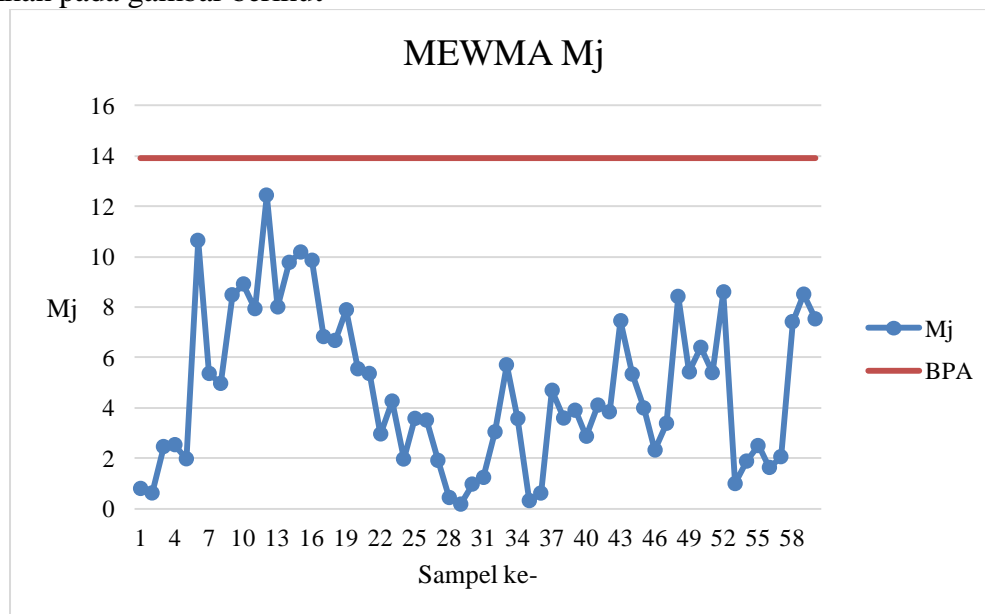
$$M_1 = 0,792314$$

Selanjutnya untuk perhitungan batas pengendali atas dihitung dengan

$$BPA = \bar{M} + 3S_M = 13,92658$$

Sedangkan batas pengendali bawah untuk diagram kontrol MEWMA sama dengan 0 karena nilai M_j yang selalu positif.

Hasil pengujian stabilitas proses menggunakan diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) pada *software* Microsoft Excel ditunjukkan pada gambar berikut



Gambar 1. Diagram Kontrol MEWMA untuk karakteristik kekeruhan, pH, besi dan mangan

Data karakteristik mutu kualitas air terdiri dari 4 variabel , maka untuk memudahkan dalam membuat plot diagram kontrol dilakukan perhitungan titik pengamatan yang mewakili keempat variabel tersebut yang kemudian titik-titik pengamatan tersebut diplotkan dalam diagram kontrol MEWMA. Batas pengendali atas untuk diagram kontrol MEWMA 13,92658 dan batas pengendali bawah untuk diagram kontrol MEWMA sama dengan 0. Berdasarkan Gambar 1 dapat diketahui bahwa dari 60 sampel data dapat diketahui bahwa keseluruhan nilai M_j berada dibawah batas pengendali atas. Maka dapat disimpulkan bahwa proses terkendali atau asumsi stabilitas proses terpenuhi.

Kemampuan Proses Univariat

Indeks kemampuan proses merupakan indeks yang dapat menggambarkan proses memenuhi spesifikasi atau tidak. Oleh karena itu, data yang digunakan harus terkontrol.

Tabel 4. Batas Spesifikasi

Variabel	BSB	BSA
Kekeruhan	0.3	1
pH	6.7	7.2
Besi	0	0.4
Mangan	0	0.5

Selanjutnya dilakukan perhitungan indeks kemampuan proses univariat untuk masing-masing karakteristik produk.

1. Kekeruhan

Nilai varian data kekeruhan adalah 0,0432 dan besar pembobot $\lambda = 0,2$ dengan banyak pengamatan adalah 60, maka nilai varian dari EWMA kekeruhan sebagai berikut

$$S_{z_i}^2 = S^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,0432 \left(\frac{0,2}{2 - 0,2} \right) [1 - (1 - 0,2)^{2(60)}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,0048$$

Selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses sebagai berikut

$$C_p = \frac{BSA - BSB}{6S}$$

$$C_p = \frac{1 - 0,3}{6 \times 0,0693}$$

$$C_p = 1,6839$$

2. pH

Nilai varian data pH adalah 0,0461 dan besar pembobot $\lambda = 0,2$ dengan banyak pengamatan adalah 60, maka nilai varian dari EWMA pH sebagai berikut

$$S_{z_i}^2 = S^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,0461 \left(\frac{0,2}{2 - 0,2} \right) [1 - (1 - 0,2)^{2(60)}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,00512$$

Selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses sebagai berikut

$$C_p = \frac{BSA - BSB}{6S}$$

$$C_p = \frac{7,2 - 6,7}{6 \times 0,07157}$$

$$C_p = 1,1644$$

3. Besi

Nilai varian data besi adalah 0,0011 dan besar pembobot $\lambda = 0,2$ dengan banyak pengamatan adalah 60, maka nilai varian dari EWMA besi sebagai berikut

$$S_{z_i}^2 = S^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,0011 \left(\frac{0,2}{2 - 0,2} \right) [1 - (1 - 0,2)^{2(60)}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,003814$$

Selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses sebagai berikut

$$C_p = \frac{BSA - BSB}{6S}$$

$$C_p = \frac{0,4 - 0}{6 \times 0,06176}$$

$$C_p = 1,0794$$

4. Mangan

Nilai varian data mangan adalah 0,0021 dan besar pembobot $\lambda = 0,2$ dengan banyak pengamatan adalah 60, maka nilai varian dari EWMA mangan sebagai berikut

$$S_{z_i}^2 = S^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2i}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,0021 \left(\frac{0,2}{2 - 0,2} \right) [1 - (1 - 0,2)^{2(60)}]$$

$$S_{z_i}^2 = 0,00455$$

Selanjutnya akan dihitung indeks kemampuan proses sebagai berikut

$$C_p = \frac{BSA - BSB}{6S}$$

$$C_p = \frac{0,1 - 0}{6 \times 0,06748}$$

$$C_p = 1,235$$

Nilai indeks kemampuan proses untuk keempat karakteristik dapat dilihat pada Tabel 5.

Tabel 5. Indeks Kemampuan Proses Univariat

Karakteristik Kualitas	Cp
Kekeruhan	1,6839
pH	1,1644
Besi	1,0794
Mangan	1,235

Berdasarkan hasil perhitungan indeks kemampuan proses univariat pada Tabel 5 diperoleh bahwa indeks kemampuan proses untuk karakteristik kekeruhan 1,6839. Nilai Cp tersebut lebih dari 1 menunjukkan bahwa proses untuk karakteristik kekeruhan kapabel. Indeks kemampuan proses untuk karakteristik pH adalah 1,1644. Nilai Cp tersebut lebih dari 1 menunjukkan bahwa proses untuk karakteristik pH kapabel. Indeks kemampuan proses untuk karakteristik besi adalah 1,0794. Nilai Cp tersebut lebih dari 1 menunjukkan bahwa proses untuk karakteristik besi kapabel. Indeks kemampuan proses untuk karakteristik mangan adalah 1,235. Nilai Cp tersebut lebih dari 1 menunjukkan bahwa proses untuk karakteristik mangan kapabel.

Kemampuan Proses Multivariat

Asumsi yang harus dipenuhi sebelum menghitung kemampuan proses adalah data berdistribusi normal multivariat dan proses dalam kondisi stabil atau terkendali secara statistik.

Berdasarkan uji stabilitas proses yang ditunjukkan pada Gambar 1 diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) sudah dalam keadaan terkendali, sehingga dapat dilakukan analisis untuk kemampuan proses (Cp). Proses perhitungan Cp sebagai berikut:

$$h = \sum_{i=1}^{60} (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j)^T \mathbf{A}^{-1} (\mathbf{X}_{ij} - \bar{\mathbf{X}}_j)$$

Nilai target (ξ) dari batas spesifikasi karakteristik mutu diperoleh dengan persamaan berikut

$$\xi_1 = \frac{(BSA_1 + BSB_1)}{2} = \frac{(1 + 0,3)}{2} = 0,65$$

$$\xi_2 = \frac{(BSA_2 + BSB_2)}{2} = \frac{(7,2 + 6,7)}{2} = 6,95$$

$$\xi_3 = \frac{(BSA_3 + BSB_3)}{2} = \frac{(0,4 + 0)}{2} = 0,2$$

$$\xi_4 = \frac{(BSA_4 + BSB_4)}{2} = \frac{(0,5 + 0)}{2} = 0,25$$

V_0^{-1} adalah invers matriks varian-kovarian dari variabel karakteristik mutu. Sedangkan nilai K merupakan akar dari K^2 yang diperoleh dari perhitungan berikut:

$$K^2 = (\bar{X}_j - \xi)' V_0^{-1} (\bar{X}_j - \xi) = 6,789487$$

Selanjutnya perhitungan nilai indeks kemampuan proses adalah sebagai berikut

$$C_p = \frac{K}{\chi_{p,0,9973}^2 \left[\frac{(n-1)p}{h} \right]^{1/2}}, \text{ dengan } n = 60 \text{ dan } p = 4$$

Hasil perhitungan kemampuan proses multivariat ditunjukkan pada Tabel sebagai berikut:

Tabel 5. Kemampuan Proses Pengolahan Air

K^2	h	$\chi_{p,0,9973}^2$	C_p
6,789487	4	16,25117	1,231572

Banyak pengamatan yang terkendali dalam diagram kontrol adalah 60 dengan 4 karakteristik mutu dan $\chi_{p,0,9973}^2$ adalah nilai *Chi Square* dengan derajat bebas $p=4$ adalah 16,25117. Nilai K merupakan daerah proses sebenarnya Berdasarkan Tabel 12 diperoleh nilai kemampuan proses multivariat untuk data karakteristik mutu kualitas air sebesar 1,231572. Nilai C_p tersebut lebih dari 1 menunjukkan bahwa proses pengolahan air kapabel.

5. KESIMPULAN

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang diperoleh, dapat diambil kesimpulan bahwa pada data karakteristik kualitas air proses produksi air di Instalasi Pengolahan Air III PDAM Tirta Moedal Kota Semarang pada periode bulan Januari 2014 sampai Maret 2015 dilakukan penerapan diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) pada proses produksi air di Instalasi Pengolahan Air III PDAM Tirta Moedal Kota Semarang pada periode bulan Januari 2014 sampai Maret 2015 menunjukkan hasil bahwa proses terkendali secara statistik.

Setelah diketahui proses terkendali secara statistik maka dilakukan perhitungan kemampuan proses. Penerapan diagram kontrol *Multivariate Exponentially Weighted Moving Average* (MEWMA) menghasilkan nilai kapabilitas lebih dari 1, hal ini menunjukkan bahwa proses kapabel.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Assauri, S. 2004. *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta: Lembaga Penerbit Fakultas Ekonomi Universitas Indonesia
- [2] Daniel, W.W., 1989. *Statistika Non Parametrik Terapan*. Jakarta: PT Gramedia. Jakarta.
- [3] Kartiko, S.H dan Suryo, G .2008. *Metode Statistika Multivariat*. Jakarta: Universitas Terbuka
- [4] Korz, S. dan Johnson, N.L.1993. *Process Capability Indices*. London: Chapman&Hall
- [5] Montgomery, D.C.2013. *Statistical Quality Control, Seventh Edition*. Singapore: John Wiley & Sons.